

コルヌスパイラルを用いた新歯形歯車の開発

平歯車の曲げ強度に関する検討

佐々木秀和, 松葉 朗*¹, 門藤至宏, 竹保義博, 宮奥 勉*², 兼廣二郎*²

Development of Non-Involute Gear with New Tooth Profile Based on Cornu Spiral

For Bending Strength of Spur Gear

SASAKI Hidekazu, MATSUBA Akira*¹, MONDOU Munehiro, TAKEYASU Yoshihiro, MIYAOKU Tsutomu*² and KANEHIRO Jiro*²

This paper describes a proposal for a new gear tooth profile based on Cornu spiral, which is expected to improve gear performance such as bending strength and surface durability. The bending strength of spur gears with Cornu spiral tooth profile was examined by FEM analysis and single tooth pulsator testing, in comparison with that of traditional involute tooth profile gears. As a result, the Cornu spiral tooth profile was effective to increase the bending fatigue strength of spur gears as compared with the involute one. This is because the Cornu spiral tooth profile can reduce the tooth root stress of spur gears subjected to a load applied at the highest point of single tooth contact.

本研究では、曲げ強度や面圧強度などの歯車特性の改善を目的として、コルヌスパイラル（コルヌ螺旋）に基づく新しい歯形を提案する。特に、コルヌ歯形を用いた平歯車の曲げ強度について、FEM 解析や単一歯パルセータ疲労試験により検討し、従来のインボリュート歯車のそれと比較した。その結果、コルヌ歯形はインボリュート歯形に比べて曲げ疲労強度の向上に効果的であること、それは歯のかみ合い過程における最大歯元応力の低減によるものであることがわかった。

キーワード：歯車，コルヌスパイラル，インボリュート，歯元応力，曲げ疲労強度

1. 結 言

現在、機械要素部品として使用される多くの歯車にはインボリュート歯形が採用されており、設計や加工および検査の各工程における手法や設備なども確立され、広く普及している。その主な理由として、中心間距離に依存せず回転速度比が一定であること、創成加工が可能であること、また歯厚をマイクロメータにより容易に測定できるといった長所があげられる。その一方で、かみ合い時において凸面同士の歯面接触により高い接触応力が生じることや、小歯数歯車における歯元のアンダーカットが発生するなどの問題も指摘されている¹⁾。これらに対して、表面改質による面圧強度の向上や、転位により歯元厚さを増加させて、曲げ強度を改善するなどの手法が用いられていることが多い。なお、インボリュート以外の歯形を利用して問題解決を試みる研究例も報告されているものの²⁾、実用化が報告された例は少ないのが

現状である¹⁾³⁾。

そこで、本研究では、歯車の基本歯形としてコルヌスパイラルに注目し、これらの問題点を解決できる実用可能な歯車の開発について検討した。まず、形状定義パラメータを変えた2種類のコルヌスパイラルを用いて、創成法により得られる平歯車の形状を求めた。次に、所定の負荷条件における歯元応力を有限要素法により解析し、モジュールおよび歯数などの条件がほぼ同一のインボリュート平歯車の結果と比較した。さらに、平歯車を模擬した炭素鋼製の試験片を製作して単一歯曲げ疲労試験（パルセータ試験）を行い、歯元曲げ疲労強度に及ぼす歯形形状の効果について、実験的に検討した。

2. コルヌスパイラルを用いた基本歯形

本研究における新歯形歯車とは、コルヌスパイラル、すなわち、土木用語においてクロソイド曲線⁴⁾と呼ばれる緩和曲線を基本歯形に適用し、歯形創成法を用いて得られる従来にない新しい歯車である。この緩和曲線は、直線と円とを連続的に繋ぐ一手法として式(1)のように定義され、その形状は図1のように描かれる。

2009. 5. 15 受理 加工技術研究部

*1 広島県立総合技術研究所 西部工業技術センター

*2 宮奥エンジニアリング

$$\left. \begin{aligned} X &= A\sqrt{2\tau} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{(4i-3)(2i-2)} (-1)^{i+1} \tau^{2i-2} \right\} \\ Y &= A\sqrt{2\tau} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{(4i-1)(2i-1)} (-1)^{i+1} \tau^{2i-1} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

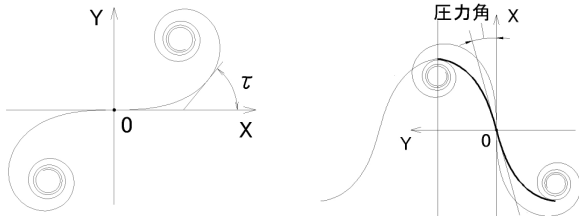


図1 クロソイド曲線 図2 基本歯形（ラック）

ここで、Aは曲線の大きさを表す係数であり、A=1の場合を単位クロソイドと呼ぶ。τは接線角である。図1に示すように、本曲線は原点においてX軸に滑らかに接するため、原点での曲率半径は無限大となる。また、図2はこの座標系を反時計回りに90度回転させたものである。さらに、原点を中心として本曲線をある角度で回転させ、必要な範囲のみを選択することで基本歯形（ラック）が得られ、図2の太線部分が基本歯形の1/2歯にそれぞれ相当する⁵⁾。ここで、図2中のY軸を基本歯形の基準ピッチ線、X軸に対する回転角度を基準ピッチ線上の圧力角としてそれぞれ定義する。また、歯先および歯元は必要に応じ適宜修正を施す。コルヌ歯車は、この基本歯形を歯切り工具（ホブ）のラック形状に用いることで、インボリュート歯車と同様の創成法により加工される。

3. 平歯車における歯元応力の FEM 解析

3.1 解析条件

前節で示したコルヌ基本歯形（ラック）を利用した歯形創成法により、平歯車の歯形形状を求め、歯面に集中荷重を受ける際の歯元応力を FEM 解析により解析し、その結果をインボリュートのそれと比較した。一般に、歯車の曲げ強度あるいは許容接線荷重を算出する際には、歯のかみ合いを考慮する必要がある。そこで、ISO 規格の B 法⁶⁾などと同様に、かみ合う歯車対の歯に対して歯元応力が最大となる一対かみ合い最外点、すなわち、最悪荷重点に荷重を受ける場合の歯元応力を解析した。

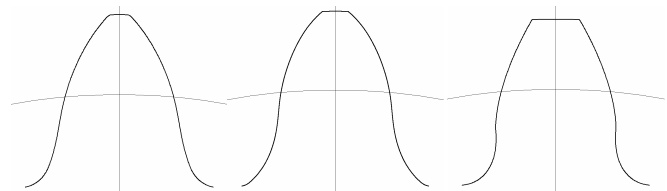
今回用いた歯車の諸元を表1に示す。コルヌ歯車の基本歯形的设计パラメータのうち、ピッチ点における圧力角については、後述のインボリュート歯車のそれと同じ 20°（コルヌ A）、および 15°（コルヌ B）の2種類について検討した。また、比較するインボリュート歯車については、JIS B 1701-1にあるインボリュート歯車の基準ラック歯形の中でも、高トルク伝達用歯車に推奨されている標準基準ラック歯形 A 形（圧力角 20°）を用いた。各歯車の歯形形状の比較を図3に示す。

なお、コルヌ歯車における最悪荷重点については、現

時点においてインボリュートと同様に理論的に導出することが困難であるため、CAD で作成した一対の歯車形状データをもとに、コンピュータ上でかみ合いシミュレーションを行って求めた。

表1 試験歯車諸元

歯車	コルヌ A	コルヌ B	インボリュート
モジュール M (mm)	4		
圧力角 (°)	20	15	20
歯数	18		
ピッチ円直径 (mm)	72		
歯幅 (mm)	5		
歯末のたけ (mm)	4.56	4.5	4
歯元のたけ (mm)	4.8	5	5



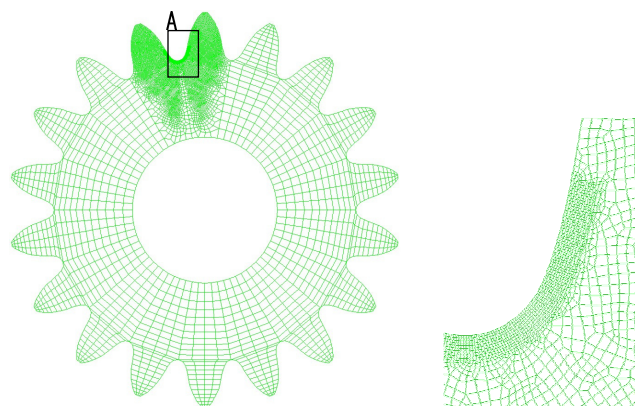
(a) コルヌ A (b) コルヌ B (c) インボリュート

図3 歯車歯形の比較

有限要素解析には市販の解析ソフト NEi NASTRAN を使用し、四節点四角形要素を用いて平面応力状態における二次元解析を行った。解析条件を表2に示す。メッシュ分割の例として、コルヌ歯車 A の分割図を図4に示す。

表2 解析条件

歯車	コルヌ A	コルヌ B	インボリュート
要素数	9595	10196	9458
節点数	10020	10626	9894
縦弾性係数 (GPa)	206		
ポアソン比	0.3		



(a) メッシュ分割 (b) A 部詳細

図4 メッシュ分割例（コルヌ歯車 A の場合）

本解析では、各歯車の最悪荷重点に表3で示す歯面法線荷重を負荷した場合の歯元応力の比較を行った。荷重は図4(a)中の最上部に位置する歯の左側歯面に対して与えた。荷重の大きさについては、各歯車ともピッチ円直径が等しいため、ピッチ円における円周力（以下、ピッチ円周力）を同一の2349Nとし、各歯車の最悪荷重点における歯面法線荷重を表3のように求め、歯面に集中荷重として負荷した。

また、拘束条件として、歯車自身の回転は拘束しないが、荷重を与える歯から時計回りに二枚目の歯の右側歯面において、最悪荷重点に相当する位置の節点を歯面法線方向に拘束した。

表3 荷重条件

歯車	コルヌA	コルヌB	インボリュート
ピッチ円周力(N)	2349		
歯面法線荷重(N)	2547	2517	2500

3.2 解析結果および考察

各歯形試験片において得られた歯元部の最大主応力値を最大歯元応力として表4に、最大応力発生部周辺の応力コンタ図を図5にそれぞれ示す。同一のピッチ円周力となる歯面法線荷重条件下において、いずれのコルヌ歯車もインボリュート歯車と比較して最大歯元応力は小さく、さらにコルヌ歯車Bにおいてはその応力値の低減率は15%になる。これらの結果は、コルヌ歯形の適用により、インボリュート歯車に対して曲げ強さが向上する可能性を示唆しており、曲げ疲労強度の改善が期待できる。

表4 最大歯元応力の解析結果

歯車	コルヌA	コルヌB	インボリュート
最大歯元応力(MPa)	324	298	349

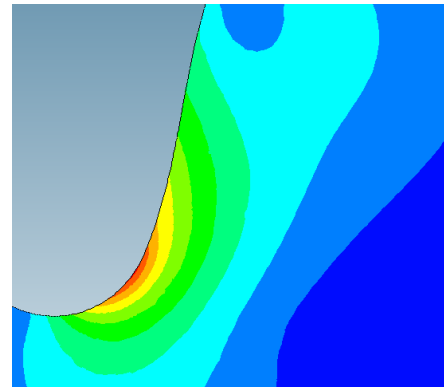
4. 歯元の曲げ疲労強度

平歯車試験片を用いて歯元の曲げ疲労強度試験を行い、インボリュート歯車に対するコルヌ歯車の優位性について検討した。

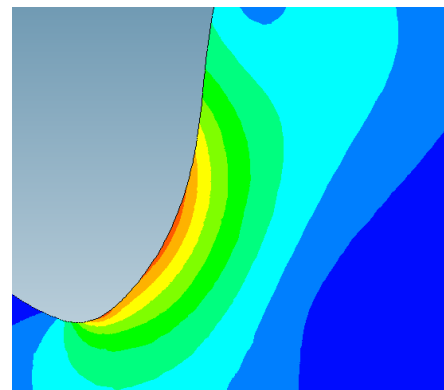
4.1 実験方法

本試験では汎用の引張圧縮型疲労試験機を使用するため、コルヌとインボリュートの両歯車において、試験機上の繰返し負荷条件を同一とする必要がある。そこで、両歯車のモジュール、歯数および歯幅を同一とした上で、歯面のピッチ点において歯面に垂直に所定の繰返し負荷を与えられるよう、歯車試験片と専用の治具を設計・製作した。

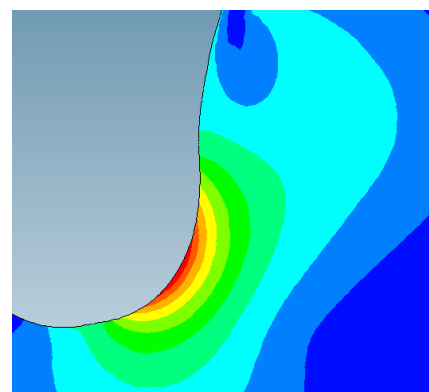
本実験で用いた2種類のコルヌ歯車およびインボリュート歯車の諸元を表5に示す。歯車試験片は同一ロットのS45Cで、焼なまし処理を行った供試材を用いて、ワイ



(a) コルヌ歯車 A



(b) コルヌ歯車 B



(c) インボリュート歯車

図5 解析結果の応力コンタ図（最大主応力）

ヤカット放電加工により同一工程、同一加工速度にて製作した。供試材の化学成分と機械的性質を表6および表7に示す。

本実験では、図6に示すように、歯車試験片の三つの歯の上側と下側を挟むように専用のチャック治具により圧縮荷重を与え、下側歯の歯底部分に曲げ応力を発生させる。下側のチャック治具は試験機に固定されており、下側歯の歯面ピッチ点において歯面とチャック治具が接触する。また、下側歯の歯底（図中点線部分）で疲労き裂が発生するように、上側歯におけるチャック治具（駆動側）との接触面および歯底部分の歯形状を修正して、上側歯底での応力集中を緩和するよう工夫した。さらに、

表5 試験歯車諸元

歯車	コルヌA	コルヌB	インボリュート
モジュールM(mm)	4		
圧力角(°)	20	15	20
歯数	18		
ピッチ円直径(mm)	72		
歯幅(mm)	5		
歯末のたけ(mm)	1.14M	1.125M	M
歯元のたけ(mm)	1.2M	1.25M	1.25M
材質	S45C		
熱処理	焼なまし (1123k → 炉冷)		
加工方法	ワイヤカット放電		

表6 歯車素材の化学成分(%)

材種	C	Si	Mn	P	S
S45C	0.46	0.23	0.68	0.02	0.008

表7 歯車素材の機械的性質

材種	降伏点 (N/mm ²)	引張強さ (N/mm ²)	伸び (%)	硬さ (Hv)
S45C	416	685	24	207

下側歯の破断により歯車試験片が回転した後も上側チャック治具と試験片が干渉することのないよう、上側歯に隣接する二つの歯については、歯の全部あるいは一部を削除した。さらにコルヌ歯車Bについては、他の2歯車試験片とピッチ点における圧力角が異なるため、下側歯に隣接する歯が下側チャックと接触しないように下側歯に隣接する二つの歯について一部削除している。このような歯元の疲労破壊への影響が小さい部分の歯形修正を一試験片に二箇所行い、図6(a)コルヌ歯車A、図6(b)コルヌ歯車Bおよび図6(c)インボリュート歯車とともに、全く同様にパルセータ疲労試験を実施した。

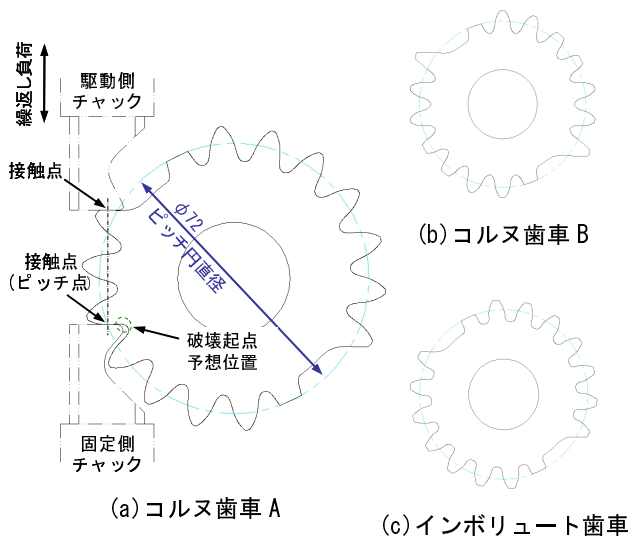


図6 疲労試験用歯車試験片

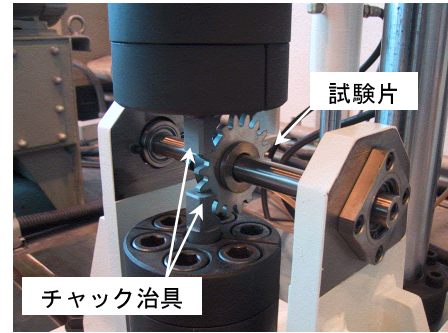


図7 疲労試験機への試験片の固定法 (インボリュート歯車の例)

疲労試験には電気油圧式疲労試験機（島津製EHF-UG100kN）を使用し、所定の繰返し曲げ荷重を、応力比R=0.1、繰返し速度30Hz、正弦波形一定の条件下で与えた。また、試験にあたっては、負荷用チャック治具に加えて、歯車を支持する治具を用いて、図7に示すように試験片を固定して疲労試験に供した。

4.2 実験結果および考察

疲労試験の結果得られたS-N線図を図8に示す。ここで、縦軸は試験片に負荷した荷重の振幅P_a、横軸は破断に要した繰返し数である。これより、コルヌ歯車のS-N曲線はインボリュート歯車のそれに対して明らかに上側(高寿命側)にあり、疲労特性が優れていることがわかる。各歯車における疲労限度に相当するP_a値と、その荷重から計算されるピッチ円周力を表8に示す。インボリュート歯車の値と比較すると、コルヌ歯車Aの疲労限度荷重値とピッチ円周力の向上率はともに10%程度であるが、コルヌ歯車Bのそれらはそれぞれ20%および23%と大幅に向上することがわかった。ピッチ円周力とピッチ円半径との積は回転トルクであり、表8の結果は同一のピッチ円半径における比較であることを考慮すると、ピッチ円周力の向上に対応して、歯車自身の使用限界トルクも向上できると考えられる。

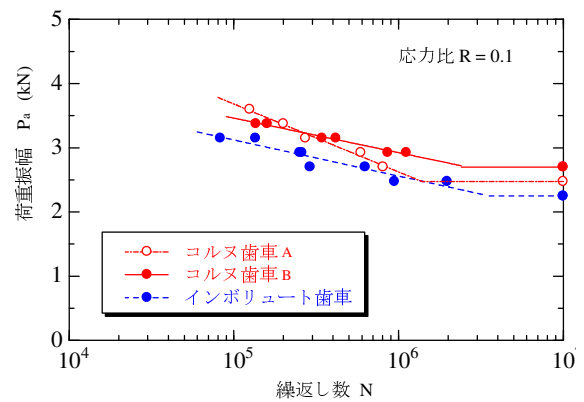
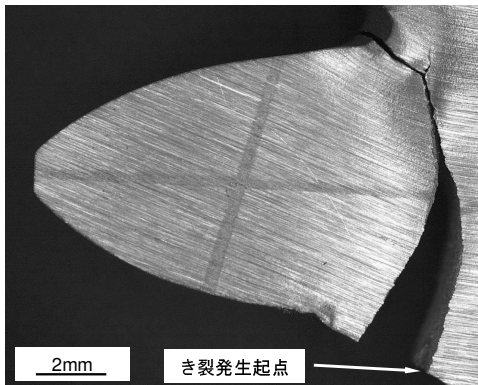


図8 歯車試験片のS-N曲線

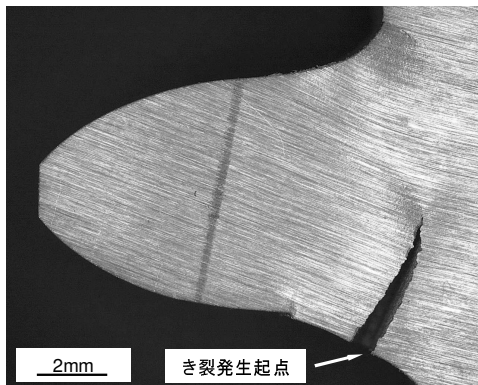
表 8 疲労限度およびピッチ円周力

歯車	コルヌA	コルヌB	インボリュート
疲労限度(kN)	2.475	2.700	2.250
ピッチ円周力(kN)	2.326	2.608	2.114

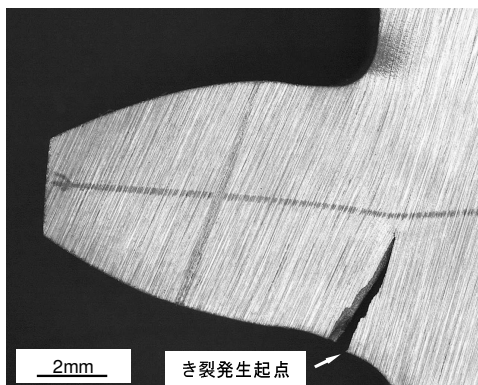
さらに、各歯車試験片における疲労き裂の観察写真を比較して図9に示す。疲労き裂の発生起点は図5で示した有限要素解析による最大歯元応力の発生箇所とほぼ一致している。これより、今回提案する新しいコルヌ歯形により、かみ合い時の歯元応力が低減され、曲げ疲労強度を向上できることが明らかとなった。



(a) コルヌ歯車 A



(b) コルヌ歯車 B



(c) インボリュート歯車

図9 疲労き裂発生部周辺の観察写真
(荷重振幅 $P_a=3.375\text{kN}$)

5. 結 言

かみ合いを考慮した歯元の強度評価の一例として、最悪荷重点において歯面法線荷重を加えた場合の歯元曲げ応力の有限要素解析を行った。同一のピッチ円周力条件下における解析の結果、2種類のコルヌ歯車の最大歯元応力はインボリュート歯車のそれよりも小さく、特に、圧力角が 15° と小さいコルヌ歯車においては、圧力角 20° の標準型インボリュート歯車と比べて最大歯元応力が15%低減した。

次に、ピッチ点において歯面に垂直な繰返し荷重を与えられるように工夫したコルヌ歯車およびインボリュート歯車の試験片を作製し、疲労試験を実施した。その結果、インボリュート歯車と比較して、コルヌ歯車の疲労限度は最大で20%程度向上すること、それにより予想されるピッチ円周力についても23%程度向上することがわかった。

これらの結果から、標準の高トルク伝達用インボリュート歯車に対して、コルヌ歯車はより高い負荷能力をもたらす新しい歯車として期待できる。

文 献

- 1) 寺内喜男, 永村和照, 西條博光: 日本機械学会論文集(C編), 47(417), (1981)
- 2) 長田重慶ほか3名: ロジックスギヤの可能性, 応用機械工学, 337, (1988), p.145.
- 3) K. Nagamura, K. Ikejo, F. G. Tutulan, Proc. Instn. Mech. Eng. B, J. Eng. Manufact., 218 (7), 699-711, (2004).
- 4) 金井彌太郎: クロソイド曲線の設計と設置, 山海堂, 1984, p.1-60.
- 5) 宮奥勉, 兼廣二郎, 佐々木秀和: W02006/109838(2006).
- 6) ISO 6336-3, Calculation of load capacity of spur and helical gears, Part 3, Calculation of tooth bending strength, (1996).