

コルヌ歯車の曲げ応力簡易計算法

佐々木秀和, 宮奥 勉^{*1}

Simplified Calculation Method of Bending Strength of New Tooth Profile Gear Based on Cornu Spiral

SASAKI Hidekazu and MIYAOKU Tsutomu^{*1}

The tooth root stress σ_{\max} by FEM analysis and the bending stress σ_F at Hofer's weakest section was compared with six kinds of gears based on cornu spiral. As the result, followings were found. The point of the tooth root stress σ_{\max} by FEM analysis is near the point of the stress at Hofer's weakest section on tooth profile. And the stress ratios of σ_{\max} and σ_F were about 1.6~1.7. Therefore, it is possible to use Hofer's weakest section and σ_{\max} was able to be calculated by using σ_F on the range of selected cornu parameters.

6種類のコルヌ歯車を用いてFEM解析による最大歯元応力 σ_{\max} とHoferの30度接線法による危険断面における曲げ応力 σ_F を比較した。その結果、最大歯元応力 σ_{\max} の発生位置は危険断面が歯元曲線と交わる位置の近傍にあり、最大歯元応力 σ_{\max} と曲げ応力 σ_F の応力比は1.6~1.7であった。これらから、選択したコルヌ歯車の範囲ではあるが、Hoferの危険断面決定法が有効であることと、曲げ応力 σ_F から簡易的に最大歯元応力 σ_{\max} を算出できることがわかった。

キーワード：コルヌ歯車, 危険断面, 曲げ応力

1. 緒 言

工業用として一般的と言われる歯車はインボリュート歯車である。その設計や加工のし易さ、各種性能バランスに優れているといった特徴から広く利用されている。しかし、さらなる性能向上のニーズは多く、その中でも曲げ強さに対する性能向上のニーズは少なくない。そこで我々は、基本歯形にコルヌ形状を適用することで曲げ強さを向上する新しい歯車を発案した¹⁾。また、これまでに歯元の曲げ強さに関する評価を実施してきている²⁾。

実用上よく用いられている歯元の曲げ強さの評価方法として、歯車の1歯をはりとみなした曲げ応力を歯元応力として取り扱う方法がある。他にもFEM解析により歯元応力を計算する方法がある。しかしながら、形状定義パラメータの選定によって歯形が変化するコルヌ歯車の場合、全ての歯形をFEM解析することは困難であるため実用上簡易的に評価できることが望まれている。

そこで本研究では、歯車の1歯をはりとみなした曲げ応力を歯元強度計算で使用する歯元応力としてコルヌ歯車に適用できるかどうかを確認するため、同時にFEM解析を実施し、比較検討したので報告する。

なお、本研究で使用したコルヌ歯車は、共同研究者により設計されたものであり、“危険断面位置での曲率半径

が異なる”ことを主に意識しつつ実用上想定しうる範囲内で6通りの形状定義パラメータを選定した歯車である。また、具体的な形状定義パラメータを示していないのは、企業の技術情報として公開できないためである。

2. 平歯車における歯元応力のFEM解析

2.1 解析条件

歯車試験片の大きさを表す共通諸元は表1の通りである。FEM解析にはNASTRANを使用し、四節点四角形要素を用いて平面応力状態における二次元解析とする。解析条件を表2に示す。荷重条件は、図1(a)中の最上部に位置する歯の左歯面に集中荷重として負荷する。荷重の大きさはピッチ円周力が2,349Nとなるように計算した歯面法線荷重 F_N を用いる。荷重位置は最悪荷重点とし、歯数18枚同士の歯車のかみ合いシミュレーションを行って求めた。拘束条件は、中心軸周りを回転自由とし、中心軸に設けたキー溝上面により回転を拘束する。

表1 試験歯車共通諸元

モジュール(mm)	4
歯数	18
歯幅(mm)	5
ピッチ円直径(mm)	72
圧力角(度)	20 (コルヌ6のみ20.72)

表2 解析条件

歯車	節点数	要素数	縦弾性係数(GPa)	ポアソン比	歯面法線荷重 F_N (N)
コルヌ1	9720	9285	206	0.3	2521
コルヌ2	10076	9643			2517
コルヌ3	9950	9509			2521
コルヌ4	9793	9357			2561
コルヌ5	9763	9330			2567
コルヌ6	9758	9322			2561

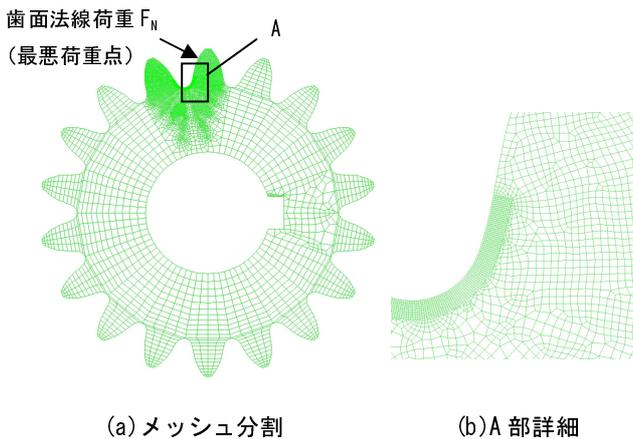


図1 メッシュ分割例(コルヌ1の場合)

2.2 解析結果

歯車試験片における歯元部の最大主応力を最大歯元応力として、またその応力の発生位置を表3に示す。位置については歯車の中心を原点とした直交座標系のX, Y座標で表している。各歯車試験片の最大歯元応力は歯元部の歯面上に発生し、その最大値と最小値の差は11MPaであり、割合にすると3%であった。

表3 解析結果

歯車	最大歯元応力 σ_{max} (MPa)	最大歯元応力の位置 X, Y (mm)
コルヌ1	319	-4.194, 31.764
コルヌ2	325	-4.317, 31.446
コルヌ3	330	-4.480, 31.100
コルヌ4	321	-4.582, 31.228
コルヌ5	320	-4.576, 31.236
コルヌ6	319	-4.579, 31.233

形状定義パラメータを実用的な範囲で変化させた6種類のコルヌ歯車の最大歯元応力 σ_{max} はあまりばらつかない結果であったことから、圧力角20度付近のコルヌ歯車の歯元の曲げ強さに対する性能はこのあたりにあると予測できる。

3. 平歯車における歯元の曲げ応力

3.1 計算条件

歯車の1歯をはりとみなした歯元の曲げ応力計算を行う。歯元応力算出に必要な歯元断面の決定方法は、インボリュート歯車の歯元応力計算でよく利用されているHoferの30度接線法³⁾を使用する。得られた歯元断面を危険断面とする。これを図2に示す。歯車試験片は2章のFEM解析と同一の歯車試験片を使用する。荷重条件も同様に最悪荷重点に歯面法線荷重 F_N を集中荷重として負荷する。歯車試験片の危険断面長さ S_F 、はりの高さ H 、危険断面と歯面法線荷重 F_N とのなす角 β および参考として危険断面位置における歯元の曲率半径 ρ を表4に示す。

表4 試験歯車の計算条件

歯車	危険断面長さ S_F (mm)	はりの高さ H (mm)	危険断面と歯面法線荷重とのなす角 β (°)	曲率半径 ρ (mm)
コルヌ1	8.251	4.869	24.083	1.372
コルヌ2	8.457	5.121	23.710	4.519
コルヌ3	8.735	5.448	23.991	1.326
コルヌ4	8.838	5.618	27.063	1.775
コルヌ5	8.836	5.499	26.948	1.641
コルヌ6	8.852	5.353	26.196	3.499

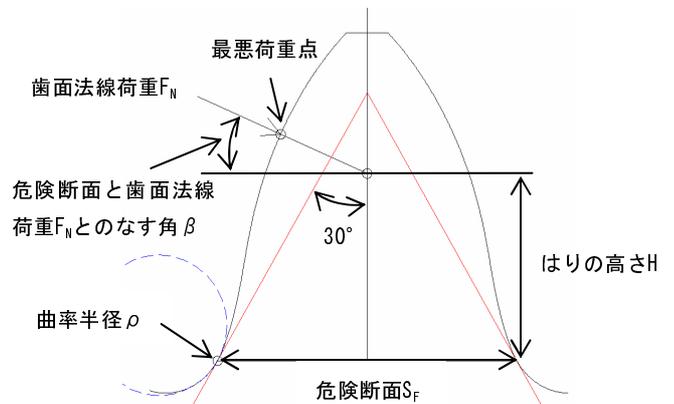


図2 危険断面決定法(30度接線法)

3.2 計算結果

歯元の曲げ応力は式(1)を用いて計算する。計算結果および危険断面が図2の左歯面における歯元曲線と交わる位置を表5に示す。その位置は歯車の中心を原点とした直交座標系のX, Y座標とする。歯車試験片の応力値の最大値と最小値の差は10MPaであり、割合にすると5%であった。

$$\sigma_F = F_N \cos \beta \times H \div \left(\frac{S_F^2 \times b}{6} \right) \dots (1)$$

表5 計算結果

歯車	歯元に作用する曲げ 応力 σ_F (MPa)	危険断面が歯元曲線と 交わる位置 X, Y (mm)
コルヌ1	198	-4.125, 31.874
コルヌ2	198	-4.228, 31.584
コルヌ3	197	-4.367, 31.267
コルヌ4	197	-4.419, 31.466
コルヌ5	193	-4.418, 31.467
コルヌ6	188	-4.426, 31.455

4. 最大歯元応力と曲げ応力との比較

2章で行ったFEM解析結果と、3章で行った歯元の曲げ応力計算結果を合せて考察する。

まずは、応力発生位置について、いずれの歯車試験片においてもFEM解析による最大主応力の発生位置は、危険断面が歯元曲線と交わる位置よりも歯元側に発生している。位置のずれ量としては、直線距離で最小0.13mm～最大0.29mmであった。これは歯車試験片の1歯の大きさ（モジュール4mm，全歯たけ9mm程度）を考慮するとそれほど大きいものではないといえる。したがって、本研究で使用した実用的な歯形形状を有するコルヌ歯車の曲げ応力の計算においては、簡易的な危険断面の導出方法にHoferの30度接線法を利用できることがわかった。

次に、応力値の比較に関しては、FEM解析による最大歯元応力を歯元の曲げ応力で除した値を応力比として表6に示す。その値としては1.6～1.7の範囲にあり、顕著な差は見られない結果となった。この原因としては、2章のFEM解析による最大歯元応力が、歯元の曲率半径の影響を考慮した形で計算結果に反映されるにもかかわらず、顕著な差が見られなかったこと及び3章の歯元の曲率半径の影響を考慮していない歯元の曲げ応力値の応力差も比較的小さかったことにある。また、このことは本研究において選定したコルヌ歯車の形状変化の範囲では、危険断面付近で発生する最大歯元応力が曲率半径の影響よりもむしろ全体的な歯元形状の影響を受けやすいと考えられる。

表6 最大歯元応力と歯元の曲げ応力との関係

歯車	応力比 (σ_{max} / σ_F)
コルヌ1	1.6
コルヌ2	1.6
コルヌ3	1.7
コルヌ4	1.6
コルヌ5	1.7
コルヌ6	1.7

さらに、この応力比をインボリュート歯車の曲げ強さ計算における歯形形状に関する歯形係数のようなものとしてとらえた場合、実用的な形状として設計された6種類のコルヌ歯車においては、歯車1歯をはりとみなした歯元の曲げ応力に対して応力比(1.6～1.7)を掛け合わせることで、歯元の最大歯元応力を簡易的ではあるが把握できることがわかった。

5. 結 言

本研究で使用した形状定義パラメータの異なる6種類のコルヌ歯車試験片において、FEM解析による最大歯元応力およびHoferの30度接線法による危険断面を用いた歯元の曲げ応力において、以下の結果を得た。

1) FEM解析による最大歯元応力 σ_{max} の位置は、全ての場合において危険断面よりも歯元側に発生したが、危険断面が歯元曲線と交わる位置の近傍（最大でも0.29mmの直線距離であり、全歯たけから見て約3%程度の位置ずれ量である）であった。したがって本研究に使用した歯車試験片においては、Hoferの30度接線法による危険断面決定法は有効であることがわかった。

2) FEM解析による最大歯元応力 σ_{max} と歯車の1歯をはりとみなしたときの歯元の曲げ応力 σ_F との間に次の関係を得た。

$$\sigma_{max} / \sigma_F \rightarrow 1.6 \sim 1.7$$

これにより簡易的ではあるが、歯元の曲げ応力 σ_F にこの応力比を使ってFEM解析をすることなく、最大の歯元応力値を検討付けができることがわかった。ただし、上述の結果は、ある範囲のコルヌ歯車によるものであり、全てのコルヌ歯車について適用できることを意味しているものではない。そのため、今後新たなコルヌ歯車を設計する際には、適宜FEM解析を利用して歯元応力を計算する必要がある。

文 献

- 1) 宮奥勉，兼廣二郎，佐々木秀和：W02006/109838 (2006)。
- 2) 佐々木秀和ほか5名：広島県立総合技術研究所東部工業技術センター研究報告，22，1-5 (2009)。
- 3) 日本機械学会：技術資料 歯車強さ設計資料，丸善，1996，p. 10。