

1 次の各問いに答えよ。

(1) $5!$ を 2 で繰り返し割る操作を続けるとき、
 $5! \div 2 = 120 \div 2 = 60$, $60 \div 2 = 30$, $30 \div 2 = 15$
と 3 回余りを出さずに割ることができる。同様に $2025!$ を 2 で繰り返し割る操作を続けるとき、何回余りを出さずに割ることができるか。

(2) ある自然数 N は 2 進数で表すと 1 が a 回現れる。
この N について $N!$ を 2 で繰り返し割る操作を続けるとき、何回余りを出さずに割ることができるか。 N , a を用いて表せ。

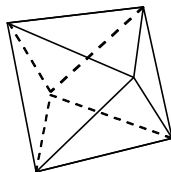
2 $\triangle OAB$ において、辺 OA 上に点 P , 辺 OB 上に点 Q (ただし頂点は除く) を $OP = OQ$ となるようにとり、線分 AQ と線分 BP の交点を R とする。
 $AR : RQ = BO : OP$ が成り立つとき、次の問に答えよ。

(1) OA を OB を用いて表せ。

(2) $OP = x$, $OB = y$ とする。点 R が $\triangle OAB$ の外心であるとき、 $\frac{y}{x}$ のとりうる値の範囲を求めよ。

- 3 正八面体の各面に1～8までの数字が1つずつ書かれた八面ダイス（以降ダイス）を投げたとき，上の面に書かれた数字を目と呼ぶこととする。次の問いに答えよ。ただし，どの目の出る確率も等しいとする。

- (1) 3個のダイスを投げたとき，目の和が6となる確率を求めよ。
- (2) 3個のダイスを投げたとき，目の和が21となる確率を求めよ。
- (3) 3個のダイスを投げたとき，目の積が6の倍数となる確率を求めよ。
- (4) n 個のダイスを投げたとき，目の積が8の倍数となる確率を求めよ。
- (5) n 個のダイスを投げる。出た目の最大値を M ，最小値を m とするとき， $M - m < 6$ となる確率を求めよ。ただし， n は2以上の自然数とする。



- 4 [1] 次の等式が成り立つような数列 $\{a_n\}$ の一般項の例を1つ見つけ，それが条件を満たすことを示せ。ただし， m, n は自然数とする。

$$(1) \quad a_{m+n} = a_m a_n$$

$$(2) \quad a_{mn} = a_m + a_n$$

- [2] 次の等式が成り立つような数列 $\{a_{p,q,r}\}$ の一般項の例を1つ見つけ，それが条件を満たすことを示せ。ただし， p, q, r は自然数とする。

$$a_{p,q,r} = a_{p-1,q,r} + a_{p,q-1,r} + a_{p,q,r-1}$$

【EX】 次の等式が成り立つような数列 $\{a_{x_1, x_2, \dots, x_n}\}$ の一般項の例を1つ見つけ，

それが条件を満たすことを示せ。ただし， $x_1, x_2, \dots, x_n$ は自然数とする。

また，例示した一般項が何を意味する式であるか，説明せよ。

$$a_{x_1, x_2, \dots, x_n} = a_{x_1-1, x_2, \dots, x_n} + a_{x_1, x_2-1, \dots, x_n} + \dots + a_{x_1, x_2, \dots, x_n-1}$$
