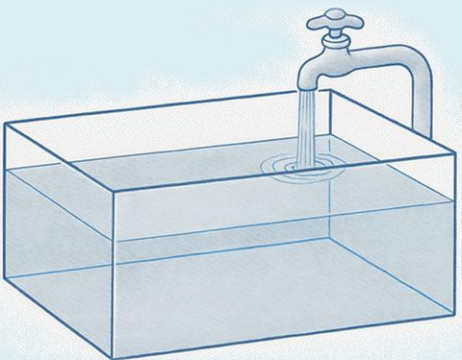


関数領域における系統性を意識した指導のための参考資料

関数関係 つまずき	比例	反比例	一次関数	関数 $y = ax^2$
【関数関係の意味理解】 【つまずき】 関数関係をどのようにして捉えればよいか分からない。 【指導のポイント】 ともなって変わる2つの変量への着目を促し、生徒が変化の様子を捉えることで、「〇〇にともなって●●が変わる。」と表現する場面を設定しましょう。 【算数科との関連】 第4学年 「変化の様子と表や式」を参考にしましょう。	水槽に水を入れていくとき、 ともなって変わる2つの数量をみつけましょう。  期待する生徒の 数学的な表現 水を一定の割合で入れていくとき、「水を入れる時間」にともなって「水位」が変わる。 期待する生徒の 数学的な表現 水を一定の割合で入れていくとき、「1分間に入れる水の量」にともなって「満水になる時間」が変わる。 期待する生徒の 数学的な表現 水を一定の割合で入れていくとき、60 cmの高さまで水が入っているとき、「水を入れる時間」にともなって「水位」が変わる。			※ 「割合」の理解につまづきが見られる生徒の指導については、次の資料も参考にしてください。 土堂小学校版！算数科「思考力・表現力」の系統性－割合の学習につながる立式の系統性に着目して－ https://www.pref.hiroshima.lg.jp/uploaded/attachment/632792.pdf 
【つまずき】 関数であるかどうかを判断する方法が理解できていない。 【指導のポイント】 事象において、対応する2つの値の組への着目を促し、取り出した2つの変量について、生徒が関数の定義にあわせて「変数 x、y について x の値を1つ決めると、y の値がただ1つ決まるとき、y は x の関数であるという。」と表現する場面を設定しましょう。	y は x の関数であるといえますか？ どうしてそのように考えたのか説明してみましょう？ 1つ100円のアメを x 個買ったときの代金を y 円 期待する生徒の 数学的な表現 「代金」は「アメの個数」の関数である。 理由は、アメの個数が1個のとき代金は100円、2個のとき代金は200円と個数を決めると代金がただ1つに決まるからである。 分速 x mで1000m進んだ時の時間を y 分 期待する生徒の 数学的な表現 「時間」は「速さ」の関数である。 理由は、分速が10m/分のとき1000m進むのにかかった時間は100分、20m/分のとき50分と速さを決めると時間がただ1つに決まるからである。 底から60 cmの高さまで水が入ったプールに x 分間に50 cmずつ水を入れた時の水位を y cm 期待する生徒の 数学的な表現 「水位」は「水を入れる時間」の関数である。 理由は、1分後の水位は110 cm、2分後の水位は160 cmと時間を決めると水位がただ1つに決まるからである。 1辺が x cmの正方形の面積を y cm² 期待する生徒の 数学的な表現 「正方形の面積」は「1辺の長さ」の関数である。 理由は、1辺が1 cmのとき正方形の面積は1 cm²、2 cmのとき正方形の面積は4 cm²と1辺の長さを決めると面積はただ1つに決まるからである。			

関数関係		比例	反比例	一次関数	関数 $y = ax^2$																																																
つまずき		x と y にはどのような関係があるといえますか？ そのことは、表をどのようにみれば、その関係になることが分かりますか？																																																			
【つまずき】 事象にどんな関数関係があるのか、表を用いて判断する方法が分からない。 【指導のポイント】 どの関数関係かについて既知の関数関係の特徴に関連させて判断する場面を設定しましょう。 【算数科との関連】 第4学年 「変化の様子と表や式」を参考にしましょう。		1つ100円のアメを x 個買ったときの代金を y 円 x と y の関係を表に表すと <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td></tr></table> 期待する生徒の数学的な表現 x の値が2倍、3倍…になると、 y の値も2倍、3倍…になるから y は x に比例する。	x	0	1	2	3	4	y	0	100	200	300	400	分速 x mで 1000m進んだ時の時間を y 分 x と y の関係を表に表すと <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>×</td><td>1000</td><td>500</td><td>$\frac{1000}{3}$</td><td>250</td></tr></table> 期待する生徒の数学的な表現 x の値が2倍、3倍…になると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、$\frac{1}{3}$ 倍…になるから y は x に反比例する。	x	0	1	2	3	4	y	×	1000	500	$\frac{1000}{3}$	250	底から 60 cmの高さまで水が入ったプールに x 分間に 50 cmずつ水を入れた時の水位を y cm x と y の関係を表に表すと <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>60</td><td>110</td><td>160</td><td>210</td><td>260</td></tr></table> 期待する生徒の数学的な表現 x の値が1ずつ増加すると、 y の値は 50 ずつ増加するから y は x の一次関数である。	x	0	1	2	3	4	y	60	110	160	210	260	縦 x cm、横 $2x$ cmの長方形の面積を y cm² x と y の関係を表に表すと <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td></tr></table> 期待する生徒の数学的な表現 x の値が2倍、3倍…になると、 y の値は2²倍、3²倍…になるから y は x の2乗に比例する。	x	0	1	2	3	4	y	0	2	8	18	32
x	0	1	2	3	4																																																
y	0	100	200	300	400																																																
x	0	1	2	3	4																																																
y	×	1000	500	$\frac{1000}{3}$	250																																																
x	0	1	2	3	4																																																
y	60	110	160	210	260																																																
x	0	1	2	3	4																																																
y	0	2	8	18	32																																																
【式の表し方】		x と y にはどのような関係があるといえますか？ 何をみて判断したのか説明しましょう。																																																			
【つまずき】 事象にどんな関数関係があるかを、式を用いて判断することができない。 【指導のポイント】 事象において2つの変数の関係に着目することを促し、それを言葉の式などを用いて捉え、x、yで表した式を根拠に判断する場面を設定しましょう。 【算数科との関連】 第6学年 「比例の関係や性質」 「反比例の関係」を参考にしましょう。		1つ100円のアメを x 個買ったときの代金を y 円 言葉の式で表すと、 (代金) = 100 × (アメの個数) 期待する生徒の数学的な表現 x と y の関係を式に表すと $y = 100x$ $y = ax$ だから y は x に比例する。	分速 x mで 1000m進んだ時の時間を y 分 言葉の式で表すと、 (時間) = 1000 ÷ (速さ) 期待する生徒の数学的な表現 x と y の関係を式に表すと $y = \frac{1000}{x}$ $y = \frac{a}{x}$ だから y は x に反比例する。	底から 60 cmの高さまで水が入ったプールに x 分間に 50 cmずつ水を入れた時の水位を y cm。 言葉の式で表すと、 (水位) = 50 × (時間) + 60 期待する生徒の数学的な表現 x と y の関係を式に表すと $y = 50x + 60$ ($y = 60 + 50x$) $y = ax + b$ だから y は x の一次関数である。	縦 x cm、横 $2x$ cmの長方形の面積を y cm² 言葉の式で表すと、 (面積) = (縦) × (横) 期待する生徒の数学的な表現 x と y の関係を式に表すと $y = 2x^2$ $y = ax^2$ だから y は x の2乗に比例する。																																																
x、y の関数関係を式に表すことで、どんな関数かを判断することができるね。																																																					

つまずき

関数関係

【つまずき】
式を表と関連付けて表す方法を理解することができない。

【指導のポイント】
変数 x 、 y の変化や対応に着目することを促し、定数 a 、 b と関連付けて考える場面を設定しましょう。

【算数科との関連】
第6学年
「比例の関係や性質」
「反比例の関係」
を参考にしましょう。

比例

反比例

一次関数

関数 $y = ax^2$

ある関数関係について、表をもとにして式に表すことができますか？

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

期待する生徒の
数学的な表現

x の値が1のとき、 y の値の2が式の a だから
 $2 = a \times 1$
 $y = 2x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-\frac{8}{3}$	-4	-8	$\times$	8	4	$\frac{8}{3}$

期待する生徒の
数学的な表現

x の値が1のとき、 y の値の8が式の a だから
 $1 \times 8 = a$
 $y = \frac{8}{x}$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-1	1	3	5	7	9

期待する生徒の
数学的な表現

x の値が1ずつ増加するときの y の増加量の2が式の a で、 x の値が0のときの y の値3が b だから $y = 2x + 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	18	8	2	0	2	8	18

期待する生徒の
数学的な表現

x の値が1のとき、 y の値の2が式の a だから
 $y = 2x^2$

表から、関数関係を表す式の定数 a や b に
当たる部分を見つけることができるね。

関数関係

つまずき

【つまずき】
表を縦にみる「対応」に着目したとき、具体的な計算方法での対応の仕方を捉えることができない。

【指導のポイント】
対応する x と y の値に着目することを促し、生徒が積や商で表されることを明らかにし、それを関数関係を表す式と関連させて説明する場面を設定しましょう。

【算数科との関連】
第4学年
「変化の様子や表や式」
第6学年
「比例の関係や性質」
「反比例の関係」
を参考にしましょう。

比例

反比例

一次関数

関数 $y = ax^2$

x と y の関係について、表を縦にみることで明らかにし、それを説明しましょう。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

$-4 \div (-2) = 2$

$2 \div 1 = 2$

期待する生徒の数学的な表現

y の値を x の値で割った商が一定で、2になっている。
($y \div x = a$)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-\frac{8}{3}$	-4	-8	$\times$	8	4	$\frac{8}{3}$

$-2 \times (-4) = 8$

$1 \times 8 = 8$

期待する生徒の数学的な表現

x の値と y の値の積が一定で、8になっている。
($x \times y = a$)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-1	1	3	5	7	9

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	18	8	2	0	2	8	18

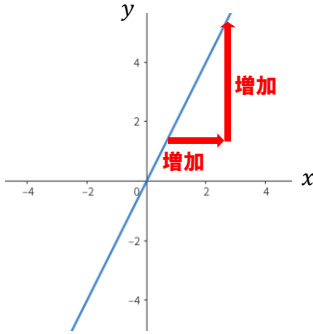
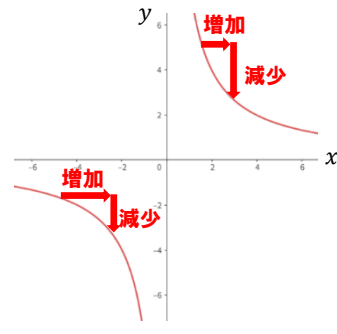
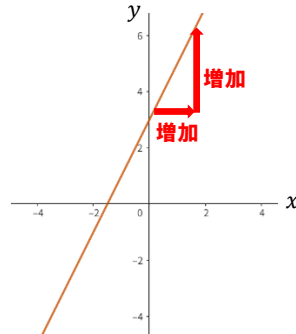
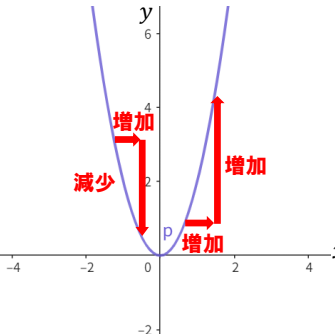
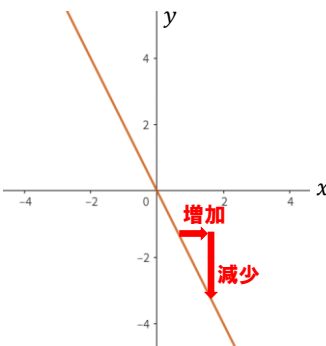
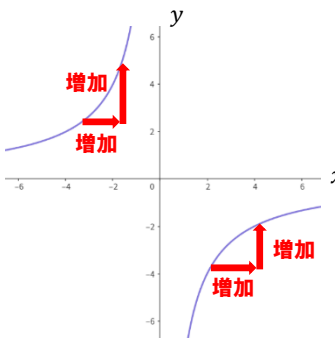
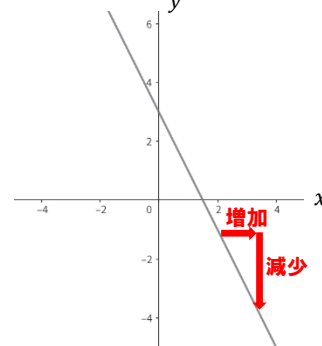
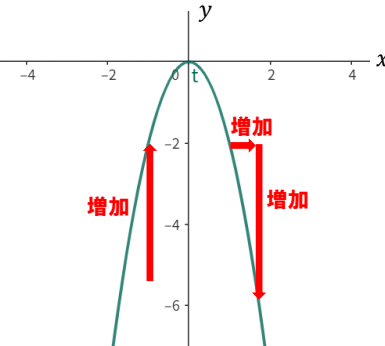
$8 \div (-2)^2 = 2$

$2 \div 1^2 = 2$

期待する生徒の数学的な表現

y の値を x^2 で割った商が一定で、2になっている。
($y \div x^2 = a$)

表の x と y の対応をみることで、関数関係を表す式の a に当たる値を見つけることができるね。

関数関係		比例	反比例	一次関数	関数 $y = ax^2$
つまずき		【グラフの表し方】 x が増加するのにもなって y の変化の様子について、グラフではどのように表されるのか説明しましょう。			
【つまずき】 関数関係を表す式の定数から、グラフの形や x、y の変化の様子を捉えることができない。 【指導のポイント】 式の定数 a の値の大小に着目することを促し、生徒がグラフの形や x、y の変化の様子を捉え、グラフの傾き、グラフを表す位置や y の増減が変わることを説明する場面を設定しましょう。 【算数科との関連】 第6学年 「比例の関係や性質」 「反比例の関係」 を参考にしましょう。		 右上がりの直線になる。 期待する生徒の数学的な表現 $y = ax$ の a の値が正の数 のとき、x の値が増加するにつれて、y の値は増加する。	 双曲線になる。 期待する生徒の数学的な表現 $y = \frac{a}{x}$ の a の値が正の数 のとき x の値が増加するにつれて、y の値は減少する。	 右上がりの直線になる。 期待する生徒の数学的な表現 $y = ax + b$ の a の値が正の数 のとき x の値が増加するにつれて、y の値は増加する。	 放物線になる。 期待する生徒の数学的な表現 $y = ax^2$ の a の値が正の数 のとき x の値が負の数の範囲で x の値が増加するにつれて y の値は減少し、x の値が正の数の範囲で x の値が増加するにつれて y の値は増加する。
		 右下がりの直線になる。 期待する生徒の数学的な表現 $y = ax$ の a の値が負の数 のとき x の値が増加するにつれて、y の値は減少する。	 双曲線になる。 期待する生徒の数学的な表現 $y = \frac{a}{x}$ の a の値が負の数 のとき x の値が増加するにつれて、y の値は増加する。	 右下がりの直線になる。 期待する生徒の数学的な表現 $y = ax + b$ の a の値が負の数 のとき x の値が増加するにつれて、y の値は減少する。	 放物線になる。 期待する生徒の数学的な表現 $y = ax^2$ の a の値が負の数 のとき x の値が負の数の範囲で x の値が増加するにつれて y の値は増加し、x の値が正の数の範囲で x の値が増加するにつれて y の値は減少する。

関数関係をグラフに表すことで

関数関係をグラフに表すことで、
 x の値が増加するときの y の値の
変化の様子がよく分かるようになるね。