数学科教育

見通しをもって作図する力を育成する指導の工夫
― 解析的思考を重視した学習活動を通して ―

尾道市立高西中学校　金子　浩之

研究の要約

本研究は，解析的思考を重視した学習活動を通して，見通しをもって作図する力を育成する指導の工夫について考察したものである。文献研究から，見通しをもって作図したり，作図の方法を見直しその基になっている図形の性質を理解したりする力が育成されない主な要因として，作図指導が作図のかき方指導に陥りやすいことが挙げられている。そこで，図形の論証において，生徒が主体的に証明の構想を立てる際に有効な方法である解析的思考を作図指導に応用する。第１学年「平面図形」における作図を，与えられた手順通りに作図させるのではなく，数学的推論の基礎として捉え，証明で用いられている解析的思考を取り入れた結果，生徒は見通しをもって作図でき，その理由や根拠を説明することができた。このことから，解析的思考を重視した学習活動は，見通しをもって作図する力を育成することに有効であることが分かった。

キーワード：見通し　作図　解析的思考

Ⅰ　主題設定の理由

中学校学習指導要領（平成20年）数学第１学年の２内容には，「観察，操作や実験などの活動を通して，見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深める」[1)]とあり，見通しをもって作図することの重要性が示されている。

しかしながら，全国学力・学習状況調査（以下,「全国調査」とする。）における作図の根拠や理由を問われる問題の過去３年間の平均正答率は54.8%であり，見通しをもって作図したり，作図の方法を見直しその基になっている図形の性質を理解したりすることに課題があると報告されている。

そこで本研究では，作図問題を解決する過程において，作図の方法をさかのぼって思考させる解析的思考を重視する。そのことで，見通しをもって作図することができると考える。また，作図に用いた図形の特徴や性質を根拠に，作図の手順を説明し伝え合う活動を通して，平面図形の理解を深めることができると考える。本課題を克服する先行研究は少ないため，論証指導で活用される解析的思考を作図指導に応用した学習活動を実践することで，見通しをもって作図する力を育成することができると考え，本主題を設定した。

Ⅱ　研究の基本的な考え方

１　見通しをもって作図する力について

(1) 見通しとは

中学校第１学年の平面図形の領域では，角の二等分線・垂線・線分の垂直二等分線などの基本的な作図が扱われており，前項で触れたように，中学校学習指導要領にも，作図において見通しをもつことの重要性が示されている。

大久保和義（1995）は，算数・数学教育では問題解決能力の育成が大きな目標の一つで，「この目標を達成するためには，子ども自らが，見通しをもって問題に取り組み，その見通しをもとに，論理的に筋道立てて考えていくことが有効である。」[2)]と述べている。さらに，布川和彦（2007）は「見通しとは，解決で求められているゴールと問題場面について理解していることとのつながりが見えること」[3)]と述べている。また，布川（2005）は「解決の見通しが立たないということは，直面した問題場面に自分の持っている算数・数学の知識を結びつけられないことと考えられる。」[4)]と述べている。

これらのことから,本研究において見通しとは,問題解決を進める上で，自力解決の際に重要な役割をもち，解決で求められているゴールと，問題について理解していることとを，自分のもつ数学の知識で結び付け，そのつながりが見えることと捉える。

(2) 見通しをもって作図する力とは

布川（2005）は問題の解決過程について，図１のようにまとめ，答えを求めるまでの解決過程には二

つあり，一つは中心的アイデアを用いて，与えられた条件から求めるものまでの論理的な道筋である解決過程１，もう一つは，見通しが立たない状況から中心的アイデアを見いだすまでの解決過程２であると定義し，この二つを解決過程として考察していくことが重要であると述べている。

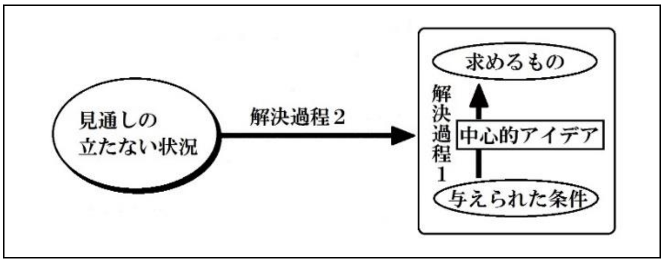


図１　問題の解決過程

中学校学習指導要領解説数学編（平成20年，以下,「解説数学編」とする。）では「中学校数学科において第１学年では，平面図形の対称性に着目することで，見通しをもって作図し，作図方法を具体的な場面で活用する。」[5)]と述べられている。

これを前述した布川の問題の解決過程に当てはめると，作図を解決する際に注目すべき平面図形の対称性が中心的アイデアに当たり，そのアイデアを用いて作図の手順を組み立てる過程が解決過程１に当たる。また，見通しの立たない状況から中心的アイデアにたどり着くまでの過程が，解決過程２に当たる。

以上のことから，本研究において，見通しをもって作図する力とは，作図の見通しの立たない状況から，試行錯誤しながら中心的アイデアを見いだし，自分のもつ数学の知識を根拠として求める図形を作図する力と捉える。

(3) 見通しをもって作図する力が定着しない要因

見通しをもって作図する力が定着しない原因として，次の三つが考えられる。

一つ目は，作図指導が作図のかき方指導に陥りやすいことである。「全国調査」における作図に関わる問題の正答率を表１に示す。

表１　作図に関わる問題の正答率（%）

年　度	H19	H20	H21	H22	H24	H25	H26
正答率	86.2	52.1	45.0	86.7	58.2	49.6	56.7

注目されるのは，作図の手順を問われる問題であった平成19年度と平成22年度の正答率が高く，作図の根拠を問われる問題であったほかの年の正答率が低いことである。このことは，作図はできても，その根拠になる図形の性質を理解したり活用したりできていないことを示している。

また，角の二等分線の展開について，教科書７社を比較した結果を表２に示す。

表２　角の二等分線についての教科書の比較

編集	手がかりになる対称な図形やアイデア	作図の手順	作図の根拠
A社	線対称な四角形（たこ形）	考えさせる	なし
B社	たこ形	示されている	なし
C社	ひし形	示されている	なし
D社	線対称な四角形	示されている	あり
E社	線対称な四角形	示されている	なし
F社	角の対称軸	示されている	なし
G社	等距離にある点の集合	示されている	なし

それぞれ作図の手がかりになる平面図形の対称性やアイデアについては触れているものの，作図の手順を自ら考え導き出させる展開で編集された教科書は１社のみであった。多くの教科書は，作図の手順をはじめから示す形で編集され，全社とも示された手順で作図させる問題は出題されているが，作図の根拠を問う出題は，ひし形でも作図可能である説明を求めた１社のみで，指導者側に意図的な展開の工夫がないと，作図のかき方指導に陥りやすいことが分かる。

二つ目は，既習の基本的な図形の性質が整理されておらず，図形が統合的，包摂的に捉えられていないことである。全国学力・学習状況調査報告書（平成25年）に「作図の手順によってできる点や線分の特徴を，図形の性質と関連付けて捉えられず，見た目で判断している。」[6)]と示されているように，見慣れた図形であっても，辺の長さや角度の大きさの違いにより印象が変わったり，図形が示される向きが違うだけで，手がかりになる図形を見いだせなかったり，その性質や関係性が捉えられなかったりする。

三つ目は，作図問題には手がかりが少なく，問題解決の見通しをもつことが難しいことである。図形の証明においては，まず問題把握の際に，手がかりになる仮定と結論が知らされる。思考の途中では証明の方針が立つまで，結論からさかのぼる思考を取り入れることはあるが，仮定から結論に向かって思考を進めるのが一般的である。しかし，作図問題においては，求めたい図形の性質として結論は知らされるが，作図のスタートになる仮定が知らされない

ため，中心的アイデアにたどり着きにくく，問題解決の見通しをもつことが困難である。

2　解析的思考を重視した指導について

(1) 解析的思考とは

藤本義明・川嵜道広（2001）は，数学的推論の方法を表３のようにまとめ，帰納と類推は数学的な性質や関係を発見する際に大きな役割を果たす方法であるが，得られた性質や関係の一般性を保証するのは演繹であり，数学の証明では演繹的推論が用いられる，と述べている。

表３　数学的推論の方法

帰納	いくつかの特殊な事例を調べて，それから一般的結論を引き出す方法
類推	いくつかの事柄の類似性に着目して，既知である事柄において成立する性質から未知の事柄でもそれが成立するだろうと推測する方法
演繹	仮定から結論を妥当な論理法則によって導出する方法

そしてさらに，藤本・川嵜（2001）は「証明を作りあげていく場合，二つの方法がある。一つは総合（前向き推論）であり，他の一つは解析（後向き推論）である。『総合』とは，あらかじめ真と認められた事柄から出発し，自然な順の推論の連鎖によって事柄を一つ一つ連結して，ついに証明すべき事柄の構成にまで到達する。『解析』とは，証明されるべき事柄から出発して，それが言えるためには何が言えればよいかという方法で思考を進めて，仮定に到達することである。」[7]と述べている。そこで藤本・川嵜の述べる総合,解析をそれぞれ総合的思考，解析的思考として図２に示す。

＜総合＞　Ａ(仮定)→P_1→ … →P_n→Ｂ(結論)

＜解析＞　Ａ(仮定)←P_1← … ←P_n←Ｂ(結論)

図２　総合的思考と解析的思考

黒田稔（1927）によると，総合的思考は証明を簡明に述べる方法であり，解析的思考は証明の発見の方法であるとした上で，簡潔さでは総合的思考にかなわないが，証明の発見方法としての機能をもち合わせる解析的思考を重視すべきことを強調している。黒田の主張を基に総合的思考と解析的思考の対比を表４に示す。

表４　総合的思考と解析的思考の対比

総合的思考	解析的思考
仮定から結論へ進む。	結論から仮定へさかのぼる。
表現が簡潔で分かりやすい。	表現が冗長になりやすく，分かりにくい。
証明の始まり方が突然で，なぜこの道筋なのか分かりにくく，説明も困難である。	証明の段階を自然に進めることができ，なぜこの道筋かが分かりやすい。
教師主導型に陥りやすい。	生徒が主体的に取り組める。

以上のことから，解析的思考とは，結論からさかのぼって考えることにより，生徒が主体的に証明の手がかりになるアイデアや証明の道筋を発見し，自力解決しやすい思考の方法である。

(2) 解析的思考を重視した作図指導について

１（３）において，見通しをもって作図する力が定着しない三つの要因を述べてきた。そこでこれらの要因に対する手立てとして２（１）で述べた解析的思考を応用する。

一つ目の要因である，作図指導が作図のかき方指導に陥りやすい点について，多くの教科書はまず作図の手順を示し，それを基に作図する展開に編集されているが，この展開では生徒は自力で問題解決する機会が少なく，見通しをもって作図することはもちろん，作図後にその手順を見返すこともない。そのため，根拠として活用される平面図形の性質を理解することも難しい。「解説数学編」でも「作図の手順を一方的に与えるのではなく，図形の対称性に着目したり，図形を決定する要素に着目したりして自分で作図の手順を考え」[8]と述べられていることから，本研究では解析的思考を応用し生徒が主体的に作図の手順を考える展開を目指す。総合的思考による学習活動では,作図の手順の始まり方が突然で,なぜそのような手順でかくのかという理由は知らされず，教師主導型の授業に偏りやすい。作図指導の場面における解析的思考による学習活動は，見通しのもちにくい作図問題に直面しても，生徒の学習活動に主体性をもたせることができ，より「解説数学編」の内容を踏まえた指導ができると考える。

二つ目の要因である，既習の基本的な図形の性質が整理されておらず，図形が統合的，包摂的に捉えられていない点について，中学校第１学年の作図の単元では，角の二等分線，垂線，線分の垂直二等分線の作図を学習するが，杉山吉茂（1986）は「中学１年で指導される基本図形は，『たこ形を作る』という考えですべてをまとめて見ることができる」[9]と述べているように，これら三つの作図はたこ形の

性質によって統合的に把握できることが分かる。中学校第１学年で学習する作図を図３に，たこ形の性質を図４に示す。

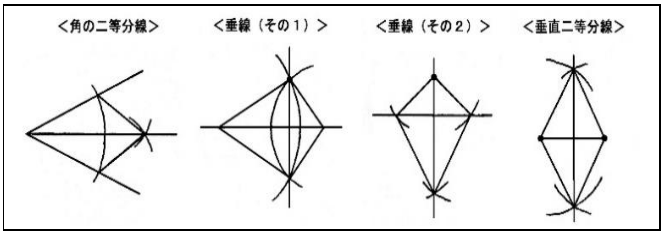


図３　中学校第１学年の作図

（定義）１組のとなり合った２辺が等しく，
その２辺にはさまれない１組の対角が
等しい四角形。
① となり合う２組の辺が等しい。
② 一方の対角線が対角を二等分する。
③ 対角線が互いに直交する。
④ 一方の対角線が他方を二等分する。

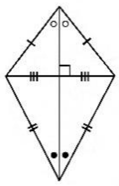


図４　たこ形の性質

このことから，作図問題の解決過程のなかで解析的思考を重視し，たこ形を中心的アイデアとしてその作図や性質を整理していくと三つの作図は図５のように体系化される。そして①ならば②，①ならば③，①ならば③④という命題が構成され，図形を統合的,包摂的に捉えられるようになることが分かる。

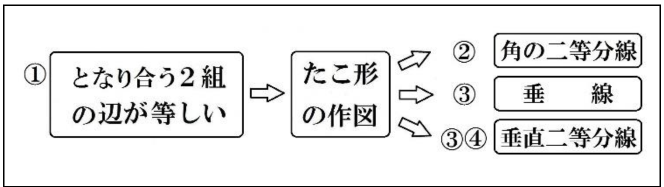


図５　たこ形による作図の体系化

三つ目の要因である，作図問題には手がかりが少なく問題解決の見通しをもつことが難しい点について，証明問題では仮定と結論が知らされるが，作図問題で知らされるのは結論のみである場合が多く，結論からさかのぼって思考する解析的思考が有効である。岡崎正和（2010）が「作図題の解決は，解析の一例といえる。つまり，まずもとめる図形が得られたとして作図の手がかりを見つける（解析）」[10)] と述べているように，作図問題の解決過程そのものが解析的思考であり，結論から手がかりになるアイデアを発見していく解析的思考が有効である。

以上のことから，三つの要因を解決するための手立てとして，作図指導に解析的思考を応用させることは非常に有効であると捉える。

(3) 作図問題の解決過程について

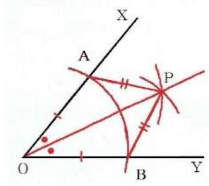
仲田紀夫（1981）を参考に，作図問題の解決過程をまとめたものを表５に示す。

表５　作図問題の解決過程

解析	与えられた条件を整理し，問題が解けたとして条件を分析し，解の方針を探る。
作図	解析から得た方法で実際に作図する。
証明	この作図解が正しいことを論証する。
吟味	この作図がつねに可能か，条件に適する図形がさらに作れないか，あるいは，この作図の中で除くべきもの（条件に合わないもの）がないかなどを検討したり，補足したりする。

また，仲田（1985）を参考に，表５の四つの過程を具体例で示すと図６のようになる。本研究では，中学校第１学年という学習段階に配慮し，四つの過程のうち，「証明」は第２学年以降で学習する内容であるため，必ずしも厳密な証明にこだわらず，具体的な操作活動を基にして，自分なりに納得し，相手を説得する程度にする。また「吟味」は「証明」に含めるものとする。

【例】与えられた角の二等分線
をひきなさい。



〔解析〕
角の二等分線になる
直線 OP をフリーハンドで
かき，たこ形を根拠に
作図の手がかりをつかむ。

〔作図〕
与えられた∠XOY の辺 OX，OY 上に等しい長さの線分 OA，OB をとり，２点 A，B から等しい距離にある点 P をとる。点Ｏと点Ｐを通る直線をひく。

〔証明〕
△OPA と△OPB で，
OA＝OB　………①
AP＝BP　………②
OP は共通　………③
①②③より，３組の辺がそれぞれ等しいから
△OPA≡△OPB
合同な三角形の対応する角は等しいから，
∠AOP＝∠BOP
したがって，直線 OP は∠XOY の二等分線である。

〔吟味〕
作図はつねに可能であり，与えられた角の二等分線はただ１つである。

図６　作図問題の解決過程の具体例

３　解析的思考を重視した作図指導のモデル

これまでに述べてきたことをもとに，解析的思考を重視した作図指導のモデルを図７に示す。

図７　解析的思考を重視した作図指導のモデル

Ⅲ　研究の仮説と検証の視点と方法

研究の仮説と，検証の視点と方法を表６に示す。

表６　研究の仮説と検証の視点と方法

研究の仮説	解析的思考を重視した指導を行うことにより，見通しをもって作図する力を育成することができるであろう。

検証の視点	検証の方法
(1) 解析的思考を用いて，見通しを図に表すことができたか。	行動観察 ワークシート
(2) 作図ができ，作図の理由や根拠の説明を記述することができたか。	プレテスト ポストテスト ワークシート

Ⅳ　研究授業について

1　研究授業の内容

(1) 研究授業の計画

○　期　間　平成26年12月15日～平成26年12月19日

○　対　象　所属校第１学年（１学級30人）

○　単元名　平面図形（基本の作図）

○　目　標

・角の二等分線や垂線，線分の垂直二等分線の作図方法を理解し，作図できる。

・見通しをもって作図の手順を考え，説明できる。

○　学習指導計画（全６時間）

1	プレテスト（正三角形，正六角形の作図）
2	正六角形の作図の復習・線対称な図形の復習
3	【問題１】角の二等分線の作図
4	【問題２】垂線（その１）の作図
5	【問題３】垂線（その２）の作図
6	ポストテスト（線分の垂直二等分線の作図，全国学力・学習状況調査，「基礎・基本」定着状況調査の作図に関する問題）

(2) 解析的思考を重視した指導を行うための工夫

ア　授業展開について

本単元の目標は，作図の手順を理解し，実際に作図できるようになることであるが，さらに見通しをもって作図する力を育成するためには，作図の手順を指導者が示すのではなく，解析的思考をすることで作図の手順を生徒が導き出す学習活動を取り入れた。また検証授業の前に，作図の手順を導き出すための中心的アイデアとして，たこ形を含む線対称な図形の性質について確認した。

イ　見通しの図について

本研究では解析的思考の過程を図に表す。この図を「見通しの図」とし，ワークシートの作図の解答欄とは別にスペースを設ける。実際の作図に入る前の段階で，図７の作図指導のモデルで示した解析的思考の過程を，「見通しの図」に思考をたどりながら表していくことで作図の手順を見いだす。この図により作図の前に見通しをもちやすくすることができると考える。ワークシートの例を図８に示す。

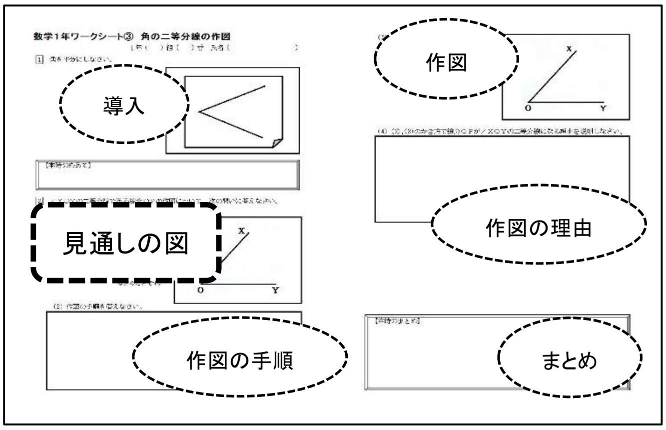


図８　ワークシートの例

２　研究授業の分析と考察

(1) 解析的思考を用いて，見通しを図に表すことができたか

　作図問題の解決において，見通しをもつことができているかを第３時と第５時のワークシートの記述を基に検証する。作図の見通しを五つの段階に分け，「見通しの図」を分析した。第３時の角の二等分線と第５時の垂線の作図の見通しの段階を表７に，その変容をクロス集計表で表８に示す。

表７　第３時と第５時における見通しの段階

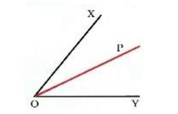
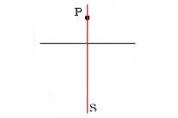
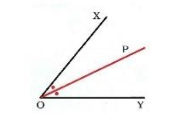
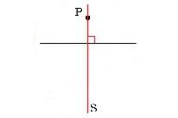
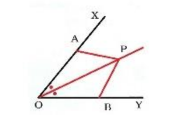
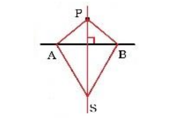
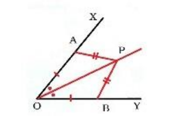
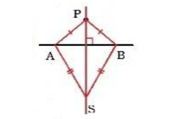
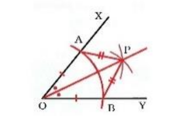
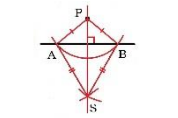
段　階		第３時	第５時
Ⅰ	作図したい図形の完成イメージ		
Ⅱ	作図したい図形の性質		
Ⅲ	作図の手がかりになる図形		
Ⅳ	作図の手がかりになる図形の性質		
Ⅴ	かき方やコンパスのイメージ		

表８　第３時と第５時における見通しのクロス集計

第３時＼第５時	Ⅴ	Ⅳ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	計(人)
Ⅴ	11	2	1	0	0	14
Ⅳ	5	0	0	0	0	5
Ⅲ	3	1	1	0	0	5
Ⅱ	1	0	0	0	0	1
Ⅰ	2	0	0	0	0	2
計(人)	22	3	2	0	0	27

　表８についてｔ検定（片側検定）を行うと，有意水準１％において，第５時では第３時よりも見通しをもてたことが認められた。また作図の見通しをもつことができた段階Ⅴの生徒は，14人（51.9％）から22人（81.5％）に増加した。

　第３時において，段階Ⅲに到達していなかった３人の生徒は，作図したい図形や定義を図に表すことはできていたが，手がかりになる図形を見いだすことができていなかった。しかし，第３時から第５時へと解析的思考を重視した授業を経験するなかで，段階Ⅴへ到達できるようになった。

　第３時と第５時を比較したとき，見通しの段階が上がった人数は12人（44.4％），下がった人数は３人（11.2％）であった。残り12人（44.4％）の生徒には変化がなかったことになるが，このうち11人は第３時から段階Ⅴであった。この結果から，おおむね見通しをもつことができているといえる。12人の生徒の段階が上がっていることから，これまで経験の少ない解析的思考を重視したことによる効果があったことが分かる。

　一方，段階の下がった３人の生徒について原因を分析すると，そのうち２人は見通しの段階Ⅳまで到達しており，作図の手順を記述することに課題を残すが，実際の作図が正しくかけていることから，おおむね見通しをもって作図することができたと捉えることができる。残る１人は作図の手がかりになる図形を見抜く見通しの段階Ⅲには到達しているが，手がかりになる図形の位置や向きが第３時と第５時では異なるため，図形の性質やそれを基に考える作図の手順まで到達できていない。解析的思考に慣れておらず，「見通しの図」を活用することに課題がある。

(2) 作図ができ，作図の理由や根拠の説明を記述することができたか

ア　作図ができたか

　作図ができたかをプレテスト，ポストテスト及びワークシートにより検証する。作図問題の正答率を表９に示す。

表９　作図問題の正答率

時間	問　　題	正答率（％）
第１時	プレテスト 正三角形の作図	85.7
第３時	【問題１】 角の二等分線の作図	70.4
第４時	【問題２】 垂線（その１）の作図	85.7
第５時	【問題３】 垂線（その２）の作図	92.9
第６時	ポストテスト 垂直二等分線の作図	82.1

　第１時に実施したプレテストの作図問題は小学校第３学年で学習する正三角形であり，正答率は高い。第３時から第５時では，解析的思考を重視した学習を行うことで徐々に正答率が上がった。一方，第６時に実施したポストテストでは正答率が下がった。その原因は二つ考えられる。一つは，垂直二等分線の意味の理解が不十分であったことである。垂直二等分線には，垂直と二等分という二つの条件がある

ことを理解できていない生徒がいた。もう一つは，図形を包摂的に捉えられていないことである。手がかりになる図形としてひし形を導き出した場合に，たこ形との関係が捉えられない生徒がいた。しかし作図の手順を一切示されないなかでも，82.1%の生徒が作図の手順を自力で導き出し，作図できたことは，解析的思考による見通しの効果と考える。

イ　作図の理由や根拠の説明を記述できたか

作図の理由や根拠の説明を記述できたかを，プレテストとポストテストとの比較により検証する。

説明の基準として，①手がかりになる図形とその性質，②作図したい図形の条件，を設定した。プレテストとポストテストの問題，正答例及び解答類型ⅠからⅣを表10に，その変容をクロス集計表で表11に示す。

表10　プレテストとポストテストの問題及び解答類型

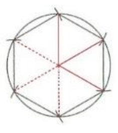
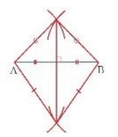
	プレテスト	ポストテスト
問題	この手順（省略）で正六角形がかける理由を説明しなさい。 	考えた手順で垂直二等分線がかける理由を説明しなさい。 
正答例	①半径と同じ長さで円周上を区切ると，正三角形が六つできる。②六つの辺が半径と等しく，60＋60＝120 で六つの角が等しいから。	①二組の隣り合う辺が等しいので，線対称な図形たこ形になる。②たこ形の対角線は互いに垂直に交わり，一方は中点で交わるから。
Ⅰ	問題の意味を理解している。	問題の意味を理解している。
Ⅱ	手がかりの図形が六つの正三角形であることを記述している。	手がかりの図形がたこ形であることを記述している。
Ⅲ	正三角形を理由に，すべての辺の長さが等しいこと，またはすべての角の大きさが等しいことのどちらかを記述している。	たこ形を理由に，対角線が垂直に交わっていること，または一方の中点で交わっていることのどちらかを記述している。
Ⅳ	正三角形を理由に，すべての辺の長さが等しいこと，すべての角の大きさが等しいことの両方を記述している。	たこ形を理由に，対角線が垂直に交わっていること，一方の中点で交わっていることの両方を記述している。

表11　作図の根拠について記述のクロス集計

ポストテスト ＼ プレテスト	Ⅳ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	無解答	計（人）
Ⅳ	0	0	0	0	0	0
Ⅲ	4	6	0	0	0	10
Ⅱ	0	0	0	0	1	1
Ⅰ	0	7	3	0	2	12
無解答	1	2	0	0	2	5
計（人）	5	15	3	0	5	28

表11についてｔ検定（片側検定）を行うと，有意水準１％において，ポストテストでは，説明を記述できていると認められた。無解答の生徒が５人いることからも分かるように，多くの生徒は記述による説明を苦手としている。作図の単元は，中学生になって初めて学習する図形領域であり，徐々に数学的表現に慣れさせる必要がある。

段階Ⅳの比較を見ると，０人から５人（17.9%）に増加しているが，正答率はかなり低い。原因としては，記述や説明の経験不足が考えられるが，研究授業のなかで経験を積む間に，たこ形の対称性を利用し，記号やアルファベットを用いながら，複数の条件について根拠を示しながら記述できるようになった生徒の例を図９で紹介する。

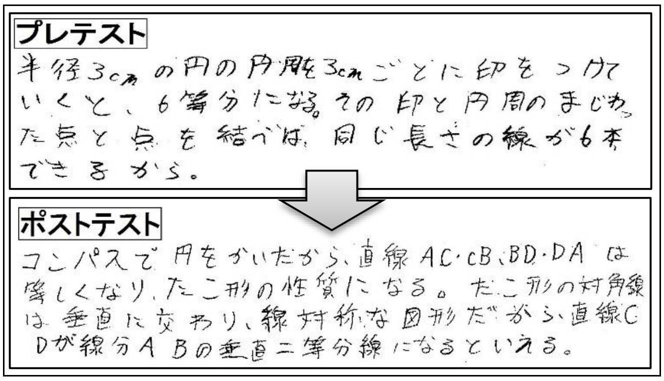


図９　作図の根拠について記述の変容

一方，段階Ⅲ以上に到達した人数を比較すると，プレテストでは10人（35.7%）であるが，ポストテストでは20人（71.4%）と２倍に増加している。このことは，図形の性質が整理されたことで既習の図形の知識の中から手がかりになる図形を見いだすことができるようになったこと，手がかりの図形を見いだしその図形の定義や性質を利用することで説明しやすくなったこと，などが理由として考えられる。第５時のワークシートのまとめに記述された２人の生徒の気付きを図10に紹介する。

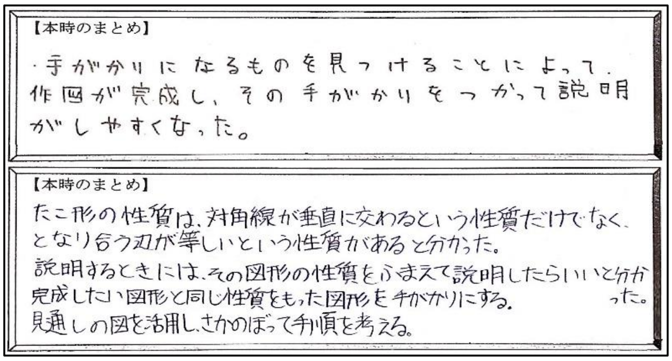


図10　ワークシートの記述

ウ　全国学力・学習状況調査や「基礎・基本」定着状況調査との比較

客観的なデータの検証のために，各調査の作図に関わる調査問題をポストテストで実施した。「全国調査」の正答率及び「基礎・基本」定着状況調査（以下，「基礎・基本」とする。）の通過率とポストテストの正答率との比較を表12に示す。

表12　作図に関わる調査問題における正答率の比較

調査	設問の概要	報告書の正答率（%）	ポストテストの正答率（%）
H19 全国	角の二等分線の作図の手順を選ぶ。	86.2	100.0
H20 全国	垂線の作図で利用されている図形の性質を選ぶ。	52.1	85.7
H22 全国	垂線の作図の手順を選ぶ。	86.7	92.9
H25 全国	角の二等分線の作図の根拠となる対称な図形を選ぶ。	49.6	71.4
H25 基礎	垂線の作図よってできる図形の名称を答え，理由を記述する。	37.4	39.3
	垂線の作図で利用されている図形の性質を選ぶ。	46.6	75.0

※　項目「調査」にある「全国」は全国学力・学習状況調査を，「基礎」は「基礎・基本」定着状況調査を示す。
※　項目「報告書の正答率」にある平成25年度「基礎・基本」定着状況調査の数値は平均通過率を表す。

根拠となる図形や性質を問われる問題のなかで，平成25年度「全国調査」の正答率は，71.4%しかなく，また平成25年度の「基礎・基本」は1.9ポイントしか上昇していないが，このことは根拠となる図形がたこ形でなかったことや，数学的表現に不慣れなため選択肢の文章の意味が正しく捉えられなかったり，図形の見た目の印象が異なることにより作図を統合的に捉えられていないことや，解答が記述式であったりしたことが原因と考えられる。しかしながら，すべてのポストテストの結果が報告書の正答率を上回っていることから，解析的思考は作図の学習について一定の効果があったと考える。

Ⅴ　研究のまとめ

１　研究の成果

作図の手順を導き出すために，結論からさかのぼって思考する解析的思考は，見通しをもって作図する力を育成することに有効であった。生徒に作図の手順を知らせるのではなく，手がかりになる図形を見いだし，その図形の性質を根拠にしながら作図の手順を主体的に考えさせ導き出させることで，単に作図の手順を理解するだけでなく，平面図形についての理解をより深めることができたと考える。

２　今後の課題

解析的思考を苦手とする生徒が数名いた。何のための解析的思考なのか，何のための「見通しの図」なのかについて理解を徹底させたい。また本研究では，解析的思考を行う際の手立てとして「見通しの図」を用いたが，今後は作図する前に構想や根拠を記述させるなど，より数学的に表現させ，生徒が思考しやすいようワークシートの構成を改善する。第１学年の作図において解析的思考を取り入れ検証してきたが，今後はこれらの基本的な作図を活用した発展的な作図や第２学年の論証指導，あるいは図形以外の領域にも解析的思考の活用を広げ，研究を進めていく必要がある。

【引用文献】

1)　文部科学省（平成20年 a）：『中学校学習指導要領』東山書房 p.51
2)　大久保和義（1995）：「問題解決における単元の見通しの役割」『数学教育論文発表会論文集28』 p.337
3)　布川和彦（2007）：「問題解決の見通しと問題場面への働きかけ」『楽しい算数の授業2007年12月号』明治図書 p.6
4)　布川和彦（2005）：「問題解決過程の研究と学習過程の探求－学習過程臨床という視点に向けて－」『日本数学教育学会誌第87巻第４号』日本数学教育学会 p.24
5)　文部科学省（平成20年 b）：『中学校学習指導要領解説数学編』教育出版 p.65
6)　文部科学省（平成25年）：『全国学力・学習状況調査報告書中学校数学』 国立教育政策研究所 p.44
7)　藤本義明・川嵜道広（2001）：『新版数学教育の理論と実際＜中学校・高校＞』聖文社 p.123
8)　文部科学省（平成20年 b）：前掲書 p.65
9)　杉山吉茂（1986）：『公理的方法に基づく算数・数学の学習指導』 東洋館出版社 p.149
10)　岡崎正和（2010）：『新訂数学教育の理論と実際＜中学校・高校（必修）＞』聖文新社 p.155

【参考文献】

黒田稔（1927）：『数学教授ノ新思潮』培風館
仲田紀夫（1981）：『算数・数学の思想と指導－教材研究の視点（授業のための数学シリーズ）－』東洋館出版社
仲田紀夫（1985）：『算数・数学指導辞典』教育出版センター
遠山啓（1971）：『現代化数学指導法事典』明治図書
岡崎正和・岩崎秀樹（2003）：「算数から数学への移行教材としての作図－経験的認識から論理的認識への転化を促す理論と実際－」『日本数学教育学会誌 2003 数学教育学論究 Vol.80』日本数学教育学会