数学科教育

文字を用いた式を活用し説明する能力を育成する指導の工夫
― 予想し，説明の見通しを立てる授業モデルの実践を通して ―

呉市立音戸中学校　谷口　秀行

研究の要約

本研究は，予想し，説明の見通しを立てる授業モデルの実践を通して，文字を用いた式を活用し説明する能力を育成する指導の工夫について考察したものである。文献研究から，文字を用いた式を活用し説明する能力を育成するためには，数量及び数量の関係を自ら予想し，文字を用いた式で「表す，変形，読む」を関連付けて考察することで説明の見通しを立てさせることが大切であることが分かった。そこで，第２学年「文字式による説明」の授業において，生徒自ら予想し命題を導き出す活動，予想から説明の見通しを立てる活動を取り入れた授業モデルを構築し，実践した。その結果，文字を用いて一般的に説明することの必要性を理解し，文字を用いた式を活用して説明することができる生徒が増加した。このことから，予想し，説明の見通しを立てる授業モデルの実践は，文字を用いた式を活用し説明する能力を育成することに有効であることが分かった。

キーワード：予想　説明の見通し　文字を用いた式の一般性

Ⅰ　主題設定の理由

中学校学習指導要領解説数学編（平成20年，以下「解説数学編」とする。）では，第２学年の数と式の内容について，「いくつかの文字を含む整式の四則計算ができるようになることや，文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明できることを理解し，文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに，文字を用いた式を活用することのよさを実感することをねらいとしている。」[1)]と示されている。

平成25年度の全国学力・学習状況調査（以下「全国調査」とする。）の結果では，予想した事柄を説明する設問の正答率は39.3%，事柄が成り立つ理由を示された方針に基づいて説明する設問の正答率は38.4%であったことから，与えられた条件の中から成り立つ事柄を予想し表現すること，示された方針に基づいて文字を用いた式を活用し説明することに課題があると報告されている。

そこで，本研究では，文字を用いた式の説明の学習指導において，生徒自ら予想し命題を導き出す活動，予想から説明の見通しを立てる活動を取り入れた授業モデルを構築し，実践することで，文字を用いた式を活用し説明する能力が育成されると考え，本主題を設定した。

Ⅱ　研究の基本的な考え方

１　文字を用いた式を活用し説明する能力について

(1) 文字を用いた式で説明することについて

三輪辰郎（1996）は「文字式利用の図式」（図１[2)]）を示している。この図式から，事象の中にある数量や数量の関係を文字を用いた式を使って表し，目的に応じて変形し，変形された式を事象に照らして読むことで，その関係が一般的に成り立つことを説明したり，新たな関係を見いだしたりすることができることがわかる。例えば，２つの奇数の和は偶数になるといえるのかを考える。５＋９＝14のように，具体の数を用いて説明する場合，「どんな２つの奇数でも成り立つのか」という疑問が生じる。そこで文字を用いると，図２のようになる。ｎ，ｍを整数とすると，２つの奇数の和は，（２ｎ＋１）＋（２ｍ＋１）と表され，これを変形すると，２（ｎ＋ｍ＋１）となる。この式を事象に照らして読むと，「ｎ＋ｍ＋１は整数だから，２（ｎ＋ｍ＋１）は２×（整数）となるので，偶数を表す。したがって，２つの奇数の和は偶数になる。」ということである。このように，数学の世界において事象を数理的に考察する場面で，「表す，変形，読む」を関連付けて考察し，文字を用いた式を使って一般的に説明することが大切であると考える。

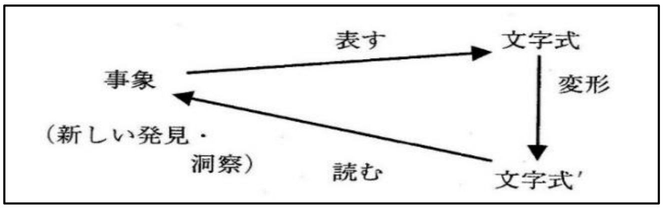


図１　文字式利用の図式（三輪, 1996, p. 2）

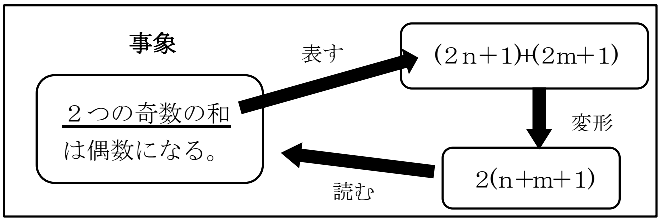


図２　２つの奇数の和についての文字式利用の図式

(2) 文字を用いた式を活用することについて

「解説数学編」に「なぜ数学を活用するのか，その必要性や有用性について理解することも必要である。必要性や有用性を理解することは，数学を活用して考えたり判断したりしようとする態度と深く結び付いている。学んだ数学を活用したいと感じるためには，その必要性や有用性を実感を伴って理解していることが重要である。」[3] と示されている。このことから，「文字を用いた式を活用する」ことは文字を用いた式の必要性や有用性の理解と結び付いているといえる。

ある命題が成り立つことを説明する場面では，数を用いて帰納的に説明しただけでは十分ではなく，文字を用いた式を使って一般的に説明する必要がある。これを文字を用いた式の必要性と捉える。

大塚高央（2004）は文字式の有用性（大塚は「よさ」と表現している）について，次の３点に分類している。一つ目は文字式を用いると一般的に説明することができるといった「一般性」，二つ目は文字式を用いると数量の関係を簡潔に表現でき，計算や式変形によって形式的に操作できるといった「形式性」，三つ目は文字式の意味を読むことで数量がどんな数に依存しているかわかるといった「構造性」である。これらを文字を用いた式の有用性と捉える。さらに，大塚(2004)は「これらの『よさ』を理解することは，文字式を用いて問題を解決したり，文字式を用いて事象を考察することができる上でも重要であると考えられる。」[4] と述べている。

(3) 文字を用いた式を活用し説明する能力とは

以上（1）（2）から，本研究では，文字を用いた式を活用し説明する能力とは，文字を用いた式のもつ必要性と有用性を理解し，事象の中にある数量や数量の関係を見いだし，それらを「表す，変形，読む」を関連付けて考察し，文字を用いた式を使って一般的に説明する能力と捉えることにする。

(4) 文字を用いた式を活用し説明する能力が身に付かない要因

これまでの授業実践や先行研究から，文字を用いた式を活用し説明する能力が身に付かない主な要因は次の２点だと考える。

一つ目は問題把握が十分できていないことにある。これを要因①とする。ある命題が成り立つことを説明する際，まず，その命題が意味することを帰納的に確かめ，次に文字を用いた式で一般的に成り立つことを示す。しかし，「～は……になることを説明せよ。」という証明問題を提示したのでは，問題の意図を読み取れないために，具体の数を用いて帰納的に確かめることができない生徒がいる。そのため，文字を用いた説明に取り組むことすらできていない。

二つ目は文字を用いることの必要性と有用性を理解していないことにある。これを要因②とする。国宗進ら（1993）は，これまでの授業の分析・検討の結果から，文字を用いた式の説明では，多くの生徒が文字をなかなか使えない，使おうというアイデアさえ浮かばない理由として，次の４点を挙げている。

○帰納的な説明で十分であると考え，文字式を使った論証の必要性を理解していない。
○文字は一般性を有することを理解していない。
○数の場合はわかるが，文字を使うとなると数量を表現できない。
○文字式で表現できたとしても，それを計算して目的に合うように式変形することや，その式の意味を読むことができない。

大塚（2004）は調査の分析から，文字式の有用性のうち，「形式性」は指摘しやすく，「一般性」は指摘しにくいと述べている。さらに，文字式で表す力と文字式を読む力が不足している生徒は有用性を指摘できないと結論付けている。

以上のことから，文字を用いた式を活用し説明する能力が身に付かない要因は，まず，問題把握ができていないために，具体の数を用いて帰納的に確かめることができないことにあると考える。次に，帰納的に確かめることができたとしても，それで十分と考えてしまうために文字を用いる必要性を理解していないこと，さらに，問題に扱われる数量を文字を用いた式で表したり，文字を用いた式の意味を読み取ったりする力が不足しているために文字を用いる有用性を理解していないことにあると考える。

(5) 文字を用いた式を活用し説明する能力を育成するために

要因①について，全国学力・学習状況調査の４年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ～児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて～（中学校編）（平成24年）には「文字式を用いて説明を行う際に，まず，どのようなことが予想できるかを議論する場面を設定し，生徒と共に前提と結論を確認し，それをノート等に『～は……である。』と命題の形で記述することを求めたい。（中略）また，予想する際には，正しい予想だけでなく，誤った予想も取り上げ，全体でそれらが正しいかどうかを説明していく活動を取り入れることが大切である。」[5]（以下，～を「前提」，……を「結論」とする。）と記されている。明らかに成り立つ命題を説明する問題を提示するのではなく，生徒自ら数量の関係を発見的に捉え命題を導き出させるような問題，多様な視点で検討できるように複数の予想が導き出せるような問題を提示する必要がある。

要因②について，「解説数学編」には「数量の関係を帰納や類推によって発見的に捉え，それを文字を用いた式を使って一般的に説明することの必要性と意味を理解し，文字を用いた式を活用する能力が養われていく。」[6]と示されている。帰納や類推により発見的に導き出された命題が成り立つことを帰納的に説明していくと，「いくつ具体例を挙げれば『いつでも成り立つ』ことが説明できるのか？」という疑問が生じる。そこで，「いつでも成り立つ」ことを説明するためには文字を用いる必要があることが判断できる。文字を用いることが判断できれば，命題の前提の数量を文字を用いた式で表したり，目的（結論）に応じて式を変形したり，変形された式の意味を読み，結論を表していることを確認したりする学習を関連付けながら行うことで，命題が「いつでも成り立つ」ことを一般的に説明することができる。そして，その達成感から文字を用いた式の有用性についての理解を深めることができると考える。

２　予想し，説明の見通しを立てる授業モデルについて

(1) 予想とは

相馬一彦（2013）は予想と見通しの違いについて，辞書の記述を引用して次のように述べている。予想とは「前もって見当をつけること」，見通しとは「見通すこと」，見通すとは「初めから終わりまで全部見る」ことである。見通しはその背景にある論理を把握できているのに対し，予想は直感的に見当を付けるという違いがある。しかし，直感的に予想する生徒もいれば，最後まで見通しをもって予想する生徒もいるので，予想と見通しは全く別物ではないと捉える。

相馬（2013）は予想を，「問題の結果や考え方について見当をつけること」[7]と定義しており，本研究では相馬の定義を用いる。

(2) 予想の意義について

相馬（2013）は予想の意義について，「予想することによって，それを確かめようとする気持ちが生じ，考え方を追究しようということになる。」「特に異なる予想が生じる場合には，生徒の思考の幅が広げられる。」と述べている。

文字を用いた式を活用し説明する場合には，予想した事柄が「いつでも成り立つ」ことを確かめたり，反例がないかどうかを調べたりすることで，その前提と結論を明確に捉えることができる。さらに，異なる結論が複数生じる場合には，意図的に設定した課題（命題）を複数の視点で考察することができ，それが説明の見通しを立てることに繋がると考えられる。以上のことから，予想の意義は大きいといえる。

(3) 予想し，説明の見通しを立てる授業の展開について

相馬（2013）は予想を取り入れた授業の構想について，生徒の視点から捉えた場合，図３[8]に示すⅠ～Ⅴの流れが基本になるとしている。

Ⅰ　問題を理解する
提示された問題の意味を理解し，取り組もうとする。
Ⅱ　予想する
問題の結果や考え方について見当をつける。
Ⅲ　課題をつかむ
Ⅱで出された「予想」を確かめる過程で，新たな課題に気づく。
Ⅳ　課題を解決する
解決する過程で，新たな知識・技能・見方や考え方を身に付ける。
Ⅴ　問題を解決する
解決した課題の結果を活用して，はじめの問題を解決する。

図３　予想を取り入れた授業の流れ（相馬, 2013, p. 33）

Ⅰの段階では，生徒が予想しやすい問題を提示する必要がある。その際，「証明問題」ではなく，「決定問題」の形が望ましい。決定問題のタイプとして，求答タイプ，選択タイプ，正誤タイプ，発見タイプの４タイプが挙げられるが，文字を用いた式の説明にお

いては，複数の予想が出ることが期待できる発見タイプの問題が有効だと考える。正しい予想だけでなく，誤った予想も扱うなど，生徒の多様な考えを引き出せるようにすることが大切である。提示する問題は「生徒自ら予想し命題を導き出せるような発見タイプの決定問題」とする。

Ⅱの段階では，問題の結果や考え方について帰納や類推により見当を付けさせる。予想は「～は……になる。」と命題の形で表させ，前提と結論を明確に捉えさせる。

Ⅲの段階では，まず，「いつでも成り立つ」という視点で予想を吟味させる。反例を一つ挙げることで「いつでも成り立つ」とは限らないことが説明できることを確認し，誤った予想を除外する。次に，絞り込まれた正しい予想の中から課題を意図的に設定し，複数の正しい予想の視点を加えて課題を考察することで，文字を用いた式で説明する際の見通しをもたせる。設定する課題は「予想した複数の正しい命題の中から意図的に設定した命題」とする。

Ⅳの段階では，文字を用いることの必要性を理解させる。目的に応じて，「表す，変形，読む」を関連付けて考察することで課題解決を図り，その達成感から文字を用いた式のもつ有用性を理解させる。

Ⅴの段階では，解決した課題を活用し，他の正しい予想を説明することで問題解決を図らせたり，問題を発展させて新たな性質を導かせたりする。

このように，発見タイプの決定問題を提示することで，生徒自ら予想し命題を導き出す活動，予想から説明の見通しを立てる活動を取り入れた問題解決の授業モデルを構築する。

(4) 予想し，説明の見通しを立てる授業モデル

これまでに述べてきたことを基に，文字を用いた式を活用し説明する能力を育成するための授業モデルを図４に示す。

Ⅲ　研究の仮説と検証の視点と方法

研究の仮説と，検証の視点と方法を表１に示す。

表１　研究の仮説と検証の視点と方法

研究の仮説	発見タイプの決定問題を提示し，生徒自ら予想し命題を導き出す活動，自分の予想が妥当であるかを検討し他者の予想も考察することで説明の見通しを立てる活動を取り入れれば，文字を用いた式を活用し説明する能力が育成されるであろう。
検証の視点	検証の方法
(1)　帰納的に予想し，予想した事柄を「～は……になる。」と命題の形で記述することができたか。	ワークシート プレテスト ポストテスト 「全国調査」 事前アンケート 事後アンケート
(2)　予想し，説明の見通しを立てることにより，文字を用いた式を活用し説明することができたか。	
(3)　文字を用いた式を活用することの必要性と有用性を実感することができたか。	

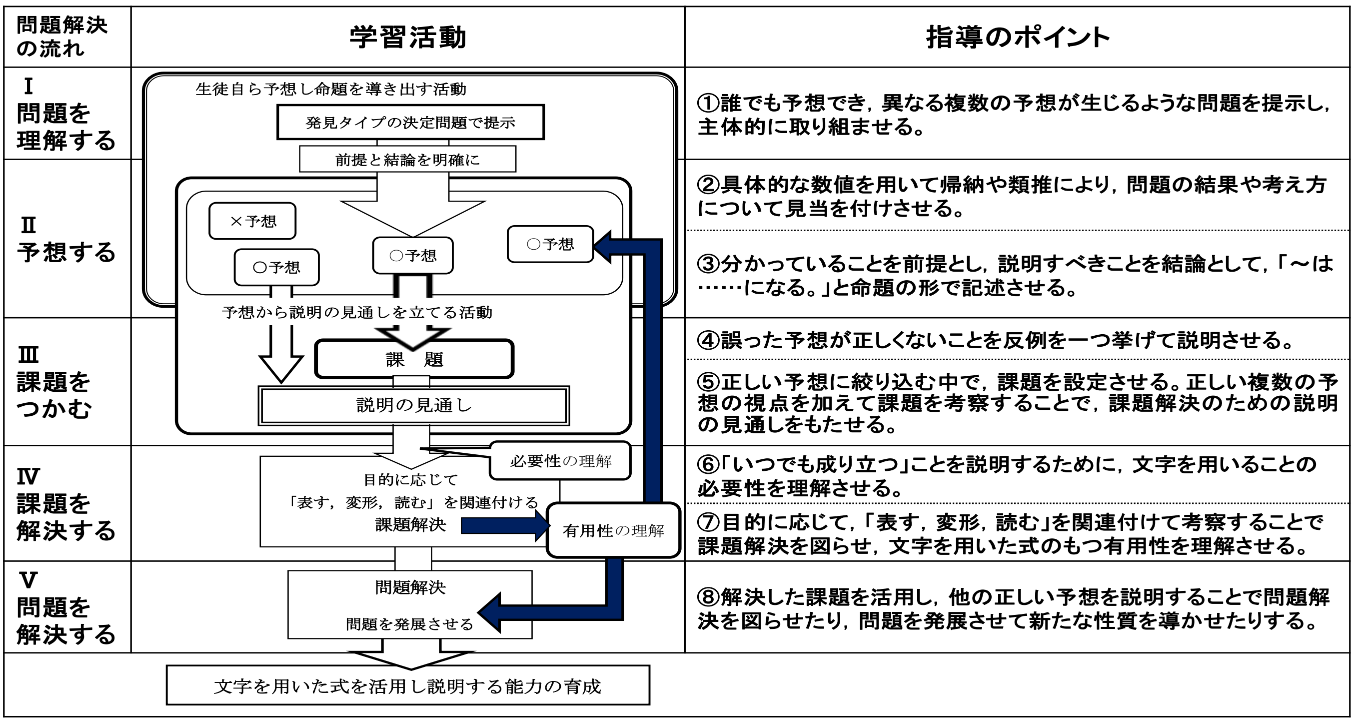


図４　文字を用いた式を活用し説明する能力を育成するための授業モデル

Ⅳ　研究授業について

1　研究授業の内容

(1) 研究授業の計画

○　期　間　平成27年６月19日～平成27年６月25日

○　対　象　所属校第２学年（２学級63人）

○　単元名　文字式による説明

○　目　標

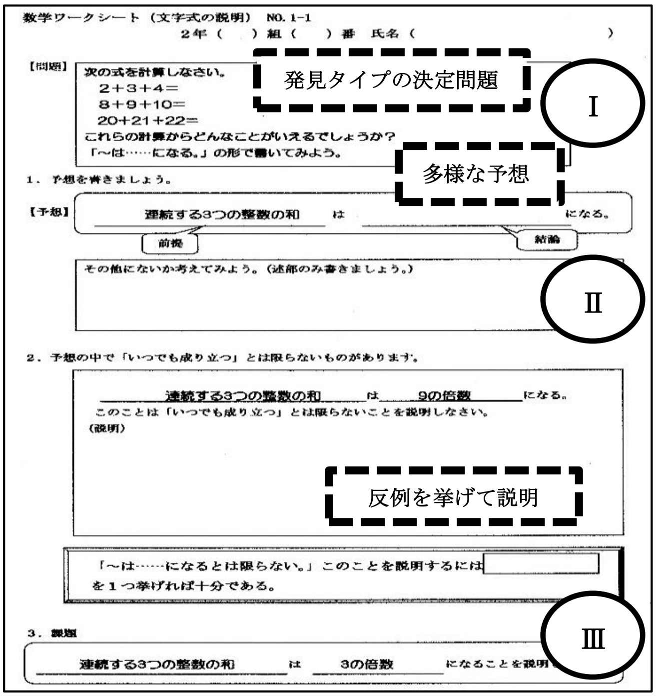
数や図形の性質が「いつでも成り立つ」ことを文字を用いた式を活用して説明できる。

○　学習指導計画（全５時間）

時	学習内容
1	事前アンケート，プレテスト，既習内容の復習
2	数の性質を帰納や類推によって予想し，文字式（１種類の文字を扱う）を用いて説明する。
3	数の性質を帰納や類推によって予想し，文字式（２種類の文字を扱う）を用いて説明する。
4	図形の性質を帰納や類推によって予想し，文字式を用いて説明する。
5	ポストテスト，「全国調査」，事後アンケート

(2) 予想し，説明の見通しを立てる授業モデルを取り入れたワークシートについて

第２時から第４時までの授業では，本研究で作成した授業モデルを取り入れたワークシート（図５は第２時のもの）を使用した。これにより，生徒はできるだけ多くの予想を立てたり，反例を挙げることで誤った予想を除外したり，複数の正しい予想の中から意図的に設定した課題の説明の見通しを立てたりする活動を自主的に行うことができた。



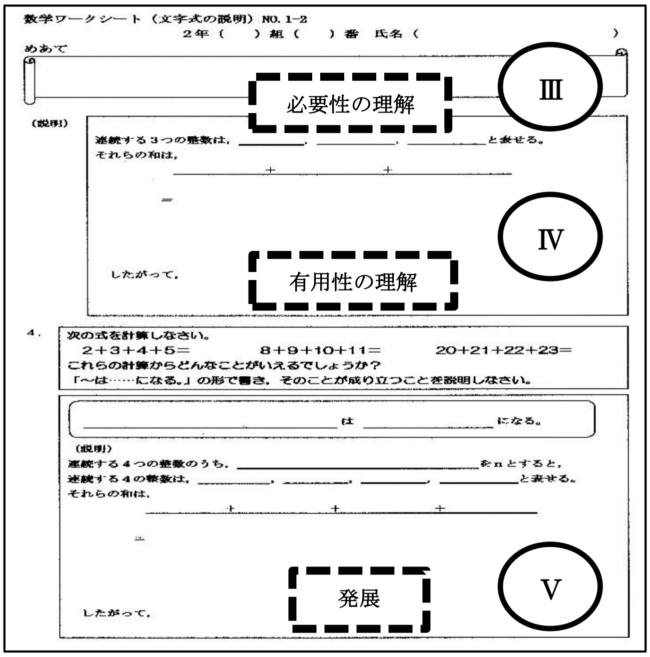


図５　授業モデルを取り入れたワークシート

2　研究授業の分析と考察

(1) 帰納的に予想し，予想した事柄を「～は……になる。」と命題の形で記述することができたか

第２時では，図５に示すワークシートの問題を提示した。「式に使われている３つの数はどんな数か」と問いかけ，生徒から「連続する３つの整数」ということばを引き出しながら前提を確認した上で，結論をできるだけ予想させ，ワークシートに記述させた。生徒が最初に予想した結論の結果を表２に示す。

表２　ワークシートにおける予想の記述の結果

最初に予想した結論	人数	正誤	率(%)
３の倍数	21	正答	34.4
９の倍数	14	誤答	37.7
奇数	8	誤答	
その他	1	誤答	
無解答	17	無答	27.9
合　計	61		100

何らかの予想を立て，結論を記述できた生徒の割合は72.1％であるが，正答率は34.4％と低い。誤答の「９の倍数，奇数」は，例示された計算の答えだけで考えた予想であり，帰納的に予想することが十分できていない実態が明らかになった。しかし，これらの誤答により，「いつでも成り立つ」ことを考える活動の意義が深まったといえる。

授業では，予想した結論をできるだけ多く発表していくうちに，「真ん中の整数の３倍」という予想が出てきた。そのとき，生徒の間から「本当だ」「すご

い」という声が挙がった。さらに，「最も小さい整数に着目したらどんなことがいえるか」という問いかけに，「最も小さい整数を３倍して３をたした数」という予想が出た。生徒から複数の正しい予想を発見的に引き出すことができた。これにより，課題である「連続する３つの整数の和は３の倍数になる」ことを説明するには「真ん中の整数の３倍であることを説明すればよい」という見通しをもつことができた。

検証問題として，平成27年度「全国調査」の問題とその類似問題を設定した。問題を図６に，その結果を表３に示す。

【プレテスト】
（例題 と 予想 は省略）

問題　１，３，５のとき　１＋３＋５＝９
５，７，９のとき　５＋７＋９＝21
11，13，15 のとき　11＋13＋15＝39
これらの結果から，どのようなことが予想できますか。※

【ポストテスト】
○連続する２つの偶数の和がどんな数になるかを調べます。
例題　２，４のとき　２＋４＝６＝３×２
６，８のとき　６＋８＝14＝７×２
14，16 のとき　14＋16＝30＝15×２
これらの結果から，次のように予想できます。
予想 **連続する2つの偶数の和はその2つの偶数の間の奇数の2倍になる。**

問題　２，４，６のとき　２＋４＋６＝12
６，８，10 のとき　６＋８＋10＝24
14，16，18 のとき　14＋16＋18＝48
これらの結果から，どのようなことが予想できますか。※上記の予想のように，「～は……になる。」という形で書きなさい。

【平成27年度「全国調査」数学Bの２の（３）】
（例題 と 予想 は図７）

問題　１，２，３，４，５のとき　１＋２＋３＋４＋５＝15
５，６，７，８，９のとき　５＋６＋７＋８＋９＝35
14，15，16，17，18 のとき　14＋15＋16＋17＋18＝80
連続する５つの整数の和は，中央の数に着目すると，どんな数になると予想できますか。※

※印は，すべてのテストに共通する。

図６　予想した事柄を命題の形で記述する問題

表３　プレ・ポストテストにおける予想の記述の結果

	プレテスト	ポストテスト	「全国調査」
正答率	52.5	64.0	80.3
◎	(52.5)	(44.3)	(73.7)
○	(0.0)	(19.7)	(6.6)
誤答率	34.4	26.2	11.5
無答率	13.1	9.8	8.2

以下，表の◎は「解答として求める条件を全て満たしている正答」，○は「設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答」を示す。

ポストテストで○の割合が大きい要因として，前提の「連続する３つの整数の和」，結論の「真ん中の数の３倍」の下線部のように，不十分な表現を含む答えがたくさんあることが挙げられる。

ポストテストは偶数，３の倍数，６の倍数，12の倍数のように，予想できる結論がプレテストと比べて多い。その中から，「いつでも成り立つ」ものを選択できたことが正答率の増加に繋がったと考えられる。つまり，「いつでも成り立つ」とは限らない命題を反例を挙げながら確認する学習を通して，予想した事柄を吟味することができるようになり，「いつでも成り立つ」命題を「～は……になる。」の形で記述できるようになった生徒が増加したことが分かる。

(2) 予想し，説明の見通しを立てることにより，文字を用いた式を活用し説明することができたか

検証問題として，平成27年度「全国調査」の問題と帰納や類推によって自ら予想した命題を説明する問題を設定した。問題を図７に示す。

【ポストテスト】　自ら予想した結論
予想　**連続する３つの偶数の和は……になる。**
上記の予想がいつでも成り立つことを説明します。下の説明を完成させなさい。
【説明】
ｎを整数とすると，連続する３つの偶数は，＿＿，＿＿，＿＿と表せる。
それらの和は，
＿＿＿＿＿＋＿＿＿＿＿＋＿＿＿＿＿
＝

【平成27年度「全国調査」数学Bの２の（２）】
○連続する３つの整数の和がどんな数になるかを調べます。
例題　１，２，３のとき，　１＋２＋３＝６＝３×２
３，４，５のとき，　３＋４＋５＝12＝３×４
10，11，12 のとき，　10＋11＋12＝33＝３×11
これらの結果から，次のように予想できます。
予想　**連続する3つの整数の和は，中央の整数の3倍になる。**
上記の予想がいつでも成り立つことを説明します。下の説明を完成しなさい。
【説明】
連続する３つの整数のうち最も小さい整数をｎとすると，連続する３つの整数は，ｎ，ｎ＋１，ｎ＋２と表される。
それらの和は，
ｎ＋(ｎ＋１)＋(ｎ＋２)＝

図７　文字を用いた式を活用し説明する問題

表４　ポストテストにおける文字式の説明の結果

	ポストテスト	「全国調査」
人数	52 人	61 人
正答率	34.6*	47.6
◎	(19.2*)	(11.5)
○	(15.4*)	(36.1)
誤答率	50.0*	18.0
無答率	15.4*	34.4

以下，*印は「解答中の割合」を示す。

自ら予想した命題を説明するポストテストの問題は，示された方針に基づいて説明する「全国調査」の問題より難易度が高いと考える。そこで，ポストテストでは，（１）の図６の問題で，何らかの予想を記述した生徒52人に絞って算出した結果を，「全国調査」の問題の結果とともに表４に示す。「全国調査」の正答率は「全国調査」の全国平均の正答率44.2%を3.4%上回ることができた。

ポストテストの無答率に着目すると，予想を立てた生徒の無答率は低い。「全国調査」では，「連続する３つの整数」や「その和」を文字式で示してあるにもかかわらず無答率が高いことを考えれば，予想することで，それを確かめようとした成果といえる。しかし，誤答率は高い。誤答には，「連続する３つの偶数の和」を正しく表しているが，予想した結論を表す式に正しく変形できていないものがある。そこで，予想した結論別に文字式の説明の結果を検証する。

ポストテストは，（1）の図６に示す例題とその予想を基に「連続する３つの偶数の和」を考えるため，結論は「真ん中の偶数の３倍」が最も多くなると想定していたが，実際は「６の倍数」が最も多く，３番目に「偶数」という順だった。この三つを結論とする命題はすべて正しく，どの命題でも正しく説明することができるが，表５に示す結果のとおり，正答率や無答率に顕著な差異が見られた。

表５　ポストテストにおける結論別の文字式の説明の結果

	６の倍数	真ん中の偶数の３倍	偶数	その他
人数	18 人	15 人	10 人	9 人
正答率	83.3*	13.3*	10.0*	0.0*
◎	(50.0*)	(6.6*)	(0.0*)	(0.0*)
○	(33.3*)	(6.6*)	(10.0*)	(0.0*)
誤答率	11.1*	73.4*	70.0*	66.7*
無答率	5.6*	13.3*	20.0*	33.3*

「真ん中の偶数の３倍」と予想した生徒は例示された予想から，「偶数」と予想した生徒は「偶数と偶数の和は偶数になる」という命題から類推により結論を予想したため，説明の見通しまで至らず正答率が低いと考えられる。しかし，「６の倍数」と予想した生徒の正答率は83.3%と，文字を用いた式の説明の問題としては極めて高い。これらの生徒の中に，予想の記述欄に「真ん中の偶数の３倍」を消し，「６の倍数」に書き直した形跡が残っており，あえて「６の倍数」を選択したと考えられる生徒がいた。それらの生徒は，「連続する３つの偶数」を文字を用いた式で表し，それぞれの結論を表す式やどのように変形すればその式を導けるか，根拠をどのように示せばよいかを比較・検討した上で，説明の見通しを立てることができた「６の倍数」を結論として選択したと考えられる。このように，複数の視点で予想を吟味し，「表す，変形，読む」を関連付けて考察することは説明の見通しを立てることに繋がり，文字を用いた式を活用し説明することに有効であると考えられる。

(3) 文字を用いた式を活用することの必要性と有用性を実感することができたか

まず，文字を用いることの必要性と有用性について，アンケートから検証する。事前と事後のアンケートはすべて共通の質問項目（図８）で構成した。事前と事後の結果を比較し，表６にまとめる。

1　「奇数と奇数をたすと偶数になることを説明しなさい。」のように，数の性質を説明するには，文字式を使う必要があると思いますか。

2　文字式は役に立つと思いますか。

3　次の①～③のうち，文字式を使う理由としてあてはまる番号を回答欄に書いてください（複数可）。あてはまる番号がない場合は，「なし」と書いてください。
①文字式を使うと数量の関係を簡潔に表現でき，計算や式変形によって形式的に操作できるから。
②「ｎを整数とすると２ｎ＋１は奇数を表す。」のように，文字式の形からその式の意味を読むことができる（文字式の構造がわかる）から。
③数を使って説明するとどれだけ例を挙げても，「いつでも成り立つ」ことを説明したことにならないが，文字式を用いると一般的に説明することができるから。

図８　必要性と有用性に関するアンケートの質問項目

表６　必要性と有用性に関するアンケート結果

１・２	必要性		有用性	
	事前	事後	事前	事後
肯定率	60.7	80.3	73.8	77.0
否定率	32.8	18.0	19.7	21.3
無答率	6.6	1.6	6.6	1.6

３	①形式性		②構造性		③一般性	
	事前	事後	事前	事後	事前	事後
反応率	55.7	67.2	45.9	65.6	39.3	62.3

必要性について，肯定率は約20%増加した。図９に示す必要性についての記述の変容から分かるように，「いつでも成り立つ」ことを説明するためには，数を用いた説明では十分でなく，文字を用いる必要があることを実感した生徒が増えたことが分かる。

【事前アンケート】　あまり思わない
その理由
説明する時、数を使った方が分かりやすいと思うから。

【事後アンケート】　思う
その理由
数には限界があるので、いつでも成り立つと言えるように、文字式は必要だと思う。

図９　必要性についての記述の変容

有用性について，事前では想定より高い肯定率を示した。これは，「将来役に立つ」「受験に役に立つ」などの記述に見られるように，文字を用いることの有

用性とは異なる捉えをしている生徒がいることに起因する。第１学年における文字を用いた式のよさや意義の理解が不十分な実態が明らかになった。

形式性，構造性，一般性の指摘について，事前では，形式性が最も指摘しやすく，一般性が最も指摘しにくいという，大塚の調査結果と同様の傾向が見られた。事後では，反応率がそれぞれ増加し，特に一般性の反応率の増加が最も顕著であった。事後だけ一般性を指摘した生徒の有用性についての記述の変容（図10）からも分かるように，一般性の理解が深まり，文字を用いることが有用であることを実感している。

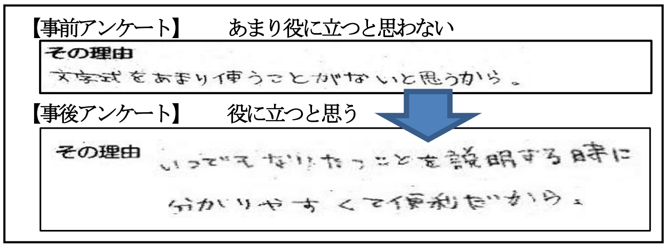


図10　有用性についての記述の変容

表７　一般性の指摘と文字式の説明の相関

文字式で説明できるか		
	人数	正答率
指摘できた生徒	38 人	65.8*
指摘できなかった生徒	23 人	17.4*

一般性を指摘できるか		
	人数	反応率
正答の生徒	29 人	93.1*
誤答・無答の生徒	32 人	34.4*

次に，事後アンケートにおける一般性の指摘とポストテストの「全国調査」の問題の相関（表７）について検証する。一般性を指摘できた生徒の文字式の説明の正答率は指摘できなかった生徒の正答率の約3.8倍である。また，文字式の説明が正答の生徒の93.1％は一般性を指摘できた。つまり，一般性を指摘できた生徒は文字式の説明を正答しやすく，文字式の説明を正答した生徒の大半は一般性を指摘できるといえる。このことより，文字を用いた式を活用し説明する能力の育成には，文字のもつ一般性の理解を伴う必要があると考える。

以上のことから，本研究で作成した授業モデルの実践を通して，文字を用いた式を活用することの必要性と有用性（一般性）の理解が深まったことが，文字を用いた式を活用し説明する能力の育成に有効であったと考える。

Ⅴ　研究のまとめ

１　研究の成果

事象の中にある数量や数量の関係を予想し命題の形で表すことで前提と結論を明確に捉える活動，正しい複数の予想の視点を加えて考察することで説明の見通しを立てる活動が文字を用いた式を活用し説明する能力の育成に有効であることが分かった。

本研究で作成した授業モデルの実践を通し，文字を用いた式を活用し説明することの達成感から文字のもつ必要性と有用性を理解することができた。そして，文字のもつ必要性と有用性を実感を伴って理解できたことで，新たな課題に文字を用いた式を活用しようとする態度を育成することができた。

２　今後の課題

図形の性質を扱った授業では，予想を立てることができた生徒全員の予想が一致したため，思考の広がりを引き出すことが十分できなかった。多様な考え方の予想を引き出すための工夫，本研究で作成した授業モデルを他の領域や単元にも広げるための工夫について研究を進める必要がある。

また，第１学年の段階で文字を用いた式のよさや意義を理解していないために，課題に直面したときに文字を用いようとする態度に繋がっていない。第１学年の指導においても，目的に応じて「表す，変形，読む」を関連付けて学習する必要があるため，文字を用いた式による説明を取り入れる必要がある。

【引用文献】

1)　文部科学省（平成20年）:『中学校学習指導要領解説数学編』教育出版 p.87
2)　三輪辰郎（1996）:「文字式の指導序説」『筑波数学教育研究　第15号』 p.２
3)　文部科学省（平成20年）: 前掲書 p.19
4)　大塚高央（2004）:「文字式の『よさ』の指導に関する基礎的研究―中学２・３年生を対象にした調査を手がかりにして―」『上越教育大学数学教室　第19号』 p.37
5)　国立教育政策研究所教育課程研究センター（平成24年）:『全国学力・学習状況調査の４年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ～児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて～（中学校編）』 p.38
6)　文部科学省（平成20年）: 前掲書 pp.88-89
7)　相馬一彦（2013）:『「予想」で変わる数学の授業』明治図書 p.20
8)　相馬一彦（2013）: 前掲書 p.33

【参考文献】

国宗進・鈴木裕，外２名（1993）:「文字式による論証の指導について」『静岡大学教育学部研究報告　第24号』