

# 統合的・発展的に考える力を高める算数科カリキュラムの研究

— 数学的な見方・考え方の6年間の系統的な育成を目指したカリキュラムの編成を通して —

府中市立府中小学校 上田 倫子

## 研究の要約

本研究は、統合的・発展的に考える力を高めるための算数科カリキュラムの在り方について考察したものである。文献研究から、本研究における統合的に考える力を「複数の個々に存在する事柄、又は既習の事柄と新しく学んだ事柄をそれらの本質的な共通性の抽象を通して、関連付けたり、結び付けたりしようとする力」、発展的に考える力を「既習の事柄の適用範囲を広げたり、視点や条件を変えたりすることにより、新しいものを発見したり、創り出したりしようとする力」とした。統合的・発展的な考え方を働かせ、統合的・発展的に考える力を高めるためには、その事象の本質を捉えるのに相応しい「数学的な見方」が必要であると考え、算数科の領域内の学習内容を貫く「数学的な見方」をカリキュラム編成の軸とした。また、算数科において大きな課題の一つである割合の理解について、四つの数学的な見方を軸とした6年間の指導計画を作成することができた。

**キーワード：統合的・発展的に考える力 数学的な見方・考え方**

## I はじめに

小学校学習指導要領（平成20年、以下「指導要領」とする。）では、算数科の目標において、育成すべき思考力・判断力として、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える力が示されている<sup>(1)</sup>。次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ（平成28年、以下「審議のまとめ」とする。）では、この力とともに、「基礎的・基本的な数量や図形の性質や計算の仕方を見だし、既習の内容と結びつけ統合的に考えたり、そのことを基に発展的に考えたりする力」<sup>(1)</sup>が示された。このことは、次期学習指導要領では、小学校段階においても児童が算数科の知識・技能を関連付け、新しいものを発見したり、創り出したりする力、すなわち統合的・発展的に考える力の育成も必要であることを示している。

加えて「審議のまとめ」では、上記の力のような算数科で求められる資質・能力の育成は、「数学的な見方・考え方を働かせ、算数の学習を生活や学習に活用するなどの数学的活動を通して」<sup>(2)</sup>行うべきであるとしている。「指導要領」では、資質・能力の育成の手立てとして「算数的活動を通して」<sup>(3)</sup>しか示されていなかったところに、「審議のまとめ」では「数学的な見方・考え方を働かせ」が加わり、算数科の資質・能力の育成には数学的な見方・考

方が重要であるということが明示された。さらに、「審議のまとめ」では、次期学習指導要領が目指すのは、各教科等の特質に応じた見方・考え方を軸とした授業改善の工夫の展開であるとしている<sup>(2)</sup>。つまり今後は、見方・考え方を視点とした各教科等のカリキュラム編成が、各学校で必要になってくるということである。

よって、本研究では、数学的な見方・考え方を軸とした算数科カリキュラムの一つの試案として、統合的・発展的に考える力を高めることを目指したカリキュラム編成を行うこととする。

## II 研究の基本的な考え方

### 1 統合的・発展的な考え方の習得の重要性

初等中等教育における算数・数学教育の改善についての提言（平成28年、以下「提言」とする。）では、初等中等教育における、算数・数学科教育改善の視点の一つとして、概念を創造したり問題を解決したりする際の「数学的な考え方」の重視を挙げている<sup>(3)</sup>。また「提言」では、「数学的な考え方」は、算数・数学科において論理的に考えることや創造的に考えることの基盤となるものであるにもかかわらず、学力調査等での数学的な考え方に関する問題の

通過率は必ずしも高いとはいえない状況が続いており、数学的な考え方の習得を教育目標として一層強調すべきとするとともに、その中でも「統合的・発展的な考え方」の習得を一層明確に目標に位置付けることが必要であると述べている<sup>(4)</sup>。

算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ（平成28年、以下「WG審議の取りまとめ」とする。）では、表1のように、数学的な見方・考え方の中に全ての校種にわたって「統合的・発展的に考えること」が示された<sup>(5)</sup>。

表1 数学的な見方・考え方

高等学校 数学	事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、 <u>統合的・発展的</u> 、体系的に考えること。
中学校 数学	事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、 <u>統合的・発展的</u> に考えること。
小学校 算数	事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、 <u>統合的・発展的</u> に考えること。

\*下線部は稿者による。

このように、今後の算数・数学科教育において、数学的な見方・考え方の習得、とりわけ統合的・発展的な考え方の習得が重要視されているといえる。

2 統合的・発展的に考える力について

(1) 統合的な考え方と発展的な考え方

統合的な考え方、発展的な考え方の定義として、「WG審議の取りまとめ」<sup>(6)</sup>、片桐重男（2004）<sup>(7)</sup>、能田伸彦（昭和54年）<sup>(8)</sup>、統合的な考え方と発展的な考え方に明確に言及している小学校算数指導書（昭和44年）<sup>(9)</sup>に書かれているものを、それぞれ表2、表3にまとめた。

表2 統合的な考え方の定義

WG審議の 取りまとめ	統合的に 考える。	関連付ける。 既習の事柄と結び付ける。
片桐重男 (2004)	統合的な 考え方	多くの事柄を個々ばらばらにしておかないで、より広い観点から、それらの本質的な共通性を抽象し、それによって、同じものとしてまとめていこうとする考え方
能田伸彦 (昭和54年)	統合的 考察	既習の学習内容があつて、それらがある高い、あるいは広い観点からみることによって、それらの内容をみな同じとみなし、一つにまとめてみる心の働き
小学校算数 指導書 (昭和44年)	統合の 考え	前のものと新しく生み出したものとを包括的に扱えるように意味を規定したり、処理の考えをまとめたりする。

表2から、統合的な考え方は、個別に存在する事

柄を結び付けたり、既習の事柄と新しく学んだ事柄を関連付けたりしようとする考え方であり、その結び付けや関連付けを事柄の共通性の抽象により行っていると整理できる。

よって本研究では、統合的な考え方を「複数の個々に存在する事柄、又は既習の事柄と新しく学んだ事柄をそれらの本質的な共通性の抽象を通して、関連付けたり、結び付けたりしようとする考え方」とする。

表3 発展的な考え方の定義

WG審議の 取りまとめ	発展的に 考える。	適用範囲を広げる。 条件を変える。 新たな視点から捉え直す。
片桐重男 (2004)	発展的な 考え方	一つのことが得られても、更によりよい方法を求めたり、これを基にして、より一般的な、より新しいものを発見していこうとする考え方
能田伸彦 (昭和54年)	発展的 考察	既習のことがらに含まれている法則や規則をより広い範囲の対象まで及ぶよう条件をゆるめる心の働き
小学校算数 指導書 (昭和44年)	発展的な 考え	ものごとを固定的なもの、確定的なものと考えず、絶えず、新しいものに創造し発展させようとする考えである。

表3から、発展的な考え方は、学習した事柄を基に新しいものを発見したり、創り出したりしようとする考え方であり、その発見や創造を学習した事柄の適用範囲を広げたり、条件や視点を変えたりすることを通して行っているとまとめることができる。

よって本研究では、発展的な考え方を「既習の事柄の適用範囲を広げたり、視点や条件を変えたりすることにより、新しいものを発見したり、創り出したりしようとする考え方」とする。

(2) 統合的・発展的に考える力

「審議のまとめ」では、算数科で育成を目指す思考力・判断力・表現力等として、次のように三つの力が示されている<sup>(10)</sup>。

- ①日常の事象を数理的に捉え、見通しをもち筋道を立てて考察する力
- ②基礎的・基本的な数量や図形の性質や計算の仕方を見だし、既習の内容と結び付け統合的に考えたり、そのことを基に発展的に考えたりする力
- ③数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり、目的に応じて柔軟に表したりする力

このうちの思考力・判断力に当たる①及び②と、表1に示した小学校算数科における数学的な見方・考え方を次頁表4に整理した。数学的な見方・考え方の「統合的・発展的に考えること」が、算数科の資質・能力である思考力・判断力の「既習の内容と

結び付け統合的に考えたり、そのことを基に発展的に考えたりする力」に対応していることが分かる。

「審議のまとめ」では、数学的に考える資質・能力は、数学的な見方・考え方を働かせ、算数の学習を生活や学習に活用するなどの数学的活動を通して育成を目指すものと述べている<sup>(11)</sup>。つまり、統合的・発展的な考え方を働かせ、数学的活動を通して育成される思考力・判断力が統合的・発展的に考える力であるといえる。

見方・考え方と思考力・判断力のこの関係性を踏まえ、本研究では、2 (1) の統合的な考え方と発展的な考え方の定義から、統合的に考える力を「複数の個々に存在する事柄、又は既習の事柄と新しく学んだ事柄をそれらの本質的な共通性の抽象を通して、関連付けたり、結び付けたりしようとする力」とし、発展的に考える力を「既習の事柄の適用範囲を広げたり、視点や条件を変えたりすることにより、新しいものを発見したり、創り出したりしようとする力」とする。

表4 小学校算数科における「数学的な見方・考え方」と思考力・判断力

数学的な見方・考え方	思考力・判断力
事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的に考えること。	日常の事象を数理的に捉え、見通しをもち筋道を立てて考察する力 基礎的・基本的な数量や図形の性質や計算の仕方を見だし、既習の内容と結び付け統合的に考えたり、そのことを基に発展的に考えたりする力

片桐 (2004) は、「数学的な考え方は態度に近いものである。態度と同様に『……しようとしている』『……しようと努めている』という状態としてとらえるものである。『……ができる』という『できた』か『できなかった』という行動に現れた結果だけではない。」<sup>4)</sup>としている。自らがそのような思いが重要であるとしていることから片桐 (2004) は、「類推しようとは全く考えていなかったが、『類推しなさい』と言われた。そこで類推ができたというのは、類推する能力はあったが、自ら類推的に考えたということではない。」<sup>5)</sup>と述べている。このように、「統合的・発展的な考え方」「統合的・発展的に考える力」は、自らが統合的に考えよう、発展的に考えようという態度的な要素も含んだものとして考えるべきであると捉え、本研究では、「統合的・発展的な考え方」「統合的・発展的に考える力」の定義の最後の部分を「～しようと

する考え方 (力)」とした。

同様に態度的な要素を含むものとして考える中島健三 (2015) は、学んだことを発展させようという思いは全ての教科で考えられるべきことで、算数・数学では、特に目指すべき発展の方向を表す代表的な観点が統合であると「発展」「統合」の二つの関係性について述べている<sup>(12)</sup>。

### (3) 拡張による統合

中島 (2015) は、表5のように、「統合」が生ずる場合として「㊤集合による統合」「㊦拡張による統合」「㊧補完による統合」の三つを挙げており、算数・数学科では、三つの中でも特に、㊦の場合がきわめて多いと述べている。㊤の場合のように、最初に異なったものとして学習し、後でまとめるというよりは、むしろ、次々に㊦の形式での統合になるような指導が、能率的でもあり、教育的には望ましい場合が多いとしている。また、㊧の形式で考え出されたことは、概念や形式の抽象または一般化によって、㊤または㊦の形式で、後で統合し直すことが多いと述べている<sup>(13)</sup>。よって、授業や単元的设计は、㊦の場合の統合を基に考えることが能率的、より教育的だといえる。

表5 中島健三 (2015) の三つの「統合」

㊤集合による統合	はじめは、異なったものとしてとらえられていたものについて、ある必要から共通の観点を見出してひとつのものにまとめる場合。
㊦拡張による統合	はじめに考えた概念や形式が、もっと広い範囲に適用できるようにするために、はじめの概念の意味や形式を一般化して、もとのものも含めてまとめる場合。
㊧補完による統合	すでに知っている概念や形式だけでは、適用できない場合が起こるとき、補うものを加えて、「完全になる」ようにまとめる場合。

㊦の場合について、乗法の意味の拡張を例に説明する。乗法は、導入時に、一つ分の大きさが決まっている場合に、その幾つ分かに当たる大きさを求めるものであると学習する。その後、乗数が0の場合で乗法が成り立つのかどうかを試さざるを得ない課題を提示され、児童は乗数が0の場合についても、これまで学習したことで説明できるようにしたいという思いをもつ。そこで、既習の乗法の性質が乗数0の場合にも使えないかと考え、乗数が1増えれば積は被乗数分だけ増えるという性質を課題の解決に適用する。解決できたことを踏まえて、既習の乗法の性質が乗数0の場合にも適用できると理解する。このようにして、乗法の性質の適用範囲が広がる、言い換えれば乗法の意味が拡張するのである。

Ⅲ 統合的・発展的に考える力の育成を目指したカリキュラム編成

1 カリキュラム編成の構成要素

(1) カリキュラム編成の軸

「WG 審議の取りまとめ」は、「数学的な見方・考え方」を「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」<sup>6)</sup>としている。また、「数学的な見方」については、「事象を、数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えることである」<sup>7)</sup>とも述べている。つまり、統合的・発展的な考え方といった「数学的な考え方」は、「数学的な見方」を使って事象の特徴や本質を捉えた上で、その捉えたものを基に働かせることができるということである。

このことから、統合的・発展的な考え方を働かせるためには、その事象の本質を捉えるに相応しい「数学的な見方」を働かせることが不可欠であると考え、「数学的な見方」をカリキュラム編成における軸とする。本研究での数学的な見方は、それに相当する片桐（2004）の「数学の内容に関係した数学的な考え方」<sup>(14)</sup>、小学校学習指導要領解説算数編（平成20年、以下「解説」とする。）に示されている「関数の考え」「単位の考え」といった関連表現の妥当性を検討し、表6に整理した。

表6 カリキュラム編成の軸となる数学的な見方

集合の考え (抽象の考え)	考察の対象の集まりや、それに入らないものを明確にしたり、その集まりに入るかどうか条件を明確にしたりして捉える。
十進位取り 記数法の考え	ある単位の大きさが10集まると次の単位となつて表される十進法の原理や、単位の大きさをその個数を表す数字の位置で示す位取りの原理に基づいて捉える。
関数的な考え (比例の考え)	何を決めれば何が決まるかという依存関係に着目したり、変数間の対応関係に着目したりして捉える。
概括的把握の 考え	数や計算の結果を大づかみに捉える。
単位の考え	基準となる単位を用いた量の幾つ分(何倍)かで数値化し、量の大きさを捉える。
統計的な考え	資料の量に着目し、違いを差や比で捉えたり、資料の分布の様子に着目し、傾向や特徴を捉えたりする。
基本的性質の 考え	数・計算・量・図形についての基本法則や性質に着目して捉える。
割合の考え	二つの数や量の関係について、基準量を1とし、その割合として捉える。

(2) 算数科の学習内容と数学的な見方の関係性の整理

「解説」（平成20年）では、「A数と計算」「B

量と測定」「C図形」及び「D数量関係」の各学年で指導する内容を、4領域に分けている<sup>(15)</sup>。

本研究では、まず、「解説」（平成20年）に示された学習内容と表6の数学的な見方との関係性を、四つの領域内の内容の「分類」を枠組みとして表7及び次頁表8から表10に整理した。

ア 「A数と計算」

A領域は、整数、小数、分数などの数の意味や表し方、数の計算などの内容によって構成されている。それらについて理解できるようにすることがねらいである。

表7 「A数と計算」における数学的な見方

分類	数	計算
数学的な 見方	集合の考え(抽象の考え) 十進位取り記数法の考え 概括的把握の考え 数の基本的性質の考え	集合の考え(抽象の考え) 十進位取り記数法の考え 関数的な考え (比例の考え) 概括的把握の考え 計算の基本的性質の考え 割合の考え

数の意味を理解するためには、考察する対象となるものの集まりを明確にする集合の考えが必要である。集合を捉える際には、対象となるものが異なつていても共通の性質に着目して同じものと見なすといった、抽象の考えも必要である。また、十進位取り記数法の原理に基づいて数を捉える十進位取り記数法の考えが必要だと考える。

数の計算の内容には、加法、減法、乗法、除法がある。加法、減法の計算の意味について理解するためには、一つの数をほかの数の和や差としてみるような数量と数量の間に依存関係を見いだす関数的な考えが必要である。そして、関数的な考えに基づき、加法、減法の相互関係について理解していくことで、加法は二つの集合を合わせた集合の要素の個数を求めること、減法は一つの集合を二つの集合に分けたときの一方の集合の要素の個数を求めることであることを理解する。

計算の仕方を考えるには、十進位取り記数法の考えを用いて、整数から小数、分数と、適用範囲を広げていく。

乗法を初めて学習するときには、累加として乗法の意味を規定するが、乗数や除数が小数や分数になると、累加では説明できなくなるため、二つの数量があるとき、その関係を基準量を1とし、その割合として捉えるように乗法の意味を拡張する。このとき意味の拡張で用いられるのが、乗数が2倍、3倍、4倍、…になると積も2倍、3倍、4倍、…になる

という関数的な考え（比例の考え）である。また、分数については、AはBの $\frac{2}{3}$ というように、Bを1としたときのAの大きさの割合を表すものというように除法の意味、分数の意味が拡張する。そして、D領域の比の学習で、二つの数量の関係をその割合で表す場合に、どちらか一方を基準量とすることなく、簡単な整数の組を用いて表すものとして学習することで、更に割合についての理解が広がる。

また、数の意味や計算の意味を理解する中で、数や計算の結果を概括的に捉える、概括的把握の考えも必要である。

## イ 「B量と測定」

B領域は、身の回りにあるいろいろな量の単位と測定などの内容によって構成されており、量の単位や量の比較や測定についての意味が理解できるようにすることがねらいである。

表8 「B量と測定」における数学的な見方

分類	量の単位	量の比較や測定など
数学的な見方	単位の考え	単位の考え 量の基本的性質の考え 割合の考え

第1学年では、身の回りにあるものの大きさを単位として数値化することにより、大きさの違いを明確に表す学習を通して、基準となる任意単位を用いた量の幾つ分かで数値化するという単位の考えに基づいて量の大きさを捉えていく。第2学年からは、第1学年で量を比較するときに用いた単位の考えを基にして、長さ、体積、時間、重さ、面積、角の大きさなどについて、基準となる普遍単位を用いてその幾つ分かで数値化し、量の大きさを捉えていく。これらの学習内容は、単位の考えを用い、前学年までの内容に基づいて、量を数値化できる範囲が広がり、単位の意味が拡張することで理解が深まる。

また、第5学年で学習する人口密度は、単位面積当たりの人数であり、第6学年で学習する速さは、単位時間当たりに進んだ長さである。これらは、異種の二つの量の割合として表すことができる量であることを理解する。これらを理解するためには、人口密度や速さは、基になる単位から、かけたり割ったりして作られる組立単位であり、これらの理解には、第4学年までの量を基準になる単位の幾つ分(何倍)で捉える単位の考えが必要である。また、二つの数量の関係を割合として捉えるには、「A数と計算」の領域の学習内容である乗法、除法の計算の意味の理解が重要になる。

## ウ 「C図形」

C領域は、平面図形、立体図形の意味と性質、図形の構成などの内容によって構成されており、それらについて理解することがねらいである。

表9 「C図形」における数学的な見方

分類	図形についての理解	図形を構成する要素	図形の見方や調べ方
数学的な見方	集合の考え (抽象の考え)	図形の基本的性質の考え	図形の基本的性質の考え 割合の考え

図形の意味を理解するには、平面図形や立体図形を構成する要素に着目する基本的性質の考えや、それぞれの図形を認めるには、共通の性質をもつことを条件として、分類し、集合を形成する集合の考え（抽象の考え）が必要である。

## エ 「D数量関係」

D領域は、数量や図形を取り扱う際の共通の考え方や方法などによって構成されており、A領域、B領域、及びC領域の各内容を理解するための方法や表現する方法を身に付けることがねらいである。

表10 「D数量関係」における数学的な見方

分類	関数の考え	式の表現と読み	資料の整理と読み
数学的な見方	関数的な考え (比例の考え)		統計的な考え 割合の考え

「関数の考え」の内容には、A領域の計算の意味や数量の関係について理解する際に必要な関数的な考えが必要である。「式の表現と読み」では、理解したことを、一般的に又は形式的に表現する方法を扱っており、特に数学的な見方を設定する必要はないと判断した。「資料の整理と読み」では、資料の特徴や傾向に着目する数学的な見方が必要になる。資料を数量的に考察する場合には、数量の関係を差で捉えたり、割合で捉えたりする統計的な考えが重要である。

## オ 幾つかの領域に位置付く数学的な見方

基本的性質の考えには、数、計算、量、図形の性質などがある。基本的性質は、着目する対象に合わせて、働かせるものであるため、A、B、C領域それぞれに、基本的性質の考えを位置付けた。

また、割合の考えは、A領域では乗法、除法の理解に、B領域では異種の単位量当たりの大きさの理解に、C領域では、円周率の理解に、D領域では百分率や比の理解に必要な数学的な見方として、全ての領域に位置付けた。

## 2 割合の理解に向けたカリキュラム編成

## (1) 割合に関する課題

割合の考えは、全ての領域に位置付く数学的な見方であるため、この見方の育成は、領域を超えた学習内容の関連を意識する必要があると考える。

数量の関係を割合として捉える割合の考えは、乗法、除法の計算や、人口密度や速さなどの単位量当たりの大きさ、分数や比について理解するときにも必要な見方である。また、割合そのものである、百分率を理解するには、数量の関係を割合の考えに基づいて捉えることが前提となる。

しかし、現在の算数・数学科教育では、割合の考えが十分に育成されず、割合について理解できていないという現状がある。

平成27年度全国学力・学習状況調査において、示された情報から基準量を求める場面と捉え、比較量と割合から基準量を求める式とその答えを書く設問B[2] (2)の全国の正答率は、13.4%であり、所属校も同様に正答率が低く、11.5%であった<sup>(16)</sup>。割合についての課題は、A問題にも見られる。平成26年度全国学力・学習状況調査において、割合が1より小さい場合の、比較量の求め方を選択する設問A[2] (2)においても、全国54.3%、所属校56.8%と、その正答率は低い<sup>(17)</sup>。このように、割合について理解することは、これまでの全国学力・学習状況調査において依然として課題があるとされてきた。

「提言」では、算数・数学科教育改善において、「『割合』の背景にある考えの位置付け」<sup>8)</sup>を充実化・重点化の必要があるものの一つとして挙げ、割合の背景にある、小数倍、分数倍の位置付け、及び、演算の意味指導の位置付けについて改善し、系統を明示すべきであると述べている<sup>(18)</sup>。

## (2) カリキュラム編成の手順

### ア 軸となる数学的な見方の設定

割合についての理解には、乗法、除法の意味、小数倍、分数倍の意味についての理解が段階的に発展することが必要であると考え。それらの事柄の意味を理解するためには、4頁表7及び5頁表8から表10に示した数学的な見方の、主に、A、D領域の内容を貫く割合の考え、主にD領域の内容を貫く関数的な考え、主にB領域を貫く単位の考え、主にA領域を貫く十進位取り記数法の考えの四つが必要であると考え、次頁図1のように、割合の理解に向けたカリキュラムの軸とした。

### イ 割合の理解に向けた学習内容の整理





「解説」（平成20年）において示されている各学年の内容の項目の中から、アで設定した四つの数学

的な見方それぞれに関連のあるものを学年ごとに選定した。

### ウ 統合による事柄の意味の拡張

イで選定した学習内容を、それぞれの数学的な見方を軸として事柄の意味が拡張する流れが分かるように、図1に示した。表11に図1の記号が表す意味を整理している。

表11 図1の記号について

	数学的な見方（軸）における、既習事項とそれを基に学習すべき事項の関係。
	他の軸との間において、既習事項とそれを基に学習すべき事項の関係。
	事柄の意味の拡張の関係。
	互いに補完し合う関係。

割合の考えの軸では、初めて乗法を導入する第2学年において、加法の意味に基づき、一つ分の大きさが決まっている場合に、その幾つ分かに当たる大きさを求めるという同数累加の考えで乗法の意味を理解している。さらに、幾つ分といったものを、何倍とみて、一つ分の大きさの何倍かに当たる大きさを求めることであると捉えて意味を広げていく。また、第3学年で、除法を学習することで、乗法と除法の相互関係を理解していく。第5学年で、乗数が小数の場合にも乗法が適用できるように、二量の関係を関数的な考え（比例の考え）を使い、二つの数量AとBについてAのBに対する割合をPとすると、 $A = B \times P$ は、割合に当たる量を求めることであると捉え直すことで、既習の乗法の意味を拡張する。また、演算の意味は、十進位取り記数法の考えの軸での数の概念の広がりに合わせて適用範囲が広がる。第5学年では、分数の意味が、割合の考えに基づいて、除法の意味と統合する。

単位の考えの軸では、任意単位から普遍単位へ、第5学年で組立単位へと単位についての理解が広がる。組立単位である人口密度や速さの学習では、単位の考えと合わせて、割合の考えが必要になる。

このように、四つの軸において、習得された事柄の意味が、段階的に拡張していきながら、相互に関連し合うことで、割合についての理解が深まっていくと考える。

## 3 カリキュラムの実施に向けて

図1を基に作成した割合に関する6年間の算数科指導計画の一部を8頁図2に示す。

学年、単元名、単元における主な学習内容、図1で示した四つの数学的な見方と各学年の学習内容を



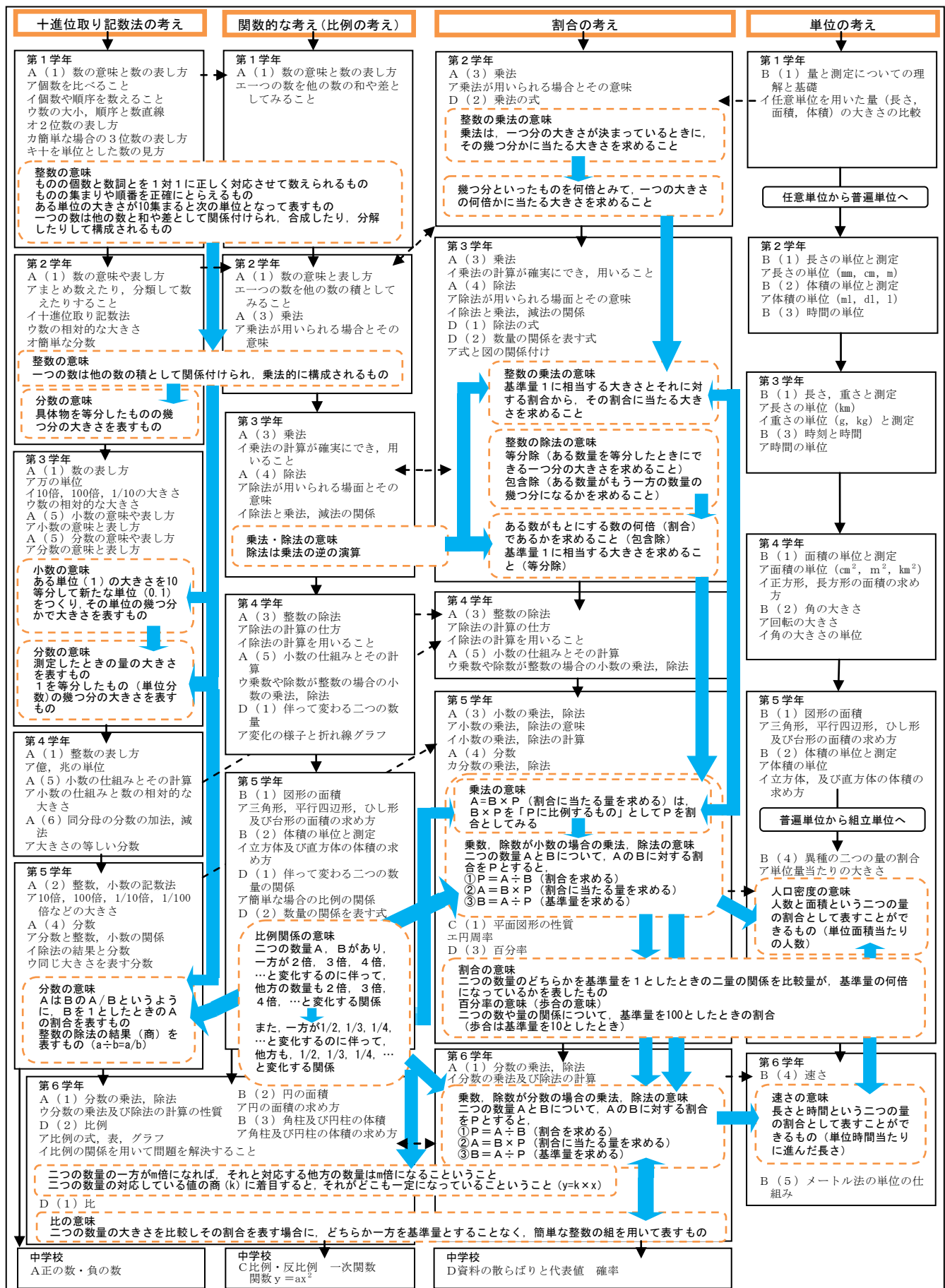


図1 数学的な見方を軸として意味の拡張を意識した学習内容の配列（割合の理解）

基本的な構成要素とする。図1の数学的な見方の軸にある学習内容から、各単元の学習事項に関係するものを選び出し、当該内容をその学習を通して理解すべき事柄の意味とともに、軸と単元の位置関係が明瞭となる場所に位置付ける。

教師は、6年間の系統性を意識し、どの単元で、どのような見方に基づいて、学習内容を理解させていけばよいかを明らかにした上で、授業実践を行う。

学年	単元名	単元における主な学習内容	十進位取り記数法の考え ある単位の大きさが10集まると次の単位となって表される十進法の原理や、単位の大きさを表す位取りの原理に基づいて捉える。	割合的な考え(比例の考え) 何を決めれば何が決まるかという依存関係に着目したり、変数間の対応関係に着目したりして捉える。	割合の考え 二つの数や量の関係について基準量を1とし、その割合として捉える。	単位の考え 基準となる単位を用いた量の幾分(何倍)かで数値化し、量の大きさを捉える。
	比例	比例の意味 D(1) 伴って変わる二つの量の関係 A簡単な場合の比例の関係 比例の意味 二つの数量A、Bがあり、一方が2倍、3倍、4倍...と変化するのに伴って、他方の数量も2倍、3倍、4倍...と変化する関係				
	小数のかけ算	小数をかける意味と計算の仕方 (整数)×(小数)、(小数)×(小数)の計算と筆算形式(乗数、被乗数が小数第二位まで) 乗数の大きさと積の大小関係 辺の長さが小数の場合でも、求積公式が用いられること 交換法則、結合法則、分配法則(小数)			A(3) 小数の乗法 ア 小数の乗法の意味 イ 小数の乗法の計算 乗法の意味 $A=B \times P$ (割合に当たる量を求める)は、 $B \times P$ を「Pに比例するもの」としてPを割合としてみる 乗数が小数の場合の乗法の意味 二つの数量AとBについて、AのBに対する割合をPとすると、 ② $A=B \times P$ (割合に当たる量を求める)	
	小数のわり算	小数でわる意味と計算の仕方 (整数)÷(小数)、(小数)÷(小数)の計算と筆算形式 わり切れる場合、わり切れない場合(商と余りを求める、商を仮数で求める) 除数の大きさと商の大小関係 小数倍の三用法			A(3) 小数の除法 ア 小数の除法の意味 イ 小数の除法の計算 除数が小数の場合の除法の意味 二つの数量AとBについて、AのBに対する割合をPとすると、 ① $P=A \div B$ (割合を求める) ③ $B=A \div P$ (基準量を求める)	
	どんな計算になるか考えよう	小数の乗法、除法の演算決定			A(3) 小数の乗法、除法 ア 小数の乗法、除法の意味 イ 小数の乗法、除法の計算	

図2 割合に関する6年間の指導計画(一部)

## Ⅳ 研究のまとめ

### 1 研究の成果

統合的・発展的な考え方を働かせ、統合的・発展的に考える力を高めるには、その事象の本質を捉え

るに相応しい「数学的な見方」が必要であると考え、領域内の学習内容を貫く「数学的な見方」をカリキュラム編成の軸とした。

また、算数科において大きな課題の一つである割合の理解について、四つの数学的な見方を軸とし、統合的・発展的な考え方の系統的な育成を目指した学習内容の配列を行い、それに基づいて、算数科6年間の指導計画を作成することができた。

## 2 研究の課題

今後は、所属校において、作成した割合に関する6年間の指導計画を基にした実践を行い、評価・改善していく必要がある。

また、割合以外の事柄の理解に向けた、カリキュラムの編成についても、研究していく必要がある。さらに、中学校3年間についても、数学的な見方を軸とした学習内容の配列を行い、9年間の系統性を意識してカリキュラムを編成する必要がある。

### 【注】

- (1) 文部科学省(平成20年)：『小学校学習指導要領』p. 43
- (2) 中央教育審議会(平成28年)：『次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ(第1部)』p. 34
- (3) 日本学術会議(平成28年)：『初等中等教育における算数・数学教育の改善についての提言』p. 3
- (4) 日本学術会議(平成28年)：前掲書p. 3
- (5) 中央教育審議会(平成28年)：『算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ』資料1
- (6) 中央教育審議会(平成28年)：前掲書(5)資料1
- (7) 片桐重雄(2004)：『新版 数学的な考え方とその指導 第1巻 数学的な考え方の具体化と指導』明治図書出版pp. 48-52
- (8) 能田伸彦(昭和54年)：『算数・数学科授業の設計と実践—評価を中心にした科学的方法—』東洋館出版p. 25
- (9) 文部省(昭和44年)：『小学校算数指導書』大阪書籍株式会社p. 6
- (10) 中央教育審議会(平成28年)：『次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ(第2部)』p. 161
- (11) 中央教育審議会(平成28年)：前掲書(10)p. 162
- (12) 中島健三(2015)：『復刻版 算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察—』東洋館出版p. 40
- (13) 中島健三(2015)：前掲書pp. 127-129
- (14) 片桐重雄(2004)：前掲書pp. 69-88
- (15) 文部科学省(平成20年)：『小学校学習指導要領解説算数編』東洋館出版社pp. 28-53
- (16) 国立教育政策研究所教育課程研究センター(平成27年)：『平成27年度全国学力・学習状況調査 調査結果のポイント』pp. 19-24
- (17) 国立教育政策研究所教育課程研究センター(平成26年)：『平成26年度全国学力・学習状況調査 調査結果のポイント』pp. 9-14
- (18) 日本学術会議(平成28年)：前掲書p. 6

### 【引用文献】

- (1) 中央教育審議会(平成28年)：前掲書(10)p. 161
- (2) 中央教育審議会(平成28年)：前掲書(10)p. 162
- (3) 文部科学省(平成20年)：前掲書(1)p. 43
- (4) 片桐重雄(2004)：前掲書p. 35
- (5) 片桐重雄(2004)：前掲書p. 35
- (6) 中央教育審議会(平成28年)：前掲書(5)p. 2
- (7) 中央教育審議会(平成28年)：前掲書(5)p. 2
- (8) 日本学術会議(平成28年)：前掲書p. 6