

論理的に考察し表現する力を高める図形指導の工夫 — フローチャートを基に根拠を明らかにする活動を通して —

尾道市立高西中学校 澤田 英俊

研究の要約

本研究は、フローチャートを基に根拠を明らかにする活動を通して、論理的に考察し表現する力を高める図形指導の工夫について考察したものである。文献研究から、論理的に考察し表現する力を高めるためには、フローチャートが有効であることが分かった。そこで、単元を通してフローチャートを段階的に用いる授業を、第2学年「図形の証明」の単元で行った。単元初期には、フローチャートを完成させるための手立てとして、合同であることを示したい二つの三角形の対応する辺3組と角3組の計6組をすべて書き出させた。これは、確認すべき辺や角の組は最多でも6組であるという見通しをもたせるとともに、共通な辺や角の組の見逃しを防ぐためにも有効であった。フローチャートを基に根拠を明らかにする活動を通して、根拠を明らかにしようとする意識が高まり、解析的思考などを用いて論理的に考察し表現する力が高まることが分かった。

キーワード：図形の証明 フローチャート 解析的思考

I 主題設定の理由

中学校学習指導要領（平成20年）数学の第2学年B図形では、「図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う。」¹⁾と示されている。

平成26年度全国学力・学習状況調査の数学A[8]証明の方針を立てる際に着目すべき三角形を指摘する問題の正答率は76.4%であった。しかし、同一の場面で三角形の合同条件を用いて証明する問題であるB[4]（1）の正答率は40.2%であった。つまり、36.2%の生徒は、仮定と結論から着目すべき三角形は分かっても、そこから仮定以外の等しい辺や角の組を見付け証明を記述することができておらず、論理的に考察し表現する力に課題がある。

そこで、本研究では、中学校第2学年の三角形の合同条件を使った証明において、フローチャートを基に生徒の思考を促し、根拠を明らかにする活動を仕組む。フローチャートを基に根拠を明らかにする活動を通して、論理的に考察し表現する力を高めることができると考え、本研究主題を設定した。

II 研究の基本的な考え方

1 論理的に考察し表現する力とは

中学校学習指導要領解説数学編（平成20年、以下「解説」とする。）には、図形指導の意義として、「図形に対する直観的な見方や考え方及び図形の性質を数学的な推論の方法によって考察する過程を通して養われる論理的な見方や考え方は、中学校数学科に限らず、いろいろな分野での学習において重要な役割を果たすものであり、論理的に考察し表現する能力を一層伸ばすこと。」²⁾が示されており、特に数学の図形指導において、論理的に考察し表現する力を育成することが求められている。

「解説」には、論理的な思考力の育成について、ア図形に対する直観や洞察の能力を伸ばすこと、イ数学的な推論の理解と論理的に表現する能力を伸ばすこと、の二つが目標とされている。アについては、小学校において高められた図形に対する直観的な見方や考え方を、中学校の図形学習を通してさらに高められるようにしている。イについては、数学科における推論の種類と方法の違いを理解し、必要な場面に応じて適切に用いることができるようになることが大きなねらいであるとしている⁽¹⁾。このことについて、「解説」には、「中学校数学科の大きな特徴は、『B図形』の領域において、演繹的な推論の方法を活用することにある。」³⁾とあり、中学校の図形領域では、帰納的に考えることや類推的

に考えることによって導かれた事柄の正しさや一般性を確かめるためには、演繹的な推論が必要であるということを理解し、演繹的な推論によって確かめることができるような、筋道を立てて表現する能力を育成することが重要であるとしている⁽²⁾。

また、「解説」には「演繹的に考えるためには、推論の根拠となる事柄を明確にしておかなければならない。『B図形』の領域でその推論の根拠となる事柄としては、対頂角の性質、平行線の性質、三角形の合同条件などが考えられ、それらを基にして演繹的に考え、図形の性質を確かめていく学習が中学校第2学年から本格的に始められる。」⁽⁴⁾とある。

これらのことから、論理的に考察し表現する力とは、「既習事項を基に筋道を立てて表現することのできる力」とする。

2 論理的に考察し表現する力を高めるために

(1) 証明問題におけるつまずきとは

曾根崎高志（1998）は、証明問題における生徒の主なつまずきの原因を、次の5点に整理している⁽³⁾。全国学力・学習状況調査でも、証明問題の正答率は毎年40%程度であり、低い状態が続いている。

証明問題におけるつまずきの原因

- ①問題を読んでも、その意味が理解できない。
- ②与えられている図形の認識ができない。
- ③どこから手をつけてよいのかわからない。
- ④どこに着目して解決してよいのかわからない。
- ⑤どのように記述してよいのかわからない。

原因①については、問題文の内容の理解が不十分であると考えることができるので、文章から必要な部分を抜き出して内容を整理する手立てが必要である。「解説」にも、「推論を行う前に命題の『仮定』と『結論』をはっきりさせる。」⁽⁵⁾とあるように、仮定と結論の明確化は証明問題を解決する前提として欠かせない基本事項である。そこで、問題文中の仮定の部分には実線で、結論の部分には点線で下線を引かせることで、仮定と結論を明確に区別させ、問題文から仮定と結論の取り出しをさせる。結論には、証明が完成していない段階では成り立つ根拠が無いので実線より弱いイメージの点線を使い、論証の途中で結論を用いてしまい堂々巡りになることを防ぐ。

原因②については、図形の基本的な性質に関する知識や理解が不十分なことや、それらの性質を問題

に与えられた図の中から見付け出すことができていないと考えることができる。図形の性質を理解するだけでなく証明等に使えるようにするためにには、図1のように言葉・図・式の関連も含めて理解させる必要がある。そこで、第1学年の図形指導の段階から、言葉・図・式の関連も含めて丁寧に繰り返し指導を行い、数学的な表現に慣れさせるとともに、それらの関連の理解も促していく。また、証明指導の際には、問題文中に書き込んだ下線によって明確にした仮定と結論を、問題として与えられた図の中に印を付けさせて、与えられている図形の認識をより深めさせたい。

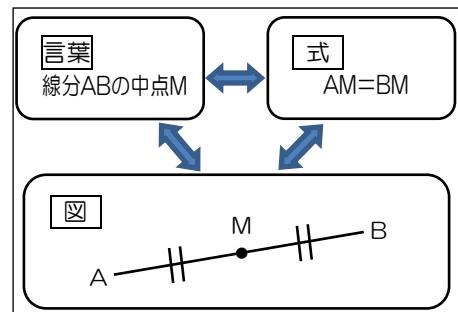


図1 言葉・図・式の関連

原因③④については、証明のしくみや論理の進め方の理解が不十分であると考えることができ、図形に関する一定の知識が身に付いたとしても証明することができない原因といえる。これらを解決していくために、証明の方針を立てる指導の工夫をしていく必要がある。

原因⑤については、「解説」の中に「証明を書くことの指導に当たっては、簡単な推論について、まず証明の構想や方針をたて、その要点を上述した言葉や用語、記号を適切に用いて自分の言葉で書くことから始め、よりよいものに改めることを大切にする。」⁽⁶⁾とあるように、まずは証明の方針を立てる指導を充実させ、その後自力で証明を記述できるよう段階的に指導していくことが大切である。

以上から、証明におけるつまずきの原因是、証明の方針を立てるための既習事項が定着していないことと、証明の方針を立てたり、それを記述したりすることの困難さの二つに分けることができる。

本研究では、Iで述べた「仮定と結論から着目すべき三角形は分かっても、そこから仮定以外の等しい辺や角の組を見付け証明を記述することができおらず、論理的に考察し表現する力に課題がある」ことを最重点課題として捉え、先に挙げた二つの原因のうちの後者の、証明の方針を立てたり、それを記述したりすることの困難さに対する指導の工夫に重点をおくこととする。

(2) 証明の方針を立てることについて

ア 証明の方針を立てる難しさ

榎木敏之（2014）は、証明を記述できない原因について、記述することそのものではなく、証明のしくみが分からぬといふ場合が多いとしている⁽⁴⁾。

湯本武司（2007）は、生徒が証明を嫌がる原因として、「証明をどのようにつくったらよいか全体の見通しがたたない。（証明における論理の進め方を全体的にとらえることができていない）」⁷⁾ことを挙げ、これを解決する方法として、証明のフローチャートを用いて、証明における論理の進め方を全体的に捉えていく授業を提案している。

イ 証明のフローチャートとは

フローチャートとは、広辞苑（2008）によると、「作業や処理の手順を特定の記号を用いて図式的に表現したもの。流れ図。」⁸⁾とある。

湯本（2007）によると、証明のフローチャートとは、「仮定から結論までの証明の流れを表す『証明のしくみ』の図」⁹⁾のことであるとしている。図2のように教科書にも、証明をするときのしくみを表した図の例として掲載されている。

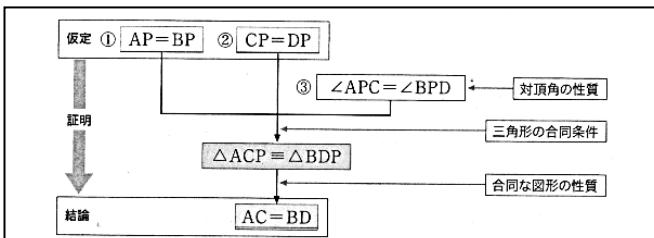


図2 教科書に掲載されている証明のフローチャートの例¹⁰⁾

林晃也（平成25年）は、研究授業の結果の分析から、フローチャートを仮定と結論を結ぶ要素を探ったり、検討したり、考えを引き出すための道具として活用した指導を行うことで、証明のしくみについて深く考え、証明の方針を適切に立てることができるようになったとしている⁽⁵⁾。

このように、フローチャートを用いた指導を行うことは、証明の全体像を把握させることで、見通しをもたせることができ、また、証明に必要な根拠を考えたり、仮定と結論を結ぶ要素を探ったりすることができるので、証明の方針を立てるのに有効であると考える。

ウ 文献研究からの課題

林（平成25年）は、フローチャートの活用を取り入れた論証指導を行った際の課題として、次にある2点を挙げている⁽⁶⁾。

フローチャートを活用した指導を行った際の課題

- ①自力で証明の方針を立てることができない生徒への指導
- ②証明の方針を立てることができても、記述することができない生徒への指導

①の課題については、証明の方針を立てるためのフローチャートを自力で完成できるようにする手立てが必要である。それについては（3）で述べる。

②の課題については、証明の方針を立ててから自力で証明の記述をするための手立てが必要である。それについては（4）で述べる。

（3） フローチャート完成への手立てについて

ア 総合的思考と解析的思考について

岡崎正和（平成26年）は、「証明をつくりあげる上で、総合と解析の2種類の方法、とりわけ解析的思考を働かせていくことが重要になる。総合は、あらかじめ真と認められた事柄から出発し、推論の連鎖によって証明すべき事柄まで到達させようとする思考であり、解析とは、証明されるべき結論や解決されるべきものが得られたとして、それを手がかりに証明や問題解決の方法を見つけようとする思考である。したがって、総合と解析はそれぞれ、前向きの推論、後ろ向きの推論として特徴付けられるが、実際にはこれらの2つの思考が相互に連携しあって推論が進むと考えられる。」¹¹⁾と述べている。

すなわち、証明の方針を立てるためのフローチャートを完成させるためには、総合と解析の二つの思考の視点からのアプローチが大切である。

イ 根拠を明らかにすることについて

岡崎（平成26年）は「結論が言えるためには、どの三角形の合同に着目しなければならないか、と考えるならば、ここに解析的思考が用いられていることになる。」¹²⁾と述べており、解析的思考を用いることで、結論が成り立つための根拠を明らかにしようとする意識が高まると考えることができる。

「解説」には「証明の過程においては、根拠となる事柄を明らかにすることが必要である。」¹³⁾とある。証明には根拠のある事柄しか使えないが、根拠の有無を確認することが大切であり、それによって証明に使える要素を絞り込むことができる。

ウ 仮定以外の根拠を見付けるために

フローチャートを完成させる上での困難さに、仮定以外の等しい辺や角を見付けることがある。これを解決する手立てとして、解析的思考を用いて、証明に使える要素を絞り込む活動を行う。詳細は次頁エの③から④に示す。

エ フローチャート完成への指導の流れ

証明の方針を立てるためのフローチャートを完成させるには、次のような流れで指導を行う。次の①から⑤は指導の順番を示すとともに、図3の番号と対応している。

①仮定と結論を明らかにし、それを問題に与えられた図とフローチャートに書き込ませる。その際、仮定は実線、結論は点線と使い分け視覚的に明確にさせる。

②問題に与えられた図と解析的思考を利用して合同であることを示したい二つの三角形を見付けフローチャートに書き込ませる。例えば、図3の問題ならば、結論が $AC = BD$ なので、辺 AC と辺 BD が別々に含まれた二つの三角形を探すことになる。

③フローチャートを基に仮定と結論から使うべき三角形の合同条件の見当を付けさせる。図3の問題

ならば、結論が $AC = BD$ であり、その1組の辺が等しい根拠は無いので、「3組の辺がそれぞれ等しい」という三角形の合同条件は使えないことになる。よって、使える合同条件は残りの二つに絞り込むことができる。さらに仮定で2組の辺が等しいことが分かっているので、「2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」という合同条件が使いやすそうだということが分かる。

④見当を付けた三角形の合同条件から、仮定以外の等しくなる辺や角の組を推測させ、その根拠を考えさせる。図3の問題ならば、③より、等しい2組の辺の間にある角が等しい根拠を考えることになる。これでフローチャートを全て埋めることができ、証明の方針が立つ。

⑤証明の方針を基に、証明を記述する。記述に対する指導の詳細は次頁の(4)に示す。

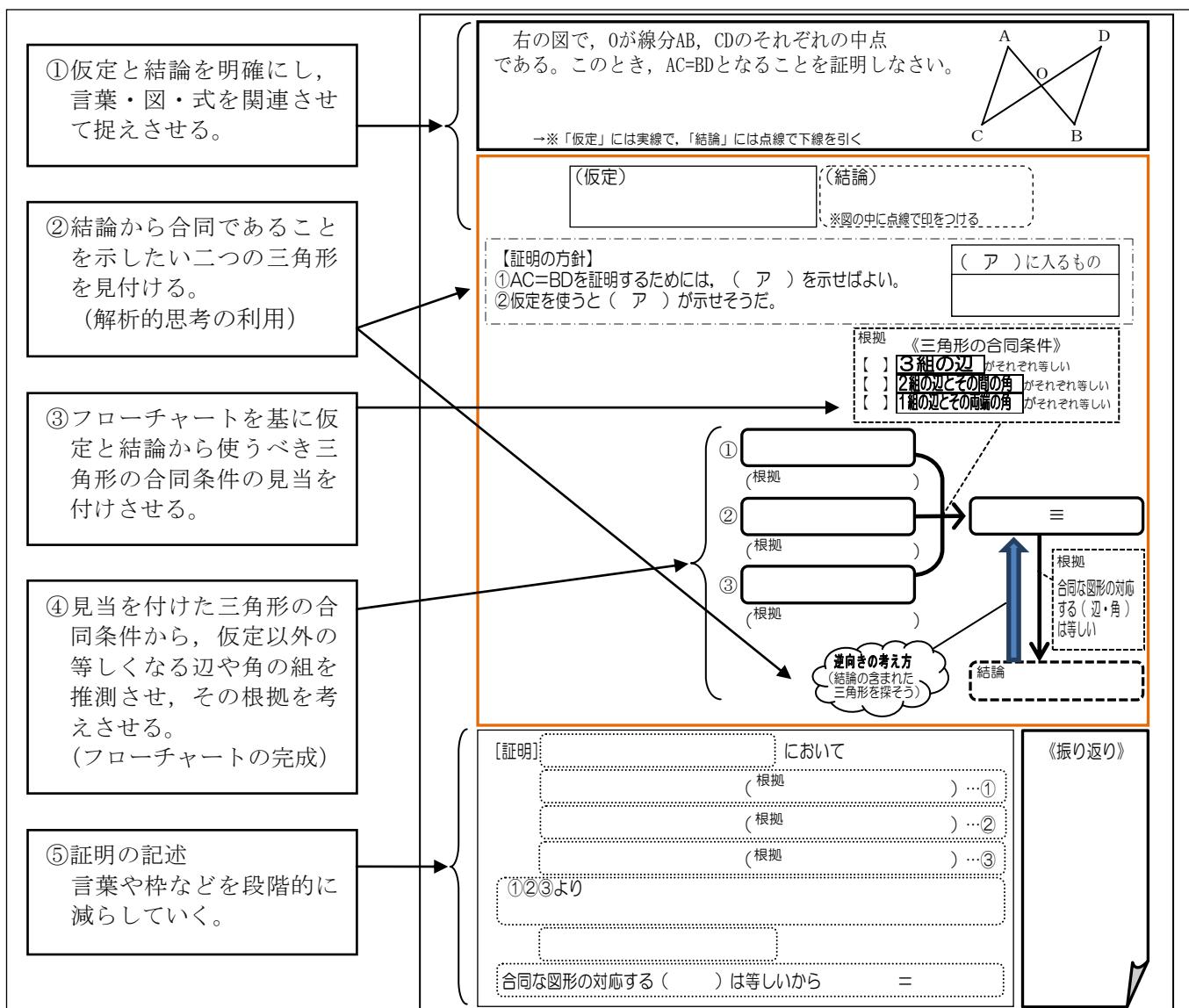


図3 第3時のワークシート

(4) 証明の記述をするための手立てについて

ア 証明の書き方の型の利用

曾根崎（1998）は、「証明の構造をしっかりと理解できるまでは、ある程度『書き方のパターン』にあてはめながら、証明を進めていくことが必要だろう。」¹⁴⁾として、「7行証明」を紹介している。「7行証明」とは、三角形の合同を利用した基本的な証明を解答する場合に七つのステップを意識させ、記述させるものである。この「7行証明」を参考にして作った図3の下の方にある証明の書き方の型を、証明が記述できない生徒へ手立てとして与え、証明の記述の仕方に慣れさせることから始める。言葉や枠などを段階的に減らすことで、最終的には白紙の状態から証明が記述できるように指導する。

イ 書いた証明を振り返る活動

証明の記述をよりよいものにするには、書いた証明を振り返ることが大切である。榎木（2014）は「ほとんどの生徒には、自分が書いた証明を振り返る習慣がない。そのため、推論過程の誤りや証明の方針のまことに自ら気付くことがなかなかできない。」¹⁵⁾と述べている。

湯本（2007）は、フローチャートについて「学習が進むにつれて、次第に、よりよい証明をつくるために、『自分の証明の不十分な点はないか』を確認するための手段として用いられるようになっていった」¹⁶⁾と述べている。そこで、ワークシートに毎時間、自分が書いた証明を振り返り、気付きなどを書く欄を設けるとともに、単元の後半には誤答例を示し、それをフローチャートを用いて見直し修正させる活動を仕組む。それらを通して、書いた証明を振り返ることの大切さを伝えるとともに、証明のしくみや進め方の理解を深めさせたい。

III 研究仮説及び検証の視点と方法

研究仮説とその検証の視点と方法を表1に示す。

表1 研究仮説及び検証の視点と方法

研究仮説	图形の証明指導において、フローチャートを基に根拠を明らかにする活動を行えば、証明の方針を立てることができるようになり、論理的に考察し表現する力を高めができるであろう。	検証の視点	検証の方法
(1) フローチャートを基に根拠を明らかにすることことができたか。		① 対応する辺 ② 対応する角	プレテスト ポストテスト ワークシート
(2) 証明を正しく記述することができたか。		③ 対応する辺 ④ 対応する角	プレテスト ポストテスト

IV 研究授業について

1 研究授業の内容

- 期間 平成28年12月12日～平成28年12月20日
- 対象 所属校第2学年（4学級133人）
全ての研究授業を受けた生徒を調査対象とするため、調査対象者は106人となっている。
- 単元名 図形の証明
- 目標
 - ・証明の根拠となる事柄を明らかにして、証明を筋道立てて考えることができる。
 - ・与えられた条件の図において成り立つ関係を、三角形の合同条件を用いて証明できる。
- 単元の指導計画（全11時間）

単元(時)	学習内容	研究授業
1	合同な图形の性質を理解する。	
2・3・4	二つの三角形の合同を、三角形の合同条件を用いて判断できる。	
5・6	証明の進め方を理解する。	
7	フローチャートを用いて、証明のしくみを理解する。	第1時
8	フローチャートを基に三角形の合同を証明する。	第2時
9	フローチャートを基に成り立つ関係を証明する。	第3時
10	フローチャートを用いて誤答例を見直す。	第4時
11	フローチャートを用いないで証明を記述する。	第5時

2 学習指導の実際

(1) 図形の見方に慣れさせるための単元初期の指導の工夫

単元初期の第1時と第2時では、図4の左側のように、注目する二つの三角形について対応する辺3

右の図で、線分ABと線分CDが等しく、 $\angle ABD = \angle CDB$ ならば、 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ であることを証明しなさい。
→※「仮定」には実線で、「結論」には点線で下線を引く

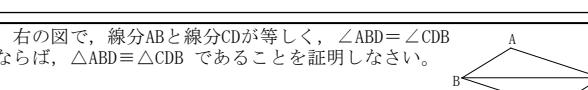
(仮定)	(結論)
■注目する三角形 	
■対応する辺 (根拠) (根拠) (根拠) (根拠)	
■対応する角 (根拠) (根拠) (根拠) (根拠)	
指摘 〔 〕3組の辺がそれぞれ等しい 〔 〕2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい 〔 〕1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい	
① (根拠) ② (根拠) ③ (根拠)	
結論 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$	

図4 第2時のワークシートの一部

組と角3組の計6組をはじめに全て書き出させた。これにより、確認すべき辺や角の組は最多でも6組であるという見通しをもたせることができるとともに、証明の単元初期に気付きにくい共通な辺や角の組の見逃しを防ぐこともできる。

授業後の生徒の感想にも、「証明は、対応する辺や角を挙げていくことで合同条件にあてはめていきやすくなることが分かった。」「証明は対応する辺と角を全部出してから選んでいくと便利だった。」「共通な所を見逃さないようにする。」等があり、対応する辺3組と角3組の計6組をすべて書き出せることは、フローチャートを完成させるための手立てとなっている。

(2) フローチャートを用いた段階的な指導

証明の記述問題は、最終的にはフローチャートが無くともできるようにしなければならない。そこで、単元の中でフローチャートの活用の仕方を変えながら、次のような段階的な指導を行った。

- ①証明のしくみを理解する（第1時）
- ②フローチャートをつくり、それを基に証明を記述する（第2時、第3時）
- ③記述した証明をフローチャートを用いて見直す（第4時）

「①証明のしくみを理解する」では、第1時において図5に示すように、合同条件を一つ決め、それに適する辺や角の組を、先に書き出しておいた対応する辺3組と角3組の中から選ぶ問題で、すべての合同条件について、それぞれフローチャートをつくることで、解析的思考と証明のしくみの理解を促した。

右の図で、 $AO=BO$ です。このとき、 $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ を合同にしたい。他にどことどこを等しくすれば合同になりますか。
また、そのとき使った合同条件は何ですか。

注目する三角形
△AOC と △BOD

対応する辺
 AO = BO
 =
 =
対応する角
 =
 =

図5 第1時のワークシートの一部

「②フローチャートをつくり、それを基に証明を記述する」では、第2時に、問題に示された条件から根拠となる合同条件を推測し、それを満たすために必要な条件を、先に書き出した辺3組と角3組から根拠を基に判断させた。このとき、根拠を明確に

させるために、フローチャートの等しい辺や角の組を書く枠の下に、根拠を書く欄を設けた。第3時には、ワークシートから二つの三角形の対応する辺3組と角3組を書く欄を無くすなど、簡潔になるよう工夫し、同様の問題を考察させた。

「③記述した証明をフローチャートを用いて見直す」では、第4時に図6に示す証明の誤答例を提示し、フローチャートを用いて根拠とつながりを意識して見直させた。例えば、誤答例の3行目「AD // CB (仮定)」は、平行であることの根拠が仮定であることは正しいが、証明のつながりとしてそこに入れることが間違っている。また、3行目が変われば、それに伴い合同条件も変わる可能性がある。伴って変わる部分はフローチャートを埋めて、そのつながりを見ると分かりやすくなる。このことを通して、フローチャートを用いて証明を見直すよさを感じさせないようにした。

右の図で、線分ABの中点をMとし、 $AD // CB$ ならば、 $MD=MC$ となることを証明しなさい。

→※「仮定」には実線で、「結論」には点線で下線を引く
これを高西さんは次のように説明しました。
《高西さんの説明》

[証明] $\triangle AMD$ と $\triangle BMC$ において

$AM = BM$ (仮定) …①
$AD // CB$ (仮定) …②
$\angle AMD = \angle BMC$ (対頂角は等しい) …③

①②③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AMD \equiv \triangle BMC$

合同な图形の対応する辺は等しいから $MD=MC$

(1) この証明の直す必要がある部分に下線を引きましょう。

図6 第4時のワークシートの一部

4 プレ・ポストテストについて

プレテストは単元7時の前、ポストテストは単元後に実施した。ポストテストの一部を図7に示す。両テストとともに、(1)仮定と結論を記述する問題、(2)証明に使う合同条件を選択する問題、(3)仮定以外で証明に使う等しい辺や角の組を記述する

問題 右の図で、 $AB=AD$ 、 $\angle BAC=\angle DAC$ ならば、 $\angle B=\angle D$ となります。
このとき、次の間に答えなさい。

(1) 仮定と結論をいいなさい。

仮定	
結論	

(2) このことを証明するためには、どの三角形の合同条件が使えますか。
次の(ア)～(ウ)の中から一つ選びなさい。

(ア) 3組の辺がそれぞれ等しい。
 (イ) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
 (ウ) 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

解答	
----	--

(3) (2)の合同条件を使うためには、他にどの辺が等しい(または、どの角が等しい)ことがいえれば良いですか。

解答	=
----	---

(4) このことを証明しなさい。

【証明】	
------	--

図7 ポストテストの一部

問題、(4) 証明の記述を行う問題とした。

V 研究授業の分析と考察

1 フローチャートを基に根拠を明らかにすることができたか

プレテストとポストテストの結果及び第3時のワークシートの記述内容により検証する。第3時のワークシートの一部を図8に示す。

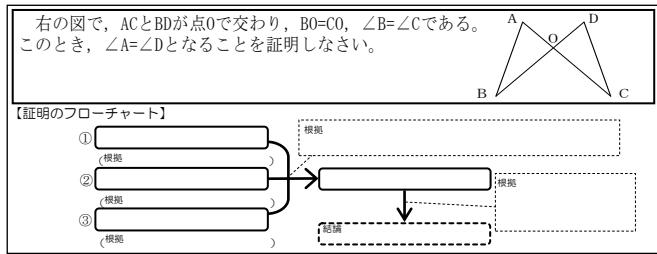


図8 第3時のワークシートの一部（適応題）

図8のフローチャートとプレ・ポストテストから、根拠を明らかにすることができたかを検証する。検証に使う根拠は「仮定以外の辺や角の組が等しくなる根拠」と「三角形の合同条件」の二つである。

プレ・ポストテストの中にフローチャートはないので、図7の(4)の記述の中に、これらの根拠が正しく書けているものを正答とした。正答の生徒数を比較したもの

を表2に示した。

二つの根拠とともに正答の生徒数が増加した。

フローチャートには根拠を記述する欄があるので、それを埋めることを通して、根拠を明らかにする意識が高まり、証明の記述の際にも根拠を明らかにして記述することができる生徒が増えたと考える。

一方で、ポストテストで仮定以外の根拠を正しく記述できなかった生徒も約半数いた。その原因の一つとして、単元初期の支援が不十分であったことが考えられる。二つの三角形について対応する辺3組と角3組の計6組を書き出させる活動は、第1時と第2時で行ったが、全ての生徒に十分な定着を図るために第3時においても行う必要があった。

ポストテストで正しい根拠が書けるようになった生徒a, bの感想を図9に示す。生徒aは第2時の感想で「根拠の仮定や共通もきちんと書けるようにしたい。」と書いており、根拠を明らかにしようとする意識の高まりが見取れる。生徒bは第3時の感

想で「結論を見ると、合同条件を1つ減らせることがある」と書いており、解析的思考を用いて根拠を絞り込む方法に気付いていることが分かる。

このように、フローチャートを用いた単元の指導を通して、根拠を明らかにすることが、一定程度できるようになったといえる。

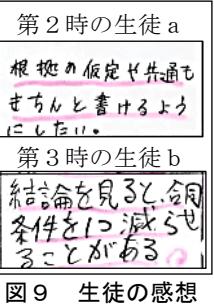


図9 生徒の感想

2 証明を正しく記述することができたか

証明を正しく記述することができたかプレ・ポストテストの結果から検証する。結果を表3に示す。

表3 プレ・ポストテストの正答の人数

設問内容	プレ	ポスト
(1)仮定と結論を記述する	72人	80人
(2)合同条件を選択する	57人	79人
(3)仮定以外で証明に使う等しい辺や角の組を記述する	37人	57人
(4)証明を正しく記述する	24人	48人

図7の(2)の正答数は57人から79人となり22人増加した。誤答を分析すると、正答以外の合同条件を選んだ生徒が40人から23人へ減少し、無解答の生徒も9人から4人へ減少した。これは、図9の生徒bのように、解析的思考により合同条件を絞り込むようになった成果だと考えられる。

また、図7の(4)の正答数は24人から48人となり、24人増加した。詳しく分析するために、プレ・ポストテストを基に証明の記述についての段階別達成水準を表4に、クロス集計したものを表5に示す。

表4 証明の記述についての段階別達成水準

段階	達成水準	判断基準
V	証明を正しく記述している。	(4)の正答
IV	仮定以外で証明に使う等しい辺や角の組を理解している。	(1)(2)の正答と(3)または(4)の仮定以外の等しい辺や角の組の正答
III	仮定と結論、証明に使う合同条件を理解している。	(1)(2)の正答
II	仮定と結論を理解している。	(1)の正答
I	仮定と結論を理解していない。または無解答。	(1)の誤答または無解答

表5 クロス集計結果

ボスト プレ	V	IV	III	II	I	計(人)
V	22	1	1	0	0	24
IV	13	1	0	1	1	16
III	5	3	3	3	1	15
II	7	3	3	2	2	17
I	1	2	3	6	22	34
計(人)	48	10	10	12	26	106

表8より、ポストテストで達成段階の上がった生徒は46人であった。また、証明の記述内容を調べてみると、無解答も45人から33人に減っており、証明を正しく記述することはできなくても、書こうとする意欲や既習事項を基に筋道立てて表現する力の向上は見られた。これは、フローチャートによって、証明の記述へ向けての見通しがもてるようになり、根拠を明らかにしようとする意識が高まったからだと考える。

段階IIIからVになった生徒cの感想を図10に示した。第1時の「しきみを少し理解できました。」から始まり、第4時には「ヒント（フローチャートや7行証明の枠）無しがかけました！！」となっている。単元を通して段階的に証明の記述ができるようになった様子が分かる。

一方、ポストテストで達成段階の下がった生徒10人について、その分析を行った。

段階IIIからIIになった3人と、段階IIからIになった2人の生徒の記述内容を見ると、三角形の合同条件の根拠に結論を用いてはいけないことを理解していないように見受けられた。このことから、結論や証明の意味を理解させる必要があると考える。「なぜ結論を使つたらいけないのか？」「どうすれば防ぐことができるのか？」を生徒に考えさせて話し合う活動を行うことで理解の定着を図りたい。

残りの5人の生徒は、単純な書き間違いが原因であったため、問題を解いた後に見直しをするように指導していくきたい。

また、ポストテストで段階Iであった生徒26人について、仮定や結論等の情報を、問題に与えられた図にかき込みをしているかを調べた。その結果、仮定だけ正しくかき込みをしていた生徒が1人、正しくないがかき込みをしている生徒が7人、全くかき込みをしていない生徒が18人であった。このことから、段階Iの生徒の多くは、図にかき込む習慣や方法が身に付いていないということが分かった。フローチャートを基に根拠をしっかりとと考えさせるためにも、その土台部分となる図へのかき込みも丁寧に指導していく必要がある。

V1・2から、フローチャートを用いた単元の指

第1時	しきみを少し理解できました。
第2時	証明の書き方がやさしく分かりました。
第3時	フローチャート無くても書けそうになりました。
第4時	ヒント無いばへました!!
第5時	前より証明が書けますようになりました。

図10 生徒cの感想

導を通して、根拠を明らかにできるようになり、既習事項を基に筋道立てて表現する力が向上した。よって、図形指導において、フローチャートを基に根拠を明らかにする活動は、論理的に考察し表現する力を高めるのに有効であったと考える。

VI 研究のまとめ

1 研究の成果

フローチャートを基に根拠を明らかにする活動を、単元を通して段階的に行うことにより、証明の記述問題に対しての見通しがもて、解析的思考などを用いて論理的に考察し表現する力が高まることが分かった。

2 研究の課題

単元初期の二つの三角形について対応する辺3組と角3組の計6組を書き出させる活動は、すべての生徒に十分な定着を図るために、第3時以降でも取り入れることが必要である。また、思考を深めるためにもワークシートに書いたことを基に話し合うなどの活動を取り入れていく必要がある。

【注】

- (1) 文部科学省（平成20年a）：『中学校学習指導要領解説 数学編』教育出版p. 40を参照されたい。
- (2) 文部科学省（平成20年a）：前掲書pp. 40-41を参照されたい。
- (3) 曽根崎高志（1998）：『How to Answer 証明問題』『数学教育No. 492』明治図書p. 52を参照されたい。
- (4) 模木敏之（2014）：『中学校数学科 図形の証明指導を極める』明治図書p. 56を参照されたい。
- (5) 林晃也（平成25年）：『論理的に筋道を立てて推論する力を高める論証指導の工夫—証明の方針を立てる活動を通してー』『広島県立教育センター平成24年度後期教員長期研修報告書』pp. 11-15を参照されたい。
- (6) 林晃也（平成25年）：前掲書pp. 14-16を参照されたい。

【引用文献】

- 1) 文部科学省（平成20年b）：『中学校学習指導要領』p. 14
- 2) 文部科学省（平成20年a）：前掲書p. 39
- 3) 文部科学省（平成20年a）：前掲書p. 41
- 4) 文部科学省（平成20年a）：前掲書p. 95
- 5) 文部科学省（平成20年a）：前掲書p. 96
- 6) 文部科学省（平成20年a）：前掲書p. 95
- 7) 湯本武司（2007）：「『フローチャート』を用いて証明の学習・指導を改善する」『日本数学教育学会誌第89巻7号』p. 23
- 8) 新村出（2008）：『広辞苑 第六版』岩波書店p. 2501
- 9) 湯本武司（2007）：前掲書p. 23
- 10) 重松敬一（平成27年）：『中学数学2』日本文教出版p. 124
- 11) 岡崎正和（平成26年）：「第5章 中学校『図形』領域の学習指導」『教師教育講座 第14巻 中等数学教育』小山正孝編 協同出版pp. 168-169
- 12) 岡崎正和（平成26年）：前掲書p. 169
- 13) 文部科学省（平成20年a）：前掲書p. 96
- 14) 曽根崎高志（1998）：前掲書pp. 56-57
- 15) 模木敏之（2014）：前掲書p. 22
- 16) 湯本武司（2007）：前掲書p. 24