

図形の合同の証明を記述する力を高める論証指導の工夫

— 必要な条件を補う証明問題の作成を通して —

三次市立十日市中学校 須山 雅弘

研究の要約

本研究は、必要な条件を補う証明問題の作成を通して、図形の合同の証明を記述する力を高めることを目指した論証指導の工夫について考察したものである。これまでの全国学力・学習状況調査の結果より、証明するために必要な新たな条件を自分で見いだすことが、証明問題における課題であると考えられる。そこで、この課題を克服するために、必要な条件が不足している証明できない問題に対し、生徒自身で必要な条件を補い、証明可能な問題を作成させる活動を取り入れた。生徒自身で一つの三角形の合同条件を選択し、その合同条件が成り立つためにはどのような条件が必要であるかを考えることで、二つの三角形が合同になるための証明のしくみを理解することができ、必要な条件を自分で見いだすことができると考えた。この活動を取り入れた研究授業を行った結果、生徒は与えられた条件を基に三角形の合同条件を選択することで証明の方針を立て、合同になるための三つの条件と根拠を考えることで証明の構想を書き、証明を記述することができた。このことから、必要な条件を補う証明問題の作成は、図形の合同の証明を記述する力を高めることに有効であることが分かった。

キーワード：証明問題の作成 方針と構想 三角形の合同条件の選択

I 主題設定の理由

中学校学習指導要領解説数学編（平成29年、以下「29年解説」とする。）の第2学年の内容B図形では「合同な図形の性質と三角形の合同条件などを基に、図形の性質を演繹的に確かめ、論理的に考察し表現する力を養うことをねらいとしている。」¹⁾と示されている。

平成28年度全国学力・学習状況調査中学校数学（以下「全国調査」とする。）B⁴（1）、平成29年度「全国調査」B⁴（1）の全国正答率は、それぞれ30.0%、45.0%であり、筋道を立てて考え、証明することに課題があることが示されている。証明を記述するためには、問題文に与えられた条件を整理した上で、証明に必要な新たな条件を自分で見いだすことが求められる。しかし多くの生徒は、新たな条件を自分で見いだすことができないために証明が記述できないと考えられる。このことから、証明に必要な新たな条件を自分で見いだすことができるようにする指導が必要となる。

本研究では証明に必要な新たな条件を自分で見いだすことができるようにするために、与えられた二つの三角形が合同であることを証明するための条件

が不足している問題を提示し、生徒自身が必要な条件を補う活動を取り入れた授業モデルを作成する。このような活動を仕組むことで、三角形の合同条件についての理解が深まるとともに、証明の方針が立てられるようになり、証明に必要な新たな条件を見いだすことができるようになると思った。この活動を通して、図形の合同の証明を記述する力を高めることができると考え、本研究題目を設定した。

II 研究の基本的な考え方

1 図形の合同の証明を記述する力を高めるとは

「29年解説」には、図形指導を通して、数学的な推論により論理的に考察し表現する力を育成することが求められているとし、数学的な推論について、帰納、類推、演繹の三つの方法が示されている。その中で帰納や類推における、観察や操作、実験などから得られた推測の重要性が示された上で、その推測が常に成り立つことは演繹によって示されることから演繹的な推論についての必要性が示されている¹⁾。

「29年解説」では「演繹的に推論するためには、証

明の根拠を明確にしておかなければならない。『B 図形』の領域で証明の根拠としては、対頂角の性質、平行線の性質、三角形の合同条件などがあり、それらを基にして演繹的に推論し、図形の性質などについて論理的に考察し表現する学習が中学校第2学年から本格的に始められる。」²⁾とあり、さらに「証明をする際には、証明の方針を立てることが大切である。」³⁾とある。また、証明の方針を立てることについて、小松孝太郎(2015)は「結論から逆向きに考え、結論を導くために何が分かればよいかを明らかにすることが大切である。そして、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだしたりする中で、仮定から結論への道筋が浮かび上がってくるのである。」⁴⁾と示している。

以上のことから、図形の合同の証明を記述する力とは、「三角形が合同であることを証明するために方針を立て、必要な条件を見いだし、証明を記述することができる力」とする。

2 図形の合同の証明を記述する力を高めるために

(1) 証明問題に対する生徒の現状について

「全国調査」では、平成29年度までの5年間で、下の表1のようにほぼ毎年、証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる問題が出され、4年間の平均として77.2%と8割近くの生徒が理解していると考えられる。

表1 三角形の合同条件に関する問題の正答率(単位: %)

年度	H29	H27	H26	H25
正答率	78.9	76.5	73.6	79.7

それに対し、「全国調査」での筋道を立てて考え、証明することができるかどうかをみる問題の過去5年間の平均は下の表2のように39.8%と低く、誤答分析から、証明に必要な条件をすべて見いだせていない生徒が多いことが分かった。

表2 証明問題の正答率(単位: %)

年度	H29	H28	H27	H26	H25
正答率	45.0	30.0	50.5	40.2	33.1

このことから、生徒は与えられた条件から三角形の合同条件がどれになるか選択できても、証明に必要な条件をすべて見いだすことができないために、証明の記述ができていないと考えられる。

(2) 必要な条件を補う証明問題の作成について

田中勲(平成12年)は問題を作成させる活動を取り入れた授業に関する研究のまとめの一つとして、「生徒は問題をつくったり分類したりすることで問題の構造を把握し、解くときにもその見方を生かし、見通しをもった考え方をする。」⁵⁾としている。そこで、合同になるために必要な条件がいくつか不足している証明できない問題に対し、生徒が三角形の合同条件を自ら選択し、それが成り立つように必要な条件を補い証明可能な問題を作成させる。これにより、証明に必要な条件をすべて見いだすことができると考える。本研究では、図1に示すような、二つの三角形が合同になるために必要な条件が不足している問題に対し、生徒が必要な条件を補い証明可能な問題にする活動を取り入れる。この活動を、本研究では証明問題の作成とする。

【問題】
「右の図で、 $OB=OD$ ならば $\triangle OAB \cong \triangle OCD$ であることを証明しなさい。」
この問題は、合同になるための条件が不足しているため証明できません。 $\triangle OAB \cong \triangle OCD$ となるためには、どのような三角形の合同条件と合同になるための条件が必要になるだろうか。

図1 合同になるために必要な条件が不足している問題

証明可能な問題では、正答が決まっているため、証明に使う合同になるために必要な条件も決まっている。そこで、証明問題の作成から、与えられた条件を使って生徒自身で一つの三角形の合同条件を選択し、その合同条件が成り立つためにはどのような条件が必要であるかを考える。このことで、二つの三角形が合同になるための証明のしくみを理解することができ、証明するために必要な条件が何であるか気付くことができると考える。

(3) 証明の方針と構想について

ア 証明の方針と構想

広辞苑(2008)では方針を「進んで行く方向。目ざす方向。進むべき路。」⁶⁾と表し、構想を「考えを組み立てること。また、その考え。」⁷⁾と表している。このことから、本研究では、証明の方針を証明の構想を立てる際の見通しとする。具体的には三角形の合同条件を選択することから、どのように証明していくか方向を決めることを証明の方針とし、選択された三角形の合同条件が成り立つために必要となる三つの等しい辺や角の組とその根拠を見いだす過程を証明の構想とする。

イ ワークシートの工夫

清水静海(1994)は、論証指導について「子どもの論証に対する意欲を高め、論証の構想および構成やその活用に積極的かつ主体的に関与できるようにする必要がある。」⁸⁾としている。そこで、生徒自身が証明の方針を立て構想を書くことができるようなワークシートを作成した。そのワークシートの一部を図2に示す。

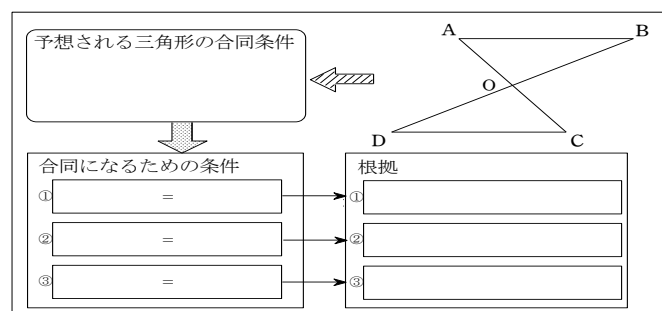


図2 ワークシートの一部

このワークシートでは、はじめに問題文の仮定から図2の右上にある図に等しい辺や角に同じ印を付け、その印を基に三角形の合同条件を選択する。次に、選択した三角形の合同条件が成り立つために必要となる条件を仮定も含めて三つ書く。さらに、その根拠を仮定や問題文に与えられた図形の性質を基にして書く。このワークシートを利用することにより、証明の流れが可視化できるため、証明の方針を立て構想を書くことに有効であると考えられる。

また、このワークシートを証明問題の作成のときから利用し、根拠から証明に必要な条件を見いだすのではなく、選択した三角形の合同条件が成り立つように、必要な条件を生徒自身で補う。これにより、証明可能な問題でも、証明に必要な新たな条件を自分で見いだすことができ、見いだした条件から根拠が何であるのか気付くことができると考える。

(4) 証明の記述について

図2に示したワークシートに書いた、選択した三角形の合同条件やそれが成り立つために必要な条件とその根拠を基にして証明を記述させる。段階的に図2のような枠組みを無くしていき、最終的には問題文と図のみの状態から証明を記述させることで、証明が記述できるようになると考える。

3 必要な条件を補う活動を取り入れた授業モデル

(1) 証明問題の作成を取り入れた第2時の授業について

ワークシートを利用して、問題文や図から選択した三角形の合同条件が成り立つように必要な条件を補う活動について具体的に述べる。

第2時では、図3に示すような、証明問題の作成を行う。

【問題】
「右の図で、 $AB \parallel DC$ ならば $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ であることを証明しなさい。」
この問題は、合同になるための条件が不足しているため証明できません。証明できる問題となるように、下記の三角形の合同条件が成り立つために必要な条件と根拠を書きなさい。

図3 第2時で扱う問題

この問題では、選択した三角形の合同条件に合わせて、必要となる等しい辺や角の組を考えさせる。

図4のように、三角形の合同条件を「三組の辺がそれぞれ等しい」と選択したとき、例えば問題文や図に与えられた仮定や図形の性質からは $AB = CD$ となる根拠はない。このように根拠がない場合は「自分で加える」と書くように指導する。

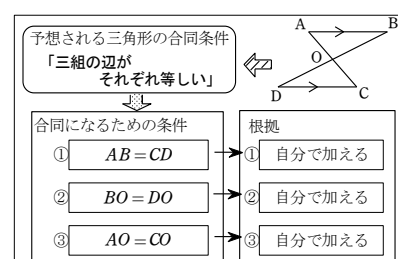


図4 三組の辺

図5のように、三角形の合同条件を「二組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」と選択したとき、例えば $\angle AOB = \angle COD$ の根拠については、図形の性質から分かる「対頂角が等しい」と書くように指導する。

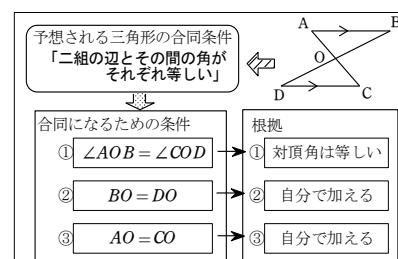


図5 二組の辺とその間の角

図6のように、三角形の合同条件を「一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」と選択したとき、例えば $\angle OAB = \angle OCD$ の根拠については、グループでワークシートを利用して証明の説明をする活動の際

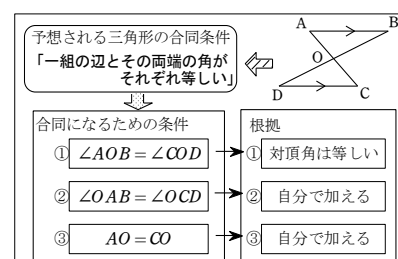


図6 一組の辺とその両端の角

仮定である $AB \parallel DC$ を使っていないことに触れることで、生徒同士でその根拠として「平行線の錯角は等しい」が使えることに気付かせる。証明できない問題では、問題文や図に与えられた仮定や図形の性質を利用して、できるだけ「自分で加える」という根拠を少なくしていくことを意識させるとともに、証明可能な問題では、問題文や図に与えられた仮定や図形の性質が根拠となるため、「自分で加える」という根拠を書くことはありえないことを伝える。証明問題の作成を通して、生徒は選択した三角形の合同条件を成り立たせるために、必要な条件を自ら補いながら考えていく。このことが証明可能な問題に対しても、証明の方針を立て構想を書く際に利用でき、証明に必要な新たな条件を自分で見いだすことができるようになる。

(2) 必要な条件を補う活動を取り入れた授業モデルについて

必要な条件を補う活動を取り入れた授業モデルと第3時の授業で使用するワークシートとその授業の流れを下の図7に示す。

Ⅲ 研究の仮説及び検証の視点と方法

1 研究の仮説

与えられた二つの三角形が合同であることを証明するための条件が不足している問題を提示し、生徒自身が必要な条件を補う活動を取り入れた授業モデルの実践を行うことで、証明の方針を立て、証明に必要な新たな条件を見だし、図形の合同の証明を記述する力を高めることができるであろう。

2 検証の視点と方法

検証の視点と方法について、表3に示す。

表3 検証の視点と方法

	検証の視点	方法
1	証明問題の作成をすることで証明の方針を立て、証明に必要な条件を見いだすことができたか。	プレテスト ポストテスト ワークシート
2	根拠を明らかにし、証明を記述することができたか。	

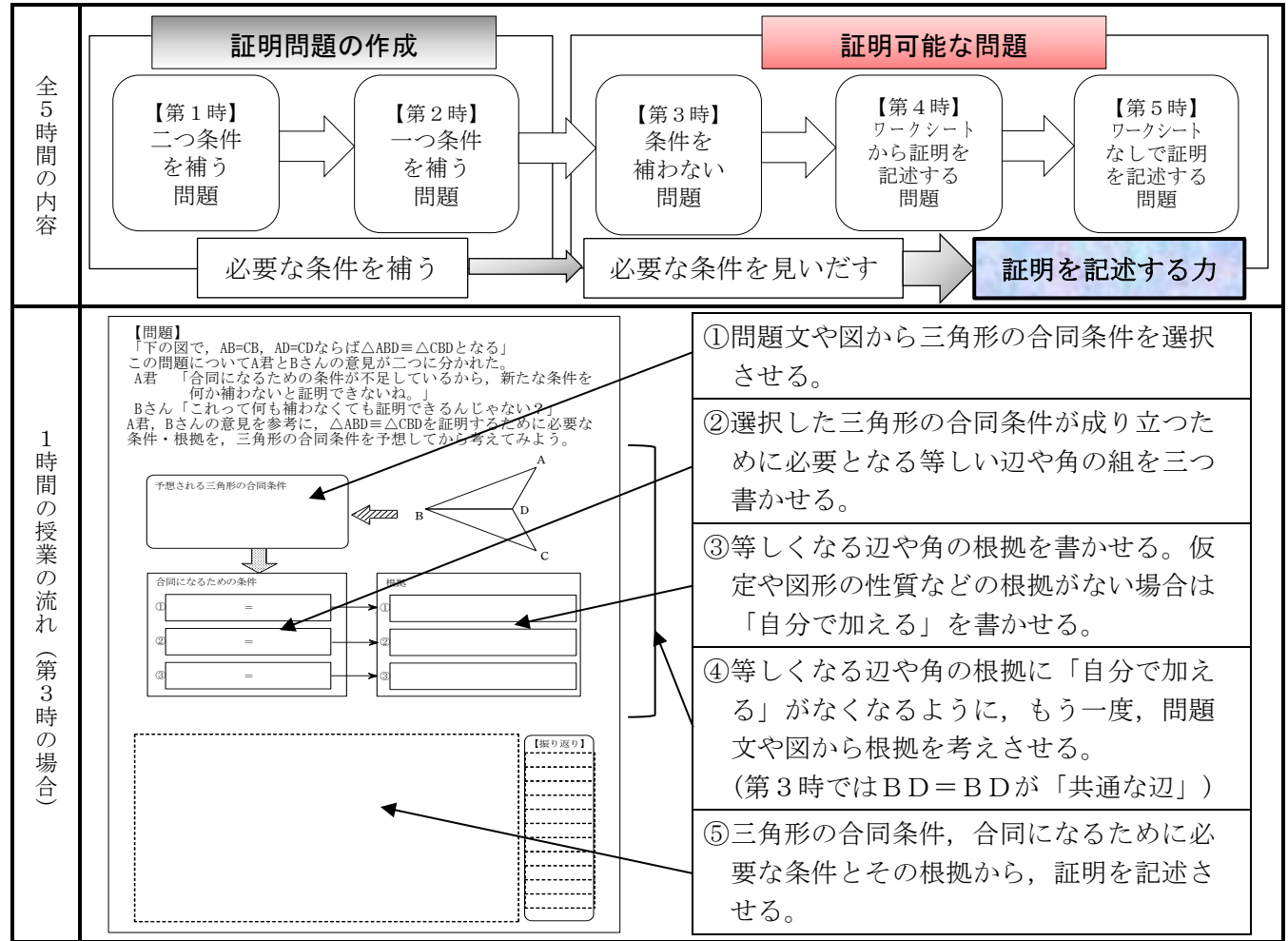


図7 必要な条件を補う活動を取り入れた授業モデル

Ⅳ 研究授業について

- 期 間 平成29年12月4日～平成29年12月13日
- 対 象 所属校第2学年（2学級65人）
全ての研究授業を受けた55人の生徒を調査対象とする。
- 単元名 合同な図形
- 目 標
方針や構想を基にして、筋道を立てて考え、証明を記述することができる。
- 単元の指導計画（全11時間）

単元 (時)	学習内容	研究授業
1	合同な図形の性質を理解する。	
2～4	三角形の合同条件を理解する。	
5・6	証明の意義と進め方について理解する。	
7・8	条件が不足している証明できない問題に対し、三角形の合同条件を選択し、選択した三角形の合同条件が成り立つように必要な条件を補う。	第1時 第2時
9	ワークシートを利用して、方針を立て構想を考えることで証明可能な問題であることに気づき、証明を記述する。	第3時
10	証明可能な問題に対し、ワークシートを利用して、方針を立て構想を考えた上で証明を記述する。	第4時
11	証明可能な問題に対し、方針を立て構想を考えた上で証明を記述する。	第5時

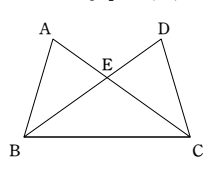
Ⅴ 研究授業の分析と考察

1 証明問題の作成をすることで証明の方針を立て、証明に必要な条件を見いだすことができたか

証明問題を作成することで証明の方針を立て、証明に必要な条件を見いだすことができたかについてプレ・ポストテストの結果と第3時のワークシートの方針と構想の記述内容により検証する。

プレテストは単元7時の前、ポストテストは単元後に実施した。ポストテストは2回実施し、ポストテストⅠよりもポストテストⅡの方が難易度の高い問題とした。どのテストについても、(1)結論を記述する問題、(2)①三角形の合同条件を記述する問題、(2)②仮定以外で証明に使う等しい辺や角を記述する問題、その根拠を記述する問題、(2)③証明を記述する問題とした。ポストテストⅡの内容を図8に示す。ポストテストⅠの問題の内容は、仮定を二つの辺が等しいとしたとき、対頂角が等しいことを使って証明する問題とした。

問. 右の図で、「 $AC=DB$, $\angle ACB=\angle DBC$ ならば $\angle A=\angle D$ である。」…(ア) このとき次の問いに答えなさい。



(1) (ア)について、結論をいいなさい。

(2) $\angle A=\angle D$ が成り立つことは
 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ を示すことにより証明できます。
 次の問いに答えなさい。

① $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ を証明するために使う三角形の合同条件を書きなさい。

② $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ を示すために使った条件（等しい辺や角）のうち問題文に書かれていない条件（等しい辺や角）を書きなさい。
 また、等しくなる根拠を書きなさい。
 条件 根拠

③ $\angle A=\angle D$ であることを下のように説明した。証明を完成させなさい。
 (証明) $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において

 合同な図形の対応する角は等しいから
 $\angle A=\angle D$

図8 ポストテストⅡ

はじめに、プレ・ポストテストの結果から検証する。プレ・ポストテストの三角形の合同条件を記述する問題と仮定以外で証明に使う等しい辺や角を記述する問題の結果を表4に示す。「(2)①の三角形の合同条件が成り立つように(2)②の条件を記述する」では、選択した三角形の合同条件や証明に必要な仮定以外の条件が誤答でも、三角形の合同条件が成り立つように条件を記述している場合も正答とした。

表4 プレ・ポストテストの正答の人数（(2)①、②の条件）（単位：人）

設問内容	プレ	ポストⅠ	ポストⅡ
(2)①三角形の合同条件を記述する	27	46	39
(2)②証明に使う仮定以外で等しい辺や角を記述する	19	41	37
(2)①の三角形の合同条件が成り立つように(2)②の条件を記述する	11	40	35

プレテストで三角形の合同条件を記述し、その合同条件が成り立つように必要な条件を記述している生徒が11人であったのに対し、ポストテストでは平均37.5人と増加した。

続いて、第3時のワークシートの方針と構想の記述内容から検証する。第3時の授業では、図7に示す問題のように証明可能な問題を、生徒には証明可能かどうか分からない問題として提示し、自ら選択した三角形の合同条件が成り立つように、必要な条件を考えさせた。生徒が選択した三角形の合同条件と必要な条件についての記述内容を、次頁表5に示す。

表5 第3時の必要な条件についての記述内容（単位：人）

必要な条件についての記述内容	人数
選択した三角形の合同条件が正答で、選択した三角形の合同条件が成り立つように必要な条件を記述している	40
選択した三角形の合同条件は誤答だが、選択した三角形の合同条件が成り立つように必要な条件を記述している	9
選択した三角形の合同条件が成り立たないような条件を記述している	3
無解答	3

表5から、自分で選択した三角形の合同条件が成り立つように必要な条件を記述している生徒は55人中49人であった。それ以外の6人については、そのうち5人が両ポストテストで、証明に使う仮定以外の条件を正しく記述しており、証明を記述することができた生徒も4人いた。

ポストテストで証明に使う仮定以外の条件が書けるようになった生徒Aのワークシートの一部を図9に示す。

第3時は、証明可能な問題なので、三角形の合同条件が成り立つために必要な条件の根拠はすべてあるにもかかわらず生徒Aは図9の丸囲みに示すように、第1時で証明問題を作成するときに用いた「自分で加える」を根拠として条件を記述していた。しかしその後、第3時の授業の中で図形の性質から自分で加えなくても条件を見いだせることに気付く、問題文と図のみから証明を記述する第5時では、三角形の合同条件とそれに必要な条件が書けていた。第3時の段階では、多くの生徒が生徒Aのように「自分で加える」を根拠として記述していたが、ポストテストでは証明に使う仮定以外の条件が正しく書けるようになっていた。

これらのことから、証明問題の作成をすることで証明の方針を立て証明に必要な条件を見いだすことが概ねできるようになったといえる。

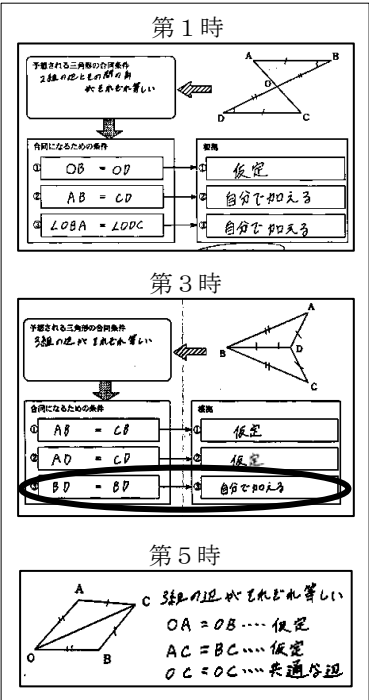


図9 生徒Aのワークシート

2 根拠を明らかにし、証明を記述することができたか

(1) プレテスト・ポストテストによる分析

根拠を明らかにして、証明を記述することができたかについてプレ・ポストテストの結果から検証する。プレ・ポストテストの根拠と証明の記述に関わる問題の結果を表6に示す。

表6 プレ・ポストテストの正答の人数（根拠と証明の記述）（単位：人）

設問内容	プレ	ポストⅠ	ポストⅡ
(2) ②証明に使う仮定以外で等しい辺や角の根拠を記述する	4	41	33
(2) ③証明を正しく記述する	4	40	32

証明に使う仮定以外の条件の根拠の記述については、4人から平均37人に増加した。証明の記述については、両ポストテストともに半数以上の生徒が証明を記述できた。

プレ・ポストテストにおいて、(2) ③の記述についての段階別達成水準を表7に、プレテストと各ポストテストをクロス集計したものを表8、9にそれぞれ示す。

表7 証明の記述についての達成水準

段階	達成水準
V	証明を正しく記述している
IV	証明に使う仮定以外の条件の根拠のみ正しくない
III	証明に使う仮定以外の条件と根拠が正しくない
II	条件や根拠が正しくない
I	無解答

表8 プレ・ポストテストⅠのクロス集計結果

プレ \ ポストⅠ	V	IV	III	II	I	計 (人)
V	4	0	0	0	0	4
IV	6	0	0	0	0	6
III	1	0	0	0	0	1
II	2	0	0	0	1	3
I	27	0	6	3	5	41
計 (人)	40	0	6	3	6	55

表9 プレ・ポストテストⅡのクロス集計結果

プレ \ ポストⅡ	V	IV	III	II	I	計 (人)
V	4	0	0	0	0	4
IV	6	0	0	0	0	6
III	1	0	0	0	0	1
II	2	0	1	0	0	3
I	19	2	10	1	9	41
計 (人)	32	2	11	1	9	55

前頁表 8, 9 より, ポストテストで達成段階の上
 がった生徒は, ポストテストⅠでは45人, ポストテ
 ストⅡでは42人であった。証明の記述の無解答につ
 いては, プレテストで41人であったが, ポストテ
 ストでは平均7.5人と減少した。このことは, 証明問題
 の作成を通して, 生徒は証明の方針と構想を書くこ
 とができるようになり, 証明を記述しようとする意
 識が高まったからだと考える。

段階ⅢであったポストテストⅠの6人, ポストテ
 ストⅡの11人の誤答を分析したところ, 選択した三
 角形の合同条件は誤答であるが, 自分で選択した三
 角形の合同条件が成り立つように必要な条件を書い
 ており, その根拠が正しくない生徒が両テスト合わ
 せて8人いた。このことから, 自分で選択した三角
 形の合同条件が成り立つように必要な条件を補った
 ものの, 正しい根拠を図形の性質から見いだせな
 かったと考えられる。

(2) 第 1 時から第 5 時までの各授業記録からの分
 析

第 1 時では, 図 1 で示した証明できない問題に対
 し, 三角形が合同になるために必要な条件を生徒が
 補うことで証明可能な問題にする授業を実施した。
 ここでは, 合同になるために必要な三つの条件のう
 ち, 一つは仮定を使う。残り二つの条件を自分で補
 う際, 図形の性質から「対頂角が等しい」という根拠
 に気付き, 自分で補う条件は一つでよいことに気付
 かせることをねらいとした。第 1 時における根拠別
 の集計を表10に示す。

表10 第 1 時における根拠別集計表 (単位 : 人)

根拠	人数
根拠を「仮定」「自分で加える」「対頂角が等しい」と記述している	6
根拠を「仮定」「自分で加える」「自分で加える」と記述している	46
無解答	3

「対頂角が等しい」を根拠として使えることに自
 ら気付いた生徒は6人であった。その生徒を中心と
 した生徒同士の交流の中で, ほとんどの生徒は図形
 の性質から根拠に気付くことができた。

第 2 時では, 三角形の合同条件が成り立つよう
 に必要な条件を補う際, 「自分で加える」という根拠を
 できるだけ少なくするために, 問題文や図から根拠
 を見だし, どの三角形の合同条件を選択すればよ
 いのか考えさせることをねらいとした。班で交流し
 たときの, B 班, C 班が記述した内容を図10に示す。

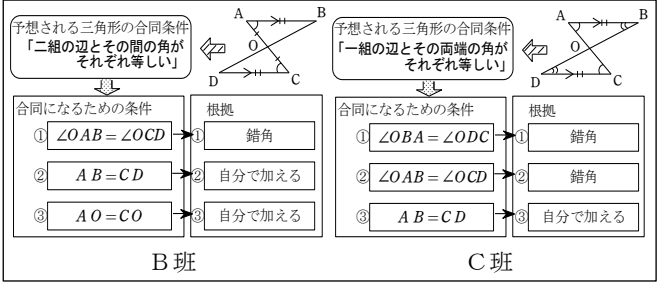


図10 B 班・C 班の記述内容

16 班の中で, C 班のように図形の性質から二つの
 根拠を見だし記述していた班は10班あったが, B
 班のように図形の性質から一つの根拠しか見いだす
 ことができなかった班が6 班あった。B 班のように,
 図形の性質から根拠を見いだすことができなかった
 班は, C 班のように記述した班の発表を基に, 図形
 の性質から「自分で加える」という根拠をできるだ
 け少なくすることを確認できた。

第 3 時では, 証明可能な問題に対し, 三角形の合
 同条件を選択しそれが成り立つように仮定と図形の
 性質から必要な条件とその根拠を見だし, それを
 基に証明が記述できることをねらいとした。はじめ
 に, 図 7 で示した証明可能な問題を証明できるかど
 うかわからない問題として生徒に提示し, 個人で考
 えさせた。その際, 生徒が見いだした必要な条件の
 根拠についての記述内容を表11に示す。

表11 第 3 時の見いだした必要な条件の根拠についての記
 述内容 (単位 : 人)

見いだした必要な条件の根拠についての記述内容	人数
見いだした必要な条件の根拠を図形の性質を基に正しく記述している	32
見いだした必要な条件の根拠を「自分で加える」としている	14
見いだした必要な条件の根拠が正しくない	6
無解答	3

32 人の生徒が図形の性質から必要な条件の根拠を
 見だし, 証明可能な問題であることに気付くこと
 ができた。しかし, 23 人の生徒は図形の性質から根
 拠を見いだすことができなかったので, 根拠をどの
 ように見いだしたかを生徒同士で交流させ, 証明可
 能な問題では「自分で加える」という根拠を書くこ
 とはありえないことに気付かせた。その後, 選択し
 た三角形の合同条件やそれが成り立つために必要な
 条件とその根拠を基に, 単元 5・6 時で学習した証
 明の流れをもう一度確認し記述させた。第 3 時の生
 徒 D のワークシートを次頁図11に示す。

生徒Dは、はじめは根拠を図形の性質から見いだすことができなかったが、授業の中で理解し、証明を自分で記述している。第3時で、生徒Dのように根拠に気付かなかった生徒も、生徒同士で交流することで、ほぼ全員証明を記述できるようになった。

第4時では、ワークシートの枠組みを利用して、証明可能な問題を生徒自身で記述できることをねらいとした。図3に示した問題に、仮定として等しい辺の組を一つ加えた問題の証明を記述させた。その記述内容を表12に示す。

表12 第4時の証明の記述内容（単位：人）

証明の記述内容	人数
証明を正しく記述している	40
根拠に「自分で加える」を使っている	5
ワークシートの枠組みには記述はあるが証明を記述していない	6
無解答	4

55人中40人の生徒が証明を正しく記述することができた。このことから、第4時で、ワークシートの枠組みを利用して、選択した三角形の合同条件が成り立つように必要な条件と根拠を見だし、それを基に証明を記述することが概ねできるようになったと考える。しかし、証明可能な問題でも根拠に「自分で加える」を使っている生徒が5人いた。また無解答の生徒も4人いたので、正しい証明の記述内容について班で交流し、発表する中で確認させた。

第5時では、ワークシートの枠組みを無くし、問題文と図だけで証明が記述できることをねらいとした。55人中52人の生徒が正しく証明を記述することができた。そのうち17人が図12に示す生徒Eの記述のように、三角形の合同条件と証明に必要な条件とその根拠を書き、証明を記述していた。このことから、第5時で、図形の性質を基に、根拠を明らかにして証明を記述することができるようになったと考える。

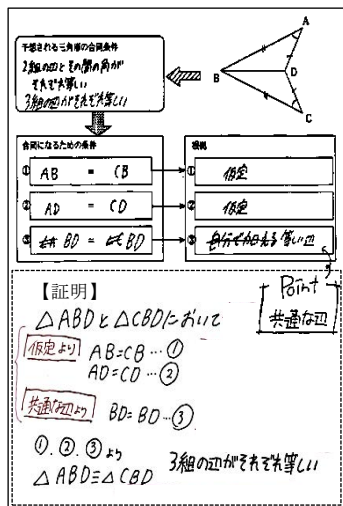


図11 第3時の生徒Dのワークシートの記述

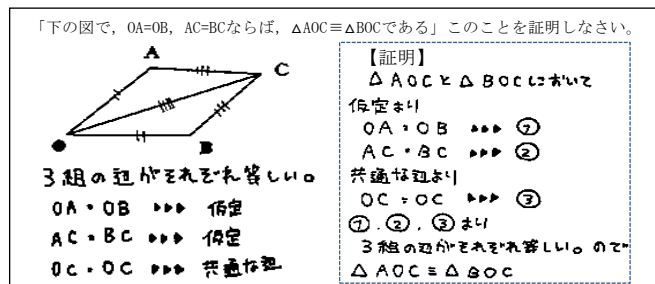


図12 第5時の生徒Eの証明の記述

VI 研究のまとめ

1 研究の成果

以上のことから、必要な条件を補う証明問題の作成をする活動を通して、生徒自身が選択した合同条件が成り立つように必要な条件を見だし、図形の合同の証明を記述する力が高まることが分かった。

2 研究の課題

生徒自身が選択した三角形の合同条件が成り立つように必要な条件を見いだすことは概ね達成できた。しかし、見いだした条件の根拠の理解については不十分であったため、証明に必要な新たな条件を十分に理解した上で見いだすことができたとは言えない。今後は、証明可能な問題に対し、三角形の合同条件が成り立つように必要な条件を考えた後、自ら考えた条件が問題文や図から正しいといえる根拠があるのかを考えさせる際の手立ての改善をしていきたい。また、第2学年の図形の証明においても必要な条件を補う証明問題の作成を取り入れたが、第3学年の相似な図形の証明においても必要な条件を補う証明問題の作成を活用し研究を進めていく必要がある。

【注】

(1) 文部科学省（平成29年）：『中学校学習指導要領解説数学編』p.112を参照されたい。

【引用文献】

- 1) 文部科学省（平成29年）：『中学校学習指導要領解説数学編』p.111
- 2) 文部科学省（平成29年）：前掲書p.112
- 3) 文部科学省（平成29年）：前掲書p.113
- 4) 小松孝太郎（2015）：「第11章 図形 第1節 作図と論証」『教科教育学シリーズ③ 算数・数学科教育』藤井亮編 一藝社p.196
- 5) 田中勲（平成12年）：「問題解決力を高める数学科授業の工夫 ―『問題づくり』を取り入れた学習活動を通して―」<http://www.hiroshima-c.ed.jp/web/publish/j/pdf2/kj49/4.pdf>
- 6) 新村出（2008）：『広辞苑 第六版』岩波書店p.2563
- 7) 新村出（2008）：前掲書p.950
- 8) 清水静海（1994）：「論証」『CRECER 第6巻 図形と論証』ニチブンp.204