

変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力を育成する算数科学習指導の工夫 — 数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践を通して —

北広島町立壬生小学校 松田 江里子

研究の要約

本研究は、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力を育成することを目指した算数科学習指導の工夫について考察したものである。平成29年度全国学力・学習状況調査の結果より、問題場面から見いだした数量の関係を考察したり、その関係を一般化して表現したりすることに課題があることが分かった。そこで、「C変化と関係」領域の学習過程の中に、「二つの数量の関係に着目する・帰納的に考える・式を用いて一般化する」視点を取り入れた、「数量の関係見付けシート」を活用し、数学的な見方・考え方を働かせながら、二つの数量の関係を一般化していくことができる思考モデルの実践を行った。児童が意識的に数学的な見方・考え方を働かせることができるように、教師が仕かけを講じることで、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現するためには「何に着目したらよいのか」「どのように考えたらよいのか」を捉えることができ、問題解決をすることができた。

これらのことから、数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践を行うことは、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力を育てるために有効であることが分かった。

I 主題設定の理由

小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編（平成30年、以下「29年解説」とする。）では、算数科の目標として、数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成することが示されている。思考力、判断力、表現力等については、「日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力」「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力」を養うことが示されている。また、「C変化と関係」領域におけるねらいとして、伴って変わる二つの数量の関係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を考察することが示されている。

平成29年度全国学力・学習状況調査の算数B[1]（3）「算数の問題場面から見いだした数量の関係を考察したり、その関係を一般化して表現したりすることができるかどうかをみる問題」の全国正答率は、38.8%であった。所属校の正答率は36.7%であり、全国と同様に低かった。誤答分析から、変化や対応の特徴を捉えることができていない児童が42.1%、変化や対応の特徴を捉えているが、一般化して表現することができていない児童が57.9%で

あった。これらのことから、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現することに課題があるといえる。

そこで、「数量の関係見付けシート」を活用し、数学的な見方・考え方を働かせながら、二つの数量の関係を一般化していくことができる思考モデルを実践することで、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力を育成することができると考え、本研究題目を設定した。

II 研究の基本的な考え方

1 変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力について

（1）変化や対応の特徴を捉えるとは

「29年解説」では、変化や対応の特徴を考察することについて、「二つの数量の関係を、表や式、グラフを用いて表現し、また、読み取ることを通して、二つの数量の変化や対応の特徴を見いだしていくこと」¹⁾とある。杉岡司馬（1990）は、「変化」とは、「 x の変化に対する y の変化を見ることで、差で見ることと比べて見ることが最も初歩的なものである。これは、関数表を横に見て規則性を調べること」、「対応」とは、「 x と y の対応する値の間のルール

を調べることで、関数表を縦に見たときの規則性を知ること」²⁾と述べている。これらのことから、変化や対応の特徴を捉えるとは、「具体的な問題場面において、伴って変わる二つの数量の関係を表を用いて表し、表を横に見たり縦に見たりしたときの規則性を見いだすこと」とする。

(2) 一般化して表現する力とは

一般化について、広辞苑では、「個別的な違いを捨て共通のものを残すことによって広く通じる概念・法則を作ること。普遍化。概括。」³⁾とある。

「29年解説」では、数量の関係を一般的に表したものとして、公式が挙げられている。公式はどんな数値に対しても成り立つ一般的な関係であり、一般に公式と呼ばれるものだけに限らず、一般的な関係を言葉でまとめて表したものも指していると述べられている。これらのことから、一般化して表現する力とは、「共通なものの見いだし、一般的な関係を式を用いて表すこと」とする。

(3) 変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力とは

(1) (2) より、本研究では、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力とは、「具体的な問題場面において、伴って変わる二つの数量の関係を表を用いて表し、表を横に見たり縦に見たりしたときの規則性を見いだし、見いだした一般的な関係を式を用いて表すこと」と定義する。

2 数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践について

(1) 数学的な見方・考え方とは

中央教育審議会答申（平成28年）では、「各教科の特質に応じた物事を捉える視点や考え方」を「見方・考え方」と捉え、算数科だけでなく全ての教科でこれを重視すべきという立場をとっている。

「29年解説」には、「数学的な見方」について、「事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えること」⁴⁾とあり、「数学的な考え方」については、「目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用しつつ、根拠を基に筋道を立てて考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能等を関連付けながら、統合的・発展的に考えること」⁵⁾とある。これらのことから、算数科における「数学的な見方・考え方」とは、「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的に考えること」⁶⁾と整理されている。

また、中央教育審議会教育課程部会算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ（平成28年）では、数学的な見方・考え方の具体例が次の図1のように整理されている。

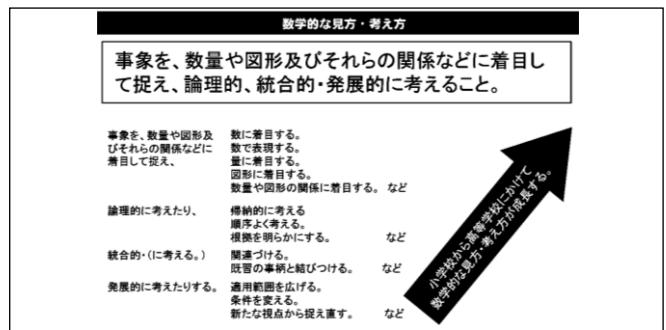


図1 数学的な見方・考え方⁽¹⁾

これらのことから、数学的な見方・考え方を働かせる問題解決の重要な視点として「何に着目するか」「どのように考えるか」と捉えることができる。

(2) 数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践とは

「29年解説」には、「数学的に考える資質・能力の育成に当たっては、算数科の特質に応じた見方・考え方方が重要な役割を果たす。算数の学習において、『数学的な見方・考え方』を働かせながら、知識及び技能を習得したり、習得した知識及び技能を活用して課題を探究したりすることにより、生きて働く知識の習得が図られ、技能の習熟にもつながるとともに、日常の事象の課題を解決するための思考力、判断力、表現力等が育成される。」⁷⁾とある。また、資質・能力が育成されるためには、学習過程の果たす役割が重要であると述べられていることから、算数・数学の学習過程の中で数学的な見方・考え方を働かせながら、資質・能力を育成していくことが大切であるといえる。

中央教育審議会答申別添資料（平成28年）には、資質・能力の育成のために重視すべき学習過程の例が図2のように示されている。

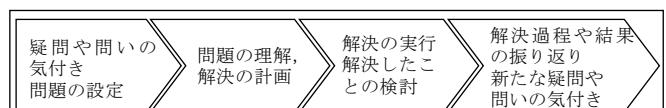


図2 資質・能力の育成のために重視すべき学習過程の例
(小学校)⁽²⁾

そこで、数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルを、算数・数学の学習過程の中に「何に着目するか」「どのように考えるか」という数学的な見方・

考え方を位置付けた思考過程とする。「C変化と関係」領域における数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルを図3に示す。

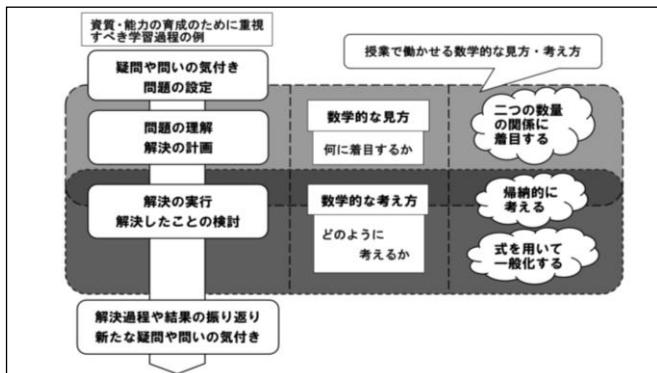


図3 「C変化と関係」領域における数学的な見方・考え方を働かせる思考モデル

本研究では、「C変化と関係」領域の学習過程の中で、「二つの数量の関係に着目する・帰納的に考える・式を用いて一般化する」視点を取り入れた「数量の関係見付けシート」を活用し、数学的な見方・考え方を働かせながら、二つの数量の関係を一般化していくことができる思考モデルを実践する。本研究における伴って変わる二つの数量の関係の指導内容は、小学校学習指導要領（平成20年）では、「D数量関係」領域に位置付けられている。

3 数量の関係見付けシートについて

「数量の関係見付けシート」（以下「関係見付けシート」とする。）とは、「D数量関係」領域において学習過程の中に「二つの数量の関係に着目する・帰納的に考える・式を用いて一般化する」視点を取り入れ、児童が数学的な見方・考え方を働かせて事象を捉えたり、数学的な見方・考え方を働かせて思考を深めたりすることのできるものとする。「関係見付けシート」の全体を図4に、それぞれの視点の部分を図5から次頁図7示す。

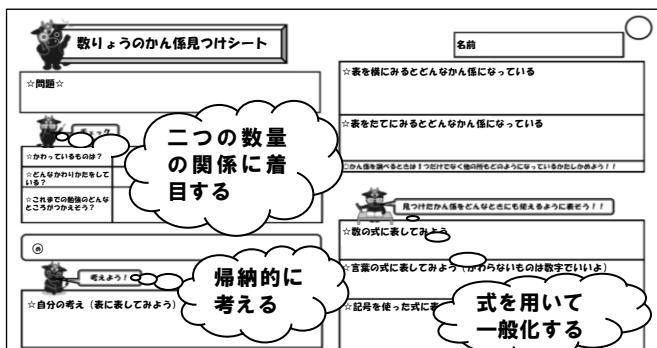


図4 関係見付けシート（全体）

「関係見付けシート」の視点の項目について、単元の始めでは児童が何に着目したり、どのように考えたりしたらよいのかが分かるように文章で示すようとする。その後は、それぞれの視点の項目についてキーワードにしたり、枠だけにしたりしながら児童自ら数学的な見方・考え方を働かせながら学習を進めることができるようとする。

以下、「二つの数量の関係に着目する・帰納的に考える・式を用いて一般化する」のそれぞれの視点について詳しく述べる。

(1) 二つの数量の関係に着目する

「29年解説」には、変化や対応の特徴を考察する際、関数の考えによって、伴って変わる二つの数量を見いだし、それらの関係に着目し、変化や対応の特徴や傾向を考察できるようにすることが大切であると述べられている。また、ある数量が変化すれば、ほかの数量が変化するのかどうかなどの関係に着目することで二つの事柄の間の依存関係を調べることができるようになると述べられている。

「関係見付けシート」では、事象から何と何が変化しているのかを取り出して記述する。そして、取り出した二つの数量の関係が増えているのか、減っているのかを判断し、二つの数量の関係がどのように変化しているのか見通しを立て、「関係見付けシート」に記述する。また、これまでに学習したことと似ているところや違うところ、これまでの学習で使うことのできる考え方を記述する欄を設け、これまでに学習した数学的な見方・考え方にも着目することができるようとする。

「関係見付けシート」の二つの数量の関係に着目する視点の部分を図5に示す。

チェック	
☆かわっているものは？	□
☆どんなかわりかたをしている？	□
☆これまでの勉強のどんなところがつかえそう？	□

図5 関係見付けシート（二つの数量の関係に着目する）

(2) 帰納的に考える

「29年解説」では、帰納的に考えることについて、「幾つかの具体的な例に共通する一般的な事柄を見いだすこと」⁸⁾とある。神谷昇子（1982）は、対応する二つの数量の関係を見付けさせるために、1組の対応する二つの数量の関係と、となりの1組の対応する二つの数量の関係と共に通するものはないか注意させるようにすることができるようとする」と述べてい

る。

「関係見付けシート」では、まず、表をかき、一方の数を変えると、他方の数がどのように変わるのでか、幾つかの数値について計算をするなどしてデータを集め。データを集めたら、表を横に見たり縦に見たりして変化や対応の特徴を考察していく。対応の特徴を考察する際には、1組の関係だけでなく、ほかの組の関係と共通するものはないか調べるように考える視点を「関係見付けシート」に記しておく。

「関係見付けシート」の帰納的に考える視点の部分を図6に示す。

図6 関係見付けシート（帰納的に考える）

（3）式を用いて一般化する

新・算数指導講座第8巻数量関係（昭和53年）には、関係が式に表されると、その関係が、簡潔・明瞭に表現され特徴が正確につかみやすい、「式」表現を利用して数量の関係をより一般的に見ていく、数を用いた式→言葉の式→□や△を用いた式→文字を用いた式へと発展させていく過程の指導は非常に重要なため、丁寧に指導していく必要があると述べられている。

「関係見付けシート」では、まず、表を縦に見てどの組でも共通する数量の関係を、具体的な数を使って式に表すようにする。そして、具体的な数の中から、変数を言葉に変え、言葉の式に表していく。最後に、言葉に変えた部分を記号に変えて、記号を使った式に表し、一般化して表現することができるよう、順を追って考えることができるようになる。

「関係見付けシート」の式を用いて一般化する視点の部分を図7に示す。

図7 関係見付けシート（式を用いて一般化する）

III 研究の仮説及び検証の視点と方法

1 研究の仮説

「D数量関係」領域の学習過程の中で、数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践を行えば、数量の変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力を育てることができるであろう。

2 検証の視点と方法

検証の視点と方法について、表1に示す。

表1 検証の視点と方法

	検証の視点	方法
1	変化や対応の特徴を捉えることができたか (1) 変化の特徴を捉えることができたか (2) 対応の特徴を捉えることができたか	プレテスト・ポストテストの変容 関係見付けシート
2	一般化して表現することができたか	プレテスト・ポストテストの変容
3	数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践は、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現することに有効であったか	関係見付けシート

IV 前期研究授業

1 研究授業の内容

- 期間 平成30年6月21日～平成30年6月29日
- 対象 所属校第4学年（1学級26人）
- 単元名 どのように変わるか調べよう
- 目標 伴って変わる二つの数量について、それらの関係を表を用いて調べ、式に表して二つの数量の関係を明らかにする能力を伸ばす。
- 単元計画

時	学習内容
1	時計盤を使って、表と裏の時計盤の針が指す時刻の数の関係について調べる。
2	表を用いて、表の時計盤の針が指す時刻の数が1ずつ増えると、裏の時計盤の針が指す時刻の数がどのように変わらるか調べる。 表と裏の時計盤の針が指す時刻の数の関係を式に表す。
3	1辺が1cmの正三角形を1列に組み合わせていくときの、正三角形の数と周りの長さの関係を調べる。 表に正三角形の数と周りの長さをまとめ、その関係を式に表す。
4	1辺が1cmの正方形を階段状に並べたときの段の数と周りの長さの関係を調べる。 表に段の数と周りの長さをまとめ、その関係を式に表す。
5	「しあげのもんだい」に取り組む。

2 プレテスト・ポストテストについて

プレテストは単元の前、ポストテストは単元後に実施した。プレテストを次頁図8、ポストテストを次頁図9に示す。プレテスト・ポストテストとも、①は式や表から規則性を見いだし説明する問題、②は見いだした一般的な関係を式を用いて表す問題とした。①で検証の視点1を、②で検証の視点2を見取ることとした。

- 4 -

【プレテスト】

① さゆりさんは、人数が1人、2人、3人…とふえるとおり紙のまい数が何まい必要になるか、式に表しました。

$$\begin{array}{rcl}
 6 \times 1 & = & 6 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 6 \times 2 & = & 12 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 6 \times 3 & = & 18 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 6 \times 4 & = & 24
 \end{array}$$

さゆりさんは式に表したものを見て、きまりを見つけました。さゆりさんが見つけたきまりを言葉と数を使って書きましょう。「かける数」「ひとつより紙のまい数」の2つの言葉を使いましょう。

② えりこさんは、あめを18こ持っていました。今日、お店で何こか買つたので、持っているあめは全部で25こになりました。

買ったあめの数を□ことして式に表し、□にあてはまる数をもとめましょう。

図8 検証問題（プレテスト）

【ポストテスト】

① まことくんは、正三角形の1辺の長さとまわりの長さを下の表にまとめました。

1辺の長さ (cm)	1	2	3	4	5	6	7
まわりの長さ (cm)	3	6	9	12	15	18	21

まことくんは、表を見て、きまりを2つ見つけました。まことくんが見つけたきまりを言葉と数を使って書きましょう。「1辺の長さ」「まわりの長さ」の2つの言葉を使いましょう。

② 1本のひもをはさみで切れます。切る回数とできるひもの数にはどんな関係があるか調べました。

切る回数を□回、ひもの数を○本として、□と○の関係式を式に書きましょう。

図9 検証問題（ポストテスト）

V 研究授業の分析と考察

1 変化や対応の特徴を捉えることができたか

(1) 変化の特徴を捉えることについて

プレテスト①・ポストテスト①を実施した。解答分類を表2に、結果を表3に示す。

表2 解答分類

段階	解答分類	正答
IV	変化の特徴を捉え、説明している。	◎
III	変化の特徴を捉えているが、説明が十分でない。	
II	変化の特徴を捉えることができていない。	
I	無解答	

表3 プレテスト①とポストテスト①の結果

ポストテスト①\プレテスト①	IV	III	II	I	計(人)
IV	6	0	0	0	6
III	3	0	2	0	5
II	4	2	1	0	7
I	3	2	0	1	6
計(人)	16	4	3	1	24

表3に示すように、変化の特徴を捉え、説明することができたと判断できる児童（段階IV）が、プ

レテスト①の6人から、ポストテスト①では16人となった。表を横に見て、「1辺の長さが1cm増えると、周りの長さは3cm増える。」という変化の特徴を捉えることができるようになった児童が増えた。

段階IIから段階IVに向上したA児の記述を図10に示す。

【プレテスト①】	さゆりさんはかける数が1増えている ひとつより紙のまい数になろう と思つたと思つました。
【ポストテスト①】	よこに見ると1辺の長さは1ずつふえて、 まわりの長さは3ずつふえる。

図10 A児のプレテスト①・ポストテスト①の解答

A児は、プレテスト①では、かける数が1増えると必要な折り紙の数が6増えるというように、かける数と必要な折り紙の数の関係から、変化の特徴を捉えることができなかった。ポストテスト①では、二つの数量に着目し、1辺の長さが1cm変化すると、周りの長さがどれだけ変化したのかを考察することで、変化の特徴を捉えることができたと考えられる。

一方、プレテスト①でもポストテスト①でも段階IIで、変化の特徴を捉えることができなかったB児の記述を図11に示す。

【プレテスト①】	かける数は1つようがおり紙のまい数の答え。
【ポストテスト①】	よこに見ると、1辺の長さが1ずつふえて、まわりの長さが3ずつふえている。

図11 B児のプレテスト①・ポストテスト①の解答

B児は、プレテスト①では、問題にある「かける数」「ひとつより紙の枚数」を使って書いていて、問題の意図が読み取れていないため、変化の特徴を捉えることができなかった。ポストテスト①では、1辺の長さについては表を横に見て、1ずつ増えていることを記述することができている。しかし、周りの長さについては、どれだけ変化しているのか具体的な数を明確にして書いているが、作成した表を見て正しい数を記述することができていなかった。

(2) 対応の特徴を捉えることについて

対応の特徴を捉えることについて、児童は、「どのように変わるか調べよう」の単元が初めての学習であったため、授業での児童の記述内容「関係見付けシート」とポストテスト①での結果を比較した。

授業1、授業2「関係見付けシート」の問題を次頁図12に示す。解答の分類、授業での記述とポストテスト①の結果を次頁表4に示す。

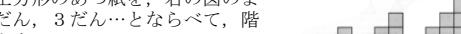
<p>【授業1】 1辺が1cmの正三角形のあつ紙を、図のように1列に並べます。 正三角形が20このときのまわりの長さを求めましょう。</p>																	
																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th>正三角形の数(こ)</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>まわりの長さ(cm)</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table>						正三角形の数(こ)	1	2	3	4	...	まわりの長さ(cm)	3	4	5	6	...
正三角形の数(こ)	1	2	3	4	...												
まわりの長さ(cm)	3	4	5	6	...												
<p>【授業2】 1辺が1cmの正方形のあつ紙を、右の図のように1列に並べます。 正方形が20このときのまわりの長さを求めましょう。</p>																	
																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th>辺の数(辺)</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>まわりの長さ(cm)</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table>						辺の数(辺)	1	2	3	4	...	まわりの長さ(cm)	4	8	12	16	...
辺の数(辺)	1	2	3	4	...												
まわりの長さ(cm)	4	8	12	16	...												

図12 授業1, 2の問題「関係見付けシート」

表4 解答分類、授業1, 2の記述とポストテスト①の結果

段階	記述の分類	正答	授業1	授業2	ポストテスト①
IV	対応の特徴を捉え、説明している。	◎	4	6	14
III	対応の特徴を捉えているが、説明が十分でない。		9	14	3
II	対応の特徴を明らかに捉えることができない。		10	3	6
I	無解答		1	1	1
	計(人)		24	24	24

表4に示すように、対応の特徴を捉え、説明することができた児童（段階IV）が、授業1では4人、授業2では6人、ポストテスト①では14人であった。

授業1では対応の特徴を明らかに捉えることができていない（段階II）、授業2では対応の特徴を捉えているが、説明が十分でない（段階III）、ポストテスト①では対応の特徴を捉え、説明することができている（段階IV）C児の記述を図13に示す。

【授業1】	たてに見るとたてに4, 6, 8, 10, 12と並んでいて。
【授業2】	辺の数(辺) 1 2 3 4 まわりの長さ(cm) 4 8 12 16
【ポストテスト①】	たてに見ると並んでいて、長さが2倍はまわりの長さになつた。

図13 C児の授業1, 2での記述とポストテスト①の解答

授業1では、三角形の数と周りの長さをたして、その和を横に見ており、「たてに見ると」と書き出しているが、二つの数量の和を横に見ると増えていくという変化を記述していた。授業2では、表を見て、どこも段の数の4倍が周りの長さになっていることに気付き、表の中に「 $\times 4$ 」と書き込んでおり、対応の特徴を捉えることができている。ポストテスト①では、表を見て、対応の特徴を見いだし、見いだした関係を説明することができた。1組の対応の関係はどのようにになっているのかを見

て、その後、対応の特徴を見付けるために、1組の関係だけでなく、ほかの組の関係と共に通するものはないかも調べるという手順を追うことで、変化の特徴を捉えることができたと考えられる。

授業2からポストテスト①を見ると、段階IIの児童が3人から6人に増加した。6人の児童の内、5人は対応の特徴を捉えるためには、表を縦に見るという見方はできているが、1組だけでなく、ほかの組の関係と共に通するものはないかも調べるという帰納的に考える考え方ができていなかったため、対応の特徴を捉えることができなかつたと考えられる。授業では、帰納的に考えることについて、1組だけでなくほかの組の関係についても調べ、対応の特徴を考察することを、個人思考だけでなく全体交流なども通して行うことで、対応の特徴を捉えることができた。しかし、ポストテスト①では自分で問題を読み解答する際に、表から対応の特徴を捉えるための十分な力が付いておらず対応の特徴を捉えることができなかつたことが考えられる。

2 一般化して表現することができたか

プレテスト②、ポストテスト②を実施した。結果を表5に示す。

表5 プレテスト②とポストテスト②の結果

	プレテスト②	ポストテスト②
正答	18	17
誤答	6	7
無解答	0	0
計(人)	24	24

プレテスト②で誤答であったが、ポストテスト②で正答となった児童が6人であった。一方、プレテスト②は正答であったが、ポストテスト②で誤答となった児童は7人であった。これらの児童の記述を見ると、3人の児童は、表を正しくかくことはできているが、対応の特徴を捉えることができていなかつた。二つの数量の関係の対応の特徴を捉える際に、「 $\square \times 2 = \bigcirc$ 」のように、1組だけで成り立つ関係を式に表しており、帰納的な考え方ができていなかつたため、一般化した式に表すことができなかつたことが考えられる。残りの4人の児童は、問題場面を正しく捉えられず、表に表す段階で誤答となつたため、正しく一般化することができなかつた。しかし、この中の3人の児童は、問題に対する正しい一般化した式にはなつてないが、誤ってかいている表から「 $2 \div 1 = 2$ 」、「 $4 \div 2 = 2$ 」、「 $6 \div 3 = 2$ 」

と対応の特徴を見いだし、「 $\bigcirc \div \square = 2$ 」と見いだした関係を基に式に表すことができていた。これらのことから、児童が正しく表を作成し、対応の特徴を帰納的に考えることができれば、一般化した式にすることができるのではないかと考えられる。また、プレテスト②は児童の比較的経験が多い場面であったのに対し、ポストテスト②は経験が少ない場面であり、問題場面が捉えにくかったこともポストテスト②で誤答となった要因として考えられる。

3 数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践は、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現することに有効であったか

「関係見付けシート」の記述を基に手立ての有効性について分析した。第4時で用いた「関係見付けシート」の「二つの数量の関係に着目する・帰納的に考える・式を用いて一般化する」視点について、「児童が正しく記述することができている」「正しく記述することができない」「記述なし」として分類し、その結果を表6に示す。

表6 「関係見付けシート」の記述の結果

	二つの数量の関係に着目する	帰納的に考える	式を用いて一般化する
正しく記述することができている	24	20	23
正しく記述することができない	0	3	1
記述なし	0	1	0
計(人)	24	24	24

表6に示すように、どの視点においても80%以上の児童が「関係見付けシート」に正しく記述することができた。「関係見付けシート」を活用し、数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践が、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現するための手立てになっていたと考える。しかし、帰納的に考える場面では、3人の児童が正しく記入することができていなかった。この児童の記述を見ると、表を横に見て変化の関係を捉える際、二つの数量がどれだけ増えているかという変化の特徴を捉えることができていなかった。また、表を縦に見て対応の特徴を捉える際、二つの数量の和を横に見て変化を記述しており、対応の特徴を捉えることができていなかった。帰納的に考える前に、二つの数量の関係をどのように見たらよいのかが分からなかったため、関係を捉えることができなかつたと考えられる。

VI 前期研究のまとめ

1 前期研究の成果

「関係見付けシート」を活用し、数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践が、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力を育成することにつながることが分かった。

2 前期研究の課題

- ポストテストの結果や「関係見付けシート」の児童の記述から、「帰納的に考える」で、対応の特徴を捉える際、表を縦に見たらよいことは身に付いているが、1組の関係だけを見て対応の特徴を捉えようとしており、ほかの組の関係と共に通するものはないかを調べ、考察することに課題が見られた。対応の特徴を考察する際には、1組の関係だけでなく、ほかの組の関係についても共通するものはないか考察することができるよう学習指導の工夫をする必要がある。
- 変化や対応の特徴の捉え方や一般化するための考え方を習得していたが、二つの数量を正しく取り出し、表に表すことができないために正しく一般化することができない児童がいた。児童自ら、事象から二つの数量を取り出し、表に表すことができるように学習指導の工夫をする必要がある。

VII 後期の数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践に向けて

澤井陽介(2017)は、「見方・考え方」を働かせることについて、教科の特質に応じた「見方・考え方」の体得を学問的に究めなさいと言っているわけではなく、子供がもともともっている素朴な「見方・考え方」が働くように、教師が意図的に働かせることを通じて、少しづつ鍛えていくという理解のほうが、子供の現実から乖離しないと述べている。また、「どう考えたらいいか」を、子供がもっている自動装置が動くように教師が仕かけることを含み入れた「見方・考え方を働かせて」という文言であると述べている。これらのことと、前期での課題を踏まえ、前期に使用した「関係見付けシート」を改善する。具体的には、児童が意識的に数学的な見方・考え方を働かせながら変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現することのできるものにしていく。

1 「関係見付けシート」の改善について

前期に使用した「関係見付けシート」から、後期では、児童が意識的に数学的な見方・考え方を働か

せながら変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現することができるよう、教師が仕かけを講じたものへ改善する。第1時で使用する改善後の「関係見付けシート」の全体を図14に、第2～5時で使用する改善後の「関係見付けシート」の全体を図15に示す。

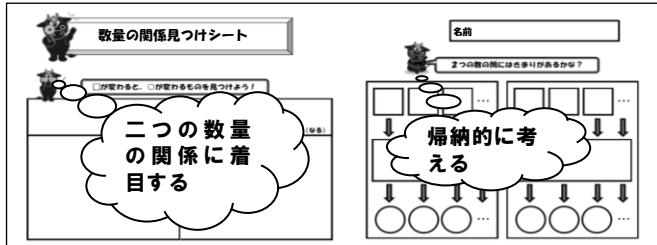


図14 第1時の関係見付けシート（全体）

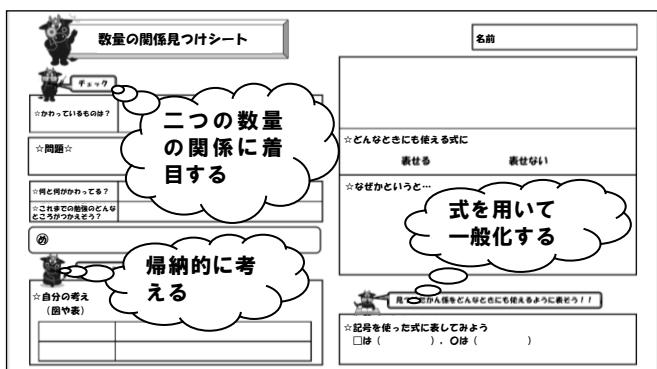


図15 第2～5時の関係見付けシート（全体）

以下、「二つの数量の関係に着目する・帰納的に考える・式を用いて一般化する」のそれぞれの視点についての改善点を述べる。

(1) 二つの数量の関係に着目する

関数の考えを生かしていくために配慮することについて「29年解説」では、「第一に、ある場面での数量や図形についての事柄が、ほかのどんな事柄と関係するかに着目することである。」⁹⁾と述べられている。しかし、前期の分析より、事象だけ見ても、変化しているものを取り出し、何と何が関係しているのかに着目することができない実態があった。それは、普段の生活の中で二つの関係している数量を見付け、それを関係付ける経験が少ないからであると考える。前期の学習で扱った問題は、日常生活での経験とは離れているものであり、児童にとってイメージがしにくく、二つの数量の関係とはどのようなものかが捉えにくかった。また、「関係見付けシート」に問題に関する図を載せていたが、何と何が伴って変わるのが取り出せない児童がいた。そこで、後期では「二つの数量の関係に着目する」視点を次のように改善した。

①二つの数量の関係に着目する視点として「変われば、変わる」を提示し、伴って変わる二つの数量を身の回りから見付け、「関係見付けシート」に記述する。（第1時）

②問題の図のみを提示し、伴って変わる二つの数量に着目し伴って変わる二つの数量（変わっているもの）を記述する。（第2～5時）

③問題文を提示し、②で書いたものの中から、本時では何と何の数量の関係に着目するのかを取り出して記述する。（第2～5時）

これまでに学習している数学的な見方・考え方にも着目することができるようにする部分は前期と同様とする。

「関係見付けシート」の二つの数量の関係に着目する部分について改善したものを図16に示す。



図16 関係見付けシート（二つの数量の関係に着目する）

(2) 帰納的に考える

前期には、問題を見て、自分で表を作成しようとすると、図に示されている事象がどのように変化していくのかがイメージできなかったり、表に書き入れる数が図のどこと対応するのか分からなかつたりして表を正しく作成することができない児童がいた。片桐重男（2012）は、表を扱うときに留意することについて、「子どもたちに表を作らせたとき、その結果を発表させるだけでなく、それを『どのようにして作ったか』を聞き、明らかにしなくてはならない。」¹⁰⁾と述べている。問題場面から表を作成する際に、児童自身が具体物を操作したり「関係見付けシート」に図をかいたりしたものと表の数値を関連付けることで、児童が問題解決に必要のある二

つの数量に着目し、正しく表を作成することができる」と考える。

前期に使用した「関係見付けシート」では、変化や対応の特徴を調べる際「表を横にみる」「表をたてにみる」と、表をどのように見たらよいかが書かれており、児童が数学的な考え方を働かせなくても「関係見付けシート」の順に調べていけば変化や対応の特徴を見付けることができるようになっていた。また、言葉で「かん係を調べるときは1つだけではなく他の所もどのようにになっているかたしかめよう」と書いていたが、なぜそのようにしなければならないのかを児童が実感できるものになっていた。そこで、後期では「帰納的に考える」視点を次のように改善した。

- ①上の数と下の数との関係を見付け、間の□の中に3組のどの組にも共通する関係を記入する。その際、二つの数の関係が乗法、加法、減法、乗法・加法混合の2段階構造になっている四つの場合について問題を行う。（第1時）
- ②「関係見付けシート」の中に問題に関する図などを載せず、自分で図などをかきながら表にまとめる。（第2～5時）
- ③自分の考えを書いた後、どんなときにも使える式に表せるか表せないかを判断し、その理由を記述する。（第2～5時）

「関係見付けシート」の帰納的に考える部分について改善したものを見図17に示す。

改善前	改善後
改善前	改善後
改善前	改善後

図17 関係見付けシート（帰納的に考える）

(3) 式を用いて一般化する

前期に使用した「関係見付けシート」では、具体的な数の式→言葉の式→□や○を用いた式と順を追って指導した。一般化するための順序が示されていることで、一般化する方法を身に付けることができたが、児童が意識的に数学的な考え方を働かせるものとなっていなかった。後期に使用する「関係見付けシート」の帰納的に考える部分の、どんなときにも表せる式について判断した理由の欄（図17③）に、児童は具体的な数や言葉を使ってほかの組の関係と共通することを記述する。この部分に、前期で使った「関係見付けシート」の□や○を用いた式にするための数の式、言葉の式の部分が含まれていると考える。そこで、後期では「式を用いて一般化する」視点を次のように改善した。

①帰納的に考える場面で、どんなときにも使える式にできるかどうか判断した部分（図17③）を見て、記号を使った式に表す。（第2～5時）

「関係見付けシート」の式を用いて一般化する部分について改善したものを見図18に示す。

改善前	改善後
改善前	改善後
改善前	改善後

図18 関係見付けシート（式を用いて一般化する）

VIII 後期研究授業

1 研究授業の内容

- 期間 平成30年12月7日～平成30年12月14日
- 対象 所属校第5学年（1学級34人）
- 単元名 きまりを見つけて
- 目標

変化する二つの数量について、表や図から数量関係や規則性を見付け、変化する二つの数量の関係を式で表すことを通して、二つの数量の関係を明らかにする能力を伸ばす。

○ 単元計画

時	学習内容
1	身の回りから、伴って変わる二つの数量を見付ける。 二つの数の関係見付けクイズをする。

2	1辺が1cmの正三角形を1段・2段…とピラミッド状に並べたときの正三角形の1辺の長さと周りの長さの関係を調べる。表に三角形の1辺の長さと周りの長さをまとめ、その関係を式で表す。
3	同じ長さの棒を20本使っていろいろな長方形をつくり、縦と横の辺の長さを調べる。表に縦と横の長さをまとめ、その関係を式で表す。
4 ・ 5	同じ長さの棒で正方形をつくり、横に並べたときの正方形の数と使った棒の本数の関係を調べる。表に正方形の数と使った棒の本数をまとめ、その関係を式で表す。

2 プレテスト・ポストテストについて

プレテストは単元の前、ポストテストは単元後に実施した。プレテストを図19、ポストテスト①を図20、ポストテスト②を図21に示す。プレテスト・ポストテスト①では、二つの数量の関係が乗法の場合について、ポストテスト②では、乗法・加法混合の2段階構造になっている場合についての問題を実施した。全てのテストにおいて、①は伴って変わる二つの数量の関係を表を用いて表す問題、②は表を横に見たり、縦に見たりしたときの規則性を見いだし説明する問題、③は②で見いだした一般的な関係を式を用いて表す問題とした。①②で検証の視点1を、③で検証の視点2を見取ることとした。問題の中の太字は解答例である。

【プレテスト】																			
1本120円のボールペンを何本か買うと、代金はいくらになるか調べました。																			
① 表をかいて調べます。表のあいている所に言葉や数を入れて表を完成させましょう。																			
<table border="1"> <thead> <tr> <th>ボールペンの本数(本)</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>...</th> </tr> <tr> <th>代金(円)</th> <td>120</td> <td>240</td> <td>360</td> <td>480</td> <td>600</td> <td>...</td> </tr> </thead> </table>						ボールペンの本数(本)	1	2	3	4	5	...	代金(円)	120	240	360	480	600	...
ボールペンの本数(本)	1	2	3	4	5	...													
代金(円)	120	240	360	480	600	...													
② ゆうさんは、上の表を見て、買ったボールペンの本数と代金の関係の中にあるきまりを2つ見つけました。ゆうさんが見つけたきまりを言葉と数を使って書きましょう。そのとき、「ボールペンの本数」「代金」の2つの言葉を使いましょう。																			
(変化) ボールペンの本数が1本ずつふえると、代金が120円ずつふえている。																			
(対応) いつも、ボールペンの本数に120をかけると、代金になっている。																			
③ 買ったボールペンの本数を□本、代金を○円として、□と○の関係を式に表しましょう。																			
(式) $120 \times \square = \bigcirc$ $\square \times 120 = \bigcirc$ $\square = 120 \div \bigcirc$																			

図19 検証問題（プレテスト）

【ポストテスト①】																			
右の図のように、おはじきを正方形にならべていきます。1番め、2番め、3番め…とならべ方がふえていくと、全部のおはじきの数は何になるか調べました。																			
																			
① 表をかいて調べます。表のあいている所に言葉や数を入れて表を完成させましょう。																			
<table border="1"> <thead> <tr> <th>ならべ方(番め)</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>...</th> </tr> <tr> <th>全部のおはじきの数(こ)</th> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>20</td> <td>...</td> </tr> </thead> </table>						ならべ方(番め)	1	2	3	4	5	...	全部のおはじきの数(こ)	4	8	12	16	20	...
ならべ方(番め)	1	2	3	4	5	...													
全部のおはじきの数(こ)	4	8	12	16	20	...													
② まいさんは、上の表を見て、ならべ方と全部のおはじきの数の関係の中にあるきまりを2つ見つけました。まいさんが見つけたきまりを言葉と数を使って書きましょう。そのとき、「ならべ方の数」「全部のおはじきの数」の2つの言葉を使いましょう。																			
(変化)ならべ方の数が1ずつふえると、全部のおはじきの数が4こずつふえている。																			
(対応)いつも、ならべ方の数に4をかけると、全部のおはじきの数になっている。																			
③ 何番目かを□番目、全部のおはじきの数を○にして、□と○の関係を式に表しましょう。																			
(式) $\square \times 4 = \bigcirc$ $4 \times \square = \bigcirc$ $\bigcirc = \square \div 4$																			

図20 検証問題（ポストテスト①）

【ポストテスト②】

1こ200円のケーキを何こか買い、50円の箱に入れてもらうと、代金はいくらになるか調べました。

① 表をかいて調べます。表のあいている所に言葉や数を入れて表を完成させましょう。

ケーキの数(こ)	1	2	3	4	5	...
代金(円)	250	450	650	850	1050	...

② たくみさんは、上の表を見て、ケーキの数と代金の関係の中にあるきまりを2つ見つけました。たくみさんが見つけたきまりを言葉と数を使って書きましょう。そのとき、「ケーキの数」「代金」の2つの言葉を使いましょう。

(変化) ケーキの数が1こずつふえると、代金が200円ずつふえている。

(対応) いつも、200円にケーキの数をかけた数に50円をたすと、代金になっている。

③ ケーキの数を□こ、代金を○円として、□と○の関係を式に表しましょう。

(式) $200 \times \square + 50 = \bigcirc$ $\square \times 200 + 50 = \bigcirc$

図21 検証問題（ポストテスト②）

IX 後期研究授業の分析と考察

研究仮説、研究の視点と方法については、前期（4頁Ⅲ 1, 2）と同一とする。

1 変化や対応の特徴を捉えることができたか

(1) 変化の特徴を捉えることについて

プレテスト①, ②, ポストテスト①①, ②・②①, ②を実施した。「変化の特徴を捉えること」については、「表を正しくかくことができている（○）変化の特徴を捉え、説明している（○）」表を正しくかくことができている（○）変化の特徴を捉えているが、説明が十分でない（帰納的に考えているか明らかでない）（△）表を正しくかくことができている（○）変化の特徴を捉えることができていない（×）表を正しくかくことができている（○）変化の特徴を捉えることについて無解答（-）表を正しくかくことができていない（×）変化の特徴を捉えることができていない（×）」で評価した。解答分類を表7に、結果を表8に示す。

表7 解答分類

段階	解答分類	正答
V	表を正しくかくことができている（○）変化の特徴を捉え、説明している（○）	◎
IV	表を正しくかくことができている（○）変化の特徴を捉えているが、説明が十分でない（帰納的に考えているか明らかでない）（△）	
III	表を正しくかくことができている（○）変化の特徴を捉えることができていない（×）	
II	表を正しくかくことができている（○）変化の特徴を捉えることについて無解答（-）	
I	表を正しくかくことができていない（×）変化の特徴を捉えることができていない（×）	

表8 プレテスト①, ②とポストテスト①①, ②・②①, ②の結果

	プレテスト①, ②	ポストテスト①①, ②	ポストテスト②①, ②
V	7	28	19
IV	7	1	0
III	2	4	1
II	3	0	0
I	14	0	13
計(人)	33	33	33

表8より、プレテスト①, ②とポストテスト①①, ②・②①, ②を比較すると、表を正しくかく、変化の特徴を捉え、説明することができている児童（段階V）が増加していることが分かる。プレテスト①, ②では表を正しくかくことはできているが、変化の特徴を捉えることができていない（段階III）であつ

たが、ポストテスト①②では、表を正しくかき、変化の特徴を捉え、説明することができている（段階V）D児の解答を図22、D児の第3時で使用した「関係見付けシート」の一部を図23に示す。

【プレテスト②】	120円 ずつふえている
【ポストテスト①②】	ならべ方の数が1番めずつ増えるとおはじきの数も4こずつ増えている。

図22 D児のプレテスト②・ポストテスト①②の解答

図23 D児の第3時の「関係見付けシート」（一部）

プレテスト②では、二つの数量の関係ではなく、一方の数だけに着目して記述していた。この児童の第2時の「関係見付けシート」を見ると、個人思考で変化の特徴を書いた部分には「まわりの長さが3ずつふえている」と記入しており、一方の変化についてのみ書いていた。全体交流の後、友達の考えなども参考にし、伴って変わる二つの数量の変化について書き加えていた。第3時の「関係見付けシート」では、図23のように、表の中にそれぞれがどのように変化しているかを書き込み、説明する際には、二つの数量の変化を具体的な数を明確にして記述することができた。ポストテスト①②では、これらの学習を基に、二つの数量に着目し、変化の特徴を捉え、説明することができたのではないかと考えられる。

一方、プレテスト①、②でもポストテスト①②でも段階IIIで、表を正しくかくことはできているが、変化の特徴を捉えることができていなかったE児の解答を図24に示す。

【プレテスト②】	ボールペンの本数が3つ増えたら金が4つだけた数だけふえる。
【ポストテスト①②】	ならべ方の数が1番めずつふえるとおはじきの数が4こずつふえる。

図24 E児のプレテスト②・ポストテスト①②の解答

プレテスト②もポストテスト①②も、二つの数量に着目し、表現することはできていた。しかし、プレテスト②では、具体的な数を明確にし、それぞれがどれだけ変化しているかを表現することができ

ていなかった。ポストテスト①②では、どれだけ変化しているか具体的な数を明確にして書いているが、作成した表を見て正しい数を記述することはできていなかった。

ポストテスト②①で表を正しくかくことができなかつた児童の記述を見ると、13人中11人が誤ってかいていた表から変化の特徴を捉え、説明していた。この児童の中の9人は、ポストテスト①②で正答であり、表を正しくかくことができれば、ポストテスト②でも、変化の特徴を捉え、説明することができるのでないかと考えられる。

これらのことから、変化の特徴を捉える力を育成することが概ねできたといえる。しかし、ポストテスト②の乗法・加法混合の2段階構造になっている問題については、表をかく段階で誤答となっている児童が約40%おり、課題が見られた。

（2）対応の特徴を捉えることについて

プレテスト①、②・ポストテスト①①、②・②①、②を実施した。「対応の特徴を捉えること」については、「表を正しくかき、表を縦に見たときの規則性を見いだし、説明することができたか」で評価した。解答分類を表9に、結果を表10に示す。

表9 解答分類

段階	解答分類	正答
V	表を正しくかくことができている（○） 対応の特徴を捉え、説明している（○）	◎
IV	表を正しくかくことができている（○） 対応の特徴を捉えているが、説明が十分でない（△） 帰納的に考えているか明らかでない（△）	
III	表を正しくかくことができている（○） 対応の特徴を捉えることができていない（✗）	
II	表を正しくかくことができている（○） 対応の特徴を捉えることについて無解答（-）	
I	表を正しくかくことができない（✗） 対応の特徴を正しく捉えることができない（✗）	

表10 プレテスト①、②とポストテスト①①、②・②①、②の結果

段階	プレテスト①、②	ポストテスト①①、②	ポストテスト②①、②
V	1	23	13
IV	4	9	2
III	1	0	5
II	13	1	0
I	14	0	13
計（人）	33	33	33

表10より、プレテスト①、②とポストテスト①①、②・②①、②を比較すると、表を正しくかき、対応の特徴を捉え、説明することができている児童（段階V）が増加していることが分かる。プレテスト①、②では表を正しくかくことができているが、対応の特徴を捉えることについては無解答（段階II）であつたが、ポストテスト①①、②では、表を正しくかき、

対応の特徴を捉え、説明することができている（段階V）F児の解答を図25、第3時で使用したF児の「関係見付けシート」の一部を図26に示す。

【ポストテスト1①, ②】								
ならべ方の数(4)								1 2 3 4 5 6 7 8 ...
全部おはじきの数(2)								4 8 12 16 20 24 28 32 ...
たて いつもならべ方の数に4をかけると全部のおはじきの数になる。								

図25 F児のポストテスト1①, ②の解答

たての本数(1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40			
この本数(2)	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180	189	198	207	216	225	234	243	252	261	270	279	288	297	306	315	324	333	342	351	360			
たて いつもたての本数たて木数の本数																																											
いつもたての本数たて木数の本数																																											
いつもたての本数たて木数の本数																																											

図26 F児の第3時の「関係見付けシート」（一部）

F児の記述を見ると、プレテスト②では無解答であった。無解答であった理由の聞き取りを行ったところ、「表をどのように見たらよいか分からなかつた」と答えた。この児童の第3時の「関係見付けシート」を見ると、表の中に対応する二つの数がどこも同じになっていることを書きこんだり、対応の特徴を見付け説明する部分に、具体的な数を使ってどの組も同じ関係になっていることを書いたりしていた。ポストテスト1②では、これらの学習を基に、表を縦に見て対応の特徴を捉え、説明することができたのではないかと考えられる。

一方、プレテスト①, ②でもポストテスト2①, ②でも段階Ⅲで表を正しくかくことはできているが、対応の特徴を捉えることができていなかった児童の記述を見てみると、プレテスト②では「1本の代金にボールペンの本数をかける」と書いており、二つの数量の関係を見いだすことができていなかつた。ポストテスト2②では「いつも」と書いているがその後記述がなかつた。この児童は、ポストテスト1②では正答しており、帰納的に考えて特徴を捉える考え方を習得していると考えられる。しかし、ポストテスト2②では、乗法・加法混合の2段階構造になっている二つの数量の関係であることから、どの組にも共通する二つの数量の関係を見付けられず、記述することができなかつたと考えられる。

ポストテスト2①で表を正しくかくことができなかつた児童の記述を見ると、13人中7人が誤った

表をかいていたが、誤ってかいた表から帰納的に考えて対応の特徴を捉えていた。

これらのことから、対応の特徴を捉える力を育成することが概ねできたといえる。しかし、対応の特徴を捉えることはできているが、見いだした規則性を説明することに課題が見られた。また、ポストテスト2の乗法・加法混合の2段階構造になっている問題については、表をかく段階で誤答となつてゐる児童が約40%おり、課題が見られた。

2 一般化して表現することができたか

プレテスト③・ポストテスト1③・2③の問題を実施した。「一般化して表現すること」については、「プレテスト②、ポストテスト1②, 2②で『見いだした一般的な関係』を、プレテスト③、ポストテスト③・ポストテスト③で式を用いて表すことができたか」で評価した。結果を表11示す。

表11 プレテスト③とポストテスト1③・2③の結果

	プレテスト③	ポストテスト1③	ポストテスト2③
正答	13	28	13
誤答	19	5	17
無解答	1	0	3
計(人)	33	33	33

プレテスト③とポストテスト1③を比較すると、正答となつた児童が増加した。プレテスト③でもポストテスト1③でも誤答であった児童の記述を見ると、式に表す際、「 $\square \times 4 = \bigcirc$ 」と表すところを、「 $\bigcirc \times 4$ 」「 $\square \times 1$ 」と書いていた。ポストテスト1②の対応の特徴を捉え、説明する欄に「いつも、並べ方の数に4をかけるとおはじきの数になっている」と書いていたが、記号を使って式に表す時に○や□が何を表しているのかが明確になっておらず誤答となつたと考えられる。また、プレテスト③でもポストテスト2③でも誤答となつた児童の記述を見ると、4人は表を正しくかくことはできていたが、対応の特徴を正しく捉えることができず、一般化して表現することもできなかつた。この4人の児童はプレテスト1③では、対応の特徴を捉え、一般化した式に表すことができており、対応の特徴を捉えることや、一般化して表現する考え方を習得していると考えられる。しかし、乗法・加法混合の2段階構造となつてゐることで、どの組でも成り立つ関係を見付けることができず、一般化した式に表すことができなかつたと考えられる。

これらのことから、一般化して表現する力を育成することが概ねできたといえる。しかし、二つの数量の関係が乗法・加法の2段階構造になっている問題では、一般化して表現する前の表をかいたり、対応の特徴を捉えたりする段階で誤答となり課題が見られた。

以上の1(1)(2), 2より、変化や対応の特徴を捉え、一般化する力を育成することが概ねできたと考える。

3 数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践は、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現することに有効であったか

3頁図3に示したように、「D数量関係」領域の学習過程の中に、「二つの数量の関係に着目する・帰納的に考える・式を用いて一般化する」視点を取り入れ、8頁図14、図15の「数量の関係見付けシート」を活用し、数学的な見方・考え方を働かせながら、二つの数量の関係を一般化していくことができる思考モデルを実践した。児童の「関係見付けシート」の記述を基に手立ての有効性について分析を行った。

第1時でG児が記述した「関係見付けシート」と、第3時でH児が記述した「関係見付けシート」を図27、図28に示す。

図27 G児の第1時の「関係見付けシート」

図28 H児の第3時の「関係見付けシート」

(1) 二つの数量の関係に着目することについて

第1時に、「買うものの個数が変われば代金が変わる」のように「変われば変わる」ものを教師から提示し、児童が身の回りから伴って変わる二つの数量を見付け、「関係見付けシート」に記述する(図27左側)学習を行った。児童は、教室の中や普段の生活の中から「人数が変われば、1人あたりの面積が変わる」「ノート(の冊数)が増えれば、(全体の)重さが変わる」など伴って変わる二つの数量を見付け、記述することができた。「関係見付けシート」の記述を見ると、第2時、第3時、第4・5時では全ての児童が二つの数量に着目し、取り出すことができた。

(2) 帰納的に考えることについて

第1時に、二つの数量の関係見付けクイズ(図27右側)を行った。まず、二つの数量の関係が乗法の場合についてクイズを行い、次に二つの数量の関係が加法の場合についてクイズを行った。児童に数を提示する際には、1組ずつ提示することで、1組だけではどの組にもいえる関係を判断することができず、2組目、3組目…と調べていく必要があると考えさせることができた。

第3時に問題を提示する場面では、授業で使用する「関係見付けシート」(図28)に図を載せず、問題場面を電子黒板で提示したり、教師が具体物を操作したりして提示した。児童が表を作成する際には、児童が自分で具体物を操作しながら表を作成したり、「関係見付けシート」に図をかいてストローの数を数えたりしながら表の中に数を書き込んでいた。一方を1ずつ変化させながら、もう一方がどのように変化するのかを児童自身が思考しながら表を作成し、表を作成しながら変化の特徴を捉えることができた。また、対応の特徴を捉える際には、第1時に学習したことを基にして「縦に見たときには、どこも、たしたら10になる」と表から帰納的に考えて対応の特徴を捉えることができた。また、図28右側に示したように、どんな時にも使える式に表すことができるかを判断し、理由を記入する部分でも具体的な数を挙げて理由を記述することで、1組だけでなくどの組も同じ関係になっているのか、帰納的に考えることができた。帰納的に考えて対応の特徴を捉え、説明することができた児童は、プレテストでは1人であったが、第2時では25人、第3時では31人に増加した。

(3) 一般化して表現することについて

帰納的に考える場面で、いつでも使える式に表せ

ると判断し、その理由を書いた部分を見て、記号を使った式に表した。第3時の「関係見付けシート」

(前頁図28右側)の記述を見ると、31人の児童が「 $1 + 9 = 10$, $2 + 8 = 10$ …と、いつもたての本数+よこの本数をすると10になるから。」と書いた理由から、「 $\square + \bigcirc = 10$ 」と記号を使った式に表すことができた。しかし、2名の児童は正しく記述することができなかった。この児童の記述を見ると、いつでも使える式に表せる理由は正しく記述することはできていたが、記号を使った式を記述する欄には「 $\square + \bigcirc$ 」「 $\square + \bigcirc = ?$ 」と記述していた。具体的な数から記号を使った式に表す段階で「10」が何を表しているのかを捉えられず正しく記述することができなかったと考えられる。同様に、第2時では8人、第4・5時では6人が理由を正しく記述することはできていたが、記号を使った式に表す段階で正しく記述することができていなかった。

以上の(1)～(3)より、数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルの実践が、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現することに有効であったと考える。しかし、記号を用いて一般化することについて課題が見られた。

X 年間の研究のまとめ

1 研究の成果

第4学年「どのように変わるか調べよう」、第5学年「きまりを見つけて」の単元の学習過程に「二つの数量の関係に着目する・帰納的に考える・式を用いて一般化する」視点を取り入れた「数量の関係見付けシート」を活用し、数学的な見方・考え方を働かせながら、二つの数量の関係を一般化していくことができる思考モデルの一例を示し、実践することができた。また、単元全体を通して、数学的な見方・考え方のつながりをもたせた学習活動を仕組むことで、教師から数学的な見方・考え方を示すのではなく、事象が変わっても「どこに着目したらよいのか」「どのように考えたらよいのか」と児童が意識的に数学的な見方・考え方を働かせ、問題解決をすることことができた。これらのことから、数学的な見方・考え方を働かせる思考モデルを用いた実践を行うことは、変化や対応の特徴を捉え、一般化して表現する力を育てるために有効であることが分かった。

2 研究の課題

- 二つの数量の関係が乗法、加法、減法になっている問題について、対応の特徴を捉えることができていたが、記号を用いて一般化した式に表現することに課題が見られた。記号を使った式に表す際、児童が数や記号が何を表しているのかを明確にしたり、視覚的に捉えたりすることができるよう学習指導の工夫をする必要がある。
- 変化や対応の特徴を捉えることや、具体的な数を用いた式に表すことはできていたが、見いだした変化や対応の特徴を説明することに課題が見られた。自分が見いだした関係を相手に分かりやすく説明させる学習指導の充実をする必要がある。
- ポストテスト②では、乗法・加法混合の2段階構造によって、問題が複雑になったことや、問題場面の設定が児童の日常生活での経験が少ないものでイメージしにくいものになっていたため、正しく表に表すことや、対応の特徴を捉えることに課題が見られた。問題場面が複雑になった場合や経験が少ない場面でも、児童が正確に問題場面を把握することができるように学習指導の工夫をする必要がある。

【注】

- (1) 文部科学省(平成28年) :『算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ』を参照されたい。
- (2) 文部科学省(平成28年) :『中央教育審議会答申別添資料』に詳しい。

【引用文献】

- 1) 文部科学省(平成30年) :『小学校学習指導要領(平成29年告示)解説算数編』日本文教出版p.64
- 2) 杉岡司馬(1990) :「関数的な見方・考え方」『新しい算数科・教材の本質とその究明—社会の情報化に対応できる基礎的な能力の育成—』東洋館出版社pp. 111-112
- 3) 新村出(2018) :『広辞苑 第七版』岩波書店p. 188
- 4) 文部科学省(平成30年) :前掲書p. 22
- 5) 文部科学省(平成30年) :前掲書p. 23
- 6) 文部科学省(平成30年) :前掲書p. 23
- 7) 文部科学省(平成30年) :前掲書p. 22
- 8) 文部科学省(平成30年) :前掲書p. 253
- 9) 文部科学省(平成30年) :前掲書p. 63
- 10) 片桐重雄(2012) :『算数教育学概論』東洋館出版社p. 215

【参考文献】

文部科学省(平成20年) :『小学校学習指導要領解説算数編』東洋館出版社
神谷昇子(1982) :『算数科観点別つまずきの分析と授業改造』明治図書出版社
伊藤一郎・片桐重男・沢田和佐・中島健三・平林一栄(昭和53年) :『新・算数指導講座第8巻数量関係(低・中学年)』金子書房
清水美憲(2018) :「子どもたちの数学展望台は視界良好か—働き育つ「数学的な見方・考え方」の役割—」『算数授業研究Vol. 115』東洋館出版社
澤井陽介(2017) :『授業の見方「主体的・対話的で深い学び」の授業改善』東洋館出版社
片桐重雄(2017) :『名著復刻 数学的な考え方の具体化』明治図書出版