

数学的な表現を用いて説明する力を育成する算数科授業の工夫

— 表現様式の変換によって、事柄を具体的に表現し伝え合う活動を通して —

廿日市市立宮内小学校 小坂 法美

研究の要約

所属校における算数科の指導の課題は、数学的な表現を用いて分かりやすく説明する力を育成することが不十分であることであった。そこで、「事柄を具体的に説明する場面」「具体化する際の言葉」「他の児童の表現を解釈させるための手立て」を整理し、事柄を具体的に表現し伝え合う活動の学習指導計画を作成した。前期では、第3学年を対象に研究授業及び検証を行い、事柄を具体的に表現し伝え合う活動の有効性を明らかにすることができた。

後期では、「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」を改善し、本研究の汎用性を検証するために、所属校の教員による研究授業を第1学年の「数と計算」領域と第4学年の「図形」領域で実施した。その結果、同活動は他の教員、他学年、他領域においても、児童の数学的な表現を用いて説明する力を高めることに有効であることが分かった。

I 主題設定の理由

小学校学習指導要領（平成29年告示）には、算数科の目標として、「数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う」¹⁾とあり、児童に論理的に考えを進めさせるために数学的な表現を用いることが必要であることが示された。また、小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編（平成30年、以下「29年解説」とする。）では、「『つまり』と具体的な事柄を一般化して表現したり、『例え』と抽象的な事柄を具体的に表現したりすることも大切である」²⁾ことが示された。これまでの多くの算数科の授業では、具体的な事柄を一般化して表現させる指導は行われているが、抽象的な表現を具体的に表現し説明させる指導はあまり行われていない。そのため、式や計算の手順等の意味を理解せず形式的に使っており、問題解決の過程を数学的な表現を用いて説明することができない児童がいることが考えられる。

実際に、平成30年度全国学力・学習状況調査の算数B[5]（1）の「数量を関連付け、根拠を明確にして式や言葉を用いて記述できるかどうかを見る」問題の所属校の正答率は44.0%であり、全国の正答率と同様に低い。誤答分析を行うと29.0%は無解答であり、問題に示された途中までの問題解決の過程を図や絵、式、数などと関連付けながら解釈

し、その続きを説明することができていないことが分かる。このことから、式等の抽象的な事柄を図等の具体的な事柄に関連付け説明させる指導に課題があることが考えられる。

そこで本研究では、児童たちが考えを説明する場において、ある児童が表現した式などの抽象的な表現を他の児童に解釈させ、図や絵、操作などのより具体的な表現に変換し伝え合わせる指導を行うことで、数学的な表現を用いて説明する力が育成できると考え、本研究主題を設定した。

II 研究の基本的な考え方

1 数学的な表現を用いて説明する力について

中原忠男（1995）は算数数学教育で用いられる多様な表現を五つの表現様式に分類した。表1は、中原が分類した五つの表現様式とその内容をまとめたものである⁽¹⁾。

表1 五つの表現様式

表現様式	内容
現実的表現	実物を用いて、現実に即した操作や実験を行う表現
操作的表現	ブロックなど学習具などに動的動作を施すことによる表現
図的表現	絵・図・グラフなどによる表現
言語的表現	日本語、英語などの日常言語を用いた表現
記号的表現	数字・記号（式も含む）など数学的記号を用いた表現

中原が分類した表現様式の中の言語的表現について二宮裕之（2009）は、算数数学科の授業において、自分の考えを説明したり、自分の思いや考えを伝え合ったりする際に用いられる言語は、現実的な生活場面で用いられる言語であるため、中原（1995）の論じている言語的表現の特徴「数学語文法に従う、完成された規約的表現」³⁾の枠組みには収まらないと述べている²⁾。つまり、考えを説明する場面で使われる言語は、言語的表現には当てはまらないと考えられる。

また、田中博史（2001）は、表現体系の中核になるのが、言語による表現であり、式で表現するときも、図で表現するときも操作で表現するときも、その支えとして常に機能しているのは、言語による表現であると述べており³⁾、児童が考えを表現し伝え合う場面では、言語は常に用いられるものであると考えられる。これらのことから、本研究では言語を、言語的表現を除く四つの表現様式間及び各表現様式内をつなぐものとして扱う。

以上のことから、本研究では、数学的な表現を用いて説明する力を、現実的表現、操作的表現、図的表現、記号的表現といった表現を用いて自分の考えを説明する力とする。

2 表現様式の変換によって、事柄を具体的に表現し伝え合う活動について

（1）表現様式の変換について

図1は、表1で中原（1995）が示した五つの表現様式を体系付けた、数学教育における表現体系である。

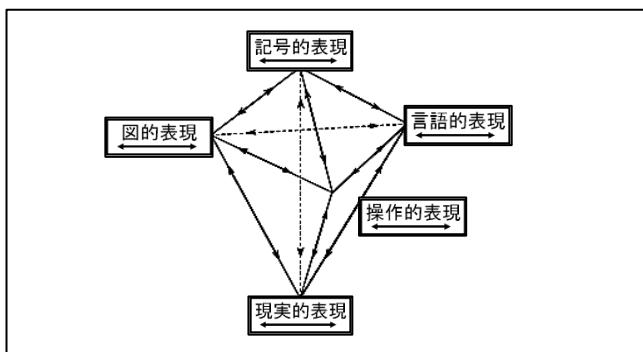


図1 数学教育における表現体系⁴⁾

同体系図は上から下の表現様式に行くにつれて、抽象的な表現から徐々に具体的な表現になるよう位置付けられている。異なる表現間をつなぐ矢印は表現様式間の変換を表しており、同じ表現内の矢

印は、同一表現様式内の変換を表している⁴⁾。

図2は中原の表現体系を基に、数学的な表現を用いて説明する場面における表現体系を稿者が作成したものである。本研究は、説明する場面を扱うため、1で述べたように、言語は他の表現様式間や同じ表現様式内で表現を変換する際に用いるものとして位置付けるため、矢印は言語を伴った変換を表している。

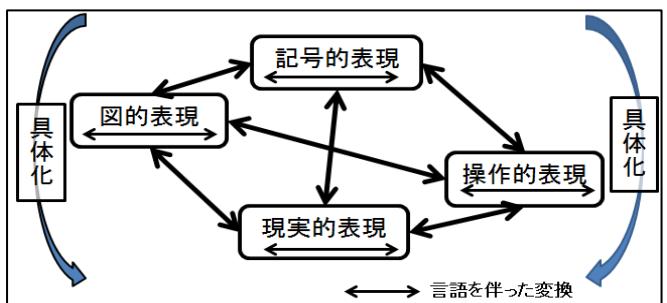


図2 説明する場面における表現体系

（2）事柄を具体的に表現することについて

ア 式による表現を変換し具体化することについて

「29年解説」では、式の指導において「具体的な場面に対応させて事柄や関係を表すことができるようになるとともに、式を読んだり、式で処理したり考えたり、式変形の過程などを他人に説明したりすることが大切」⁵⁾と、立式の理由や計算の仕方を具体化して表現することの重要性を示している。

図3は図2の表現体系を基に作成した、ある式を表現様式の変換によって具体的に表現し説明する場面のイメージ図である。

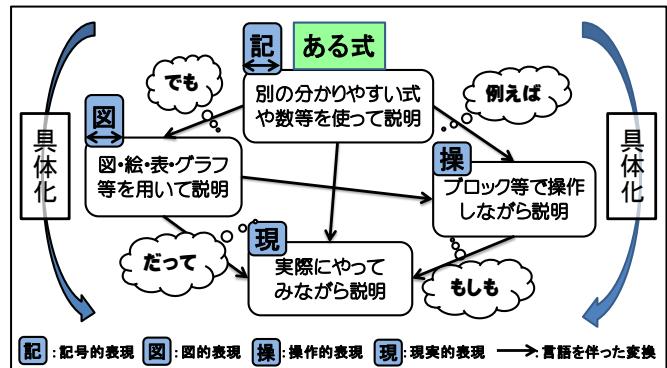


図3 事柄を具体的に説明する場面のイメージ

イ 表現を具体化する過程での児童の言葉について

児童が抽象的な事柄を具体的に表現する過程で用いる言葉「例えば」について、小松信哉（2013）

は、自分が分かりやすいイメージで説明する場面や相手に合わせて説明する場面で用いる言葉として挙げている⁽⁵⁾。つまり、「例えば」は、自分の考えを相手に伝えようとする場面で児童から出てくる言葉であると考える。

田中博史（2001）は、この「例えば」のような児童の「語り始めの言葉」に着目して研究している。表2は、田中（2001）が分類した「語り始めの言葉」の中で、児童が具体的な表現を用いて説明する場面で用いる言葉を「具体化する際の言葉」として稿者がまとめたものである⁽⁶⁾。

表2 「具体化する際の言葉」と使われる場面

	児童の姿	使われる場面
例えば	自分なりの分かり方に置き換えて話す児童	数や場面等を置き換えたり取り出したりして表現する場面
だってでも	友だちの考えに関わろうとする児童	理由や反例をあげる場面
もしも	発展を考えたり、ものごとを整理したり、一般化を図ろうとする児童	数や場面等を置き換えて表現する場面

児童に事柄を具体的に表現させるためには、児童が説明したくなるような場面を作り、「例えば」「だって」「でも」「もしも」といった具体化する際の言葉を使ってお互いの考えを説明し、伝え合うことができるよう授業展開を工夫する必要がある。

（3）事柄を具体的に表現し伝え合う活動について

宮本博規（2015）は、児童が説明する際に自然に発する「例えば」「だって」等の言葉は、話し合いを深める言葉であるとし、すぐに「だって」の続きを言わせず、「だって」の続きを他の児童たちに考えさせて学級全体に共有させる指導の工夫について述べている⁽⁷⁾。このような、他の児童の説明の続きを考え説明させる手立てを「続きをの思考」とする。

また、田中（2001）は、ある児童が発言した後で、その児童の発言の中身を隣の人に解説することを挙げている⁽⁸⁾。このような、他の児童が発言したことを繰り返させたり、説明させたりする手立てを「再現」とする。

さらに、山本良和（2017）は、問題を解決するための気付きをもった児童に、その気付きのヒントとなるようなことを言わせ、何に気が付いたのかをペアで解釈させることを挙げている⁽⁹⁾。このような他の児童のヒントから考え説明させる手立てを「ヒントからの思考」とする。

ントからの思考」とする。

本研究では、他の児童の式等の抽象的な表現を解釈させ具体的な表現に変換し説明させるために、表現し伝え合う場面で「続きをの思考」「再現」「ヒントからの思考」の三つの手立てを用いる。表3は、三つの手立てを「他の児童の表現を解釈させるための手立て」として、その指導例を稿者がまとめたものである。

表3 他の児童の表現を解釈させるための手立てと指導例

手立て	指導例
続きをの思考	<p>ある児童の発表の一部分を聞いて、その続きを考え方説明させる。</p> <p>記→図</p> <p>ある子の計算の仕方の説明の続きを、操作を用いてペアで考え方説明させる。記→図</p>
再現	<p>ある児童の発表の中身を説明させる。</p> <p>ある子の立式の説明を、図を用いてペアで繰り返させたり、自分の言葉で言い換えさせたりして説明させる。記→図</p>
ヒントからの思考	<p>ある児童に自分の気付きのヒントを出させ、何に気が付いたかを考え説明させる。</p> <p>記→その他の表現</p>

これら三つの手立てのいずれかを学習内容や児童の実態に合わせて適切に用い、他の児童の表現を解釈させ、具体的な表現を用いて説明することで、児童に数学的な表現を用いて説明する力を高めることができると考える。

本研究では、このような他の児童の表現を解釈させるための手立てを用いて、事柄を具体的に説明させる活動を、事柄を具体的に表現し伝え合う活動とする。

図4は、事柄を具体的に表現し伝え合う活動を構造化した図である。

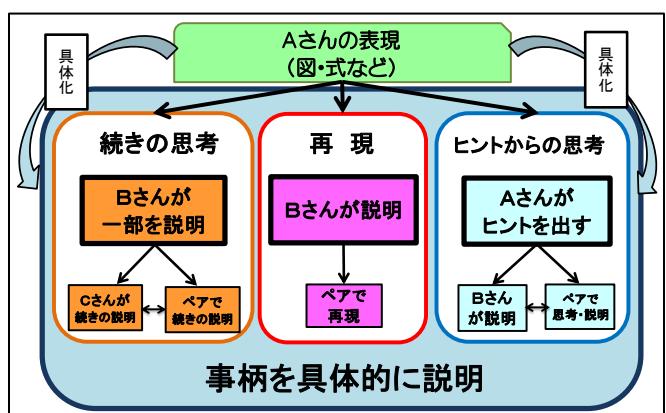


図4 事柄を具体的に表現し伝え合う活動

3 事柄を具体的に表現し伝え合う活動の実際

図5は、事柄を具体的に表現し伝え合う活動の学習指導計画である。図の太枠部分に事柄を具体的に表現し伝え合う活動を位置付けた。

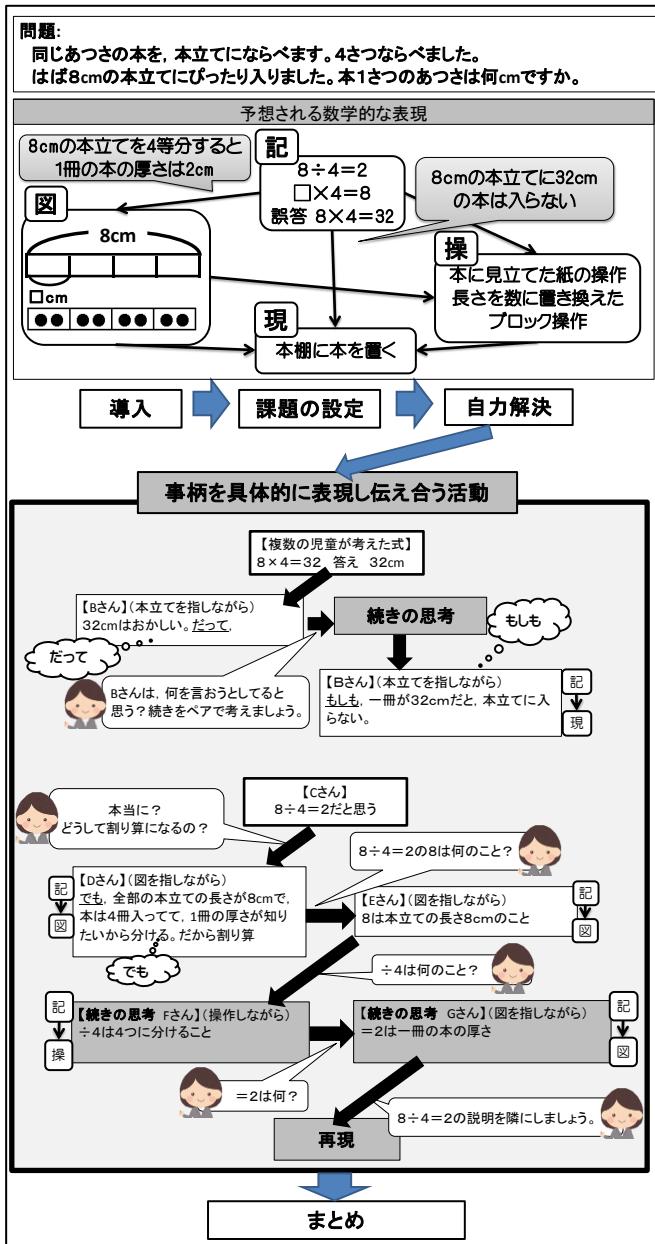


図5 事柄を具体的に表現し伝え合う活動の学習指導計画

事柄を具体的に表現し伝え合う活動は、次の3点を踏まえ指導の計画をする。

- ① 児童から引き出したい表現、および児童が用いると予想される数学的な表現を明確にする。
- ② 児童が具体的な表現を用いて説明したくなる場面を作り、児童から「例えば」等の具体化する際の言葉が出てくるような授業展開にする。なお、誤答を取り上げる際は、特定の児童の考え

としてではなく、複数の児童の考えとして取り上げる等、学級や児童の実態に合わせた配慮を行う。

- ③ 他の児童の表現を解釈させるための手立てを位置付ける。続きの思考やヒントからの思考は、児童に自ら考えさせ、気付かせたい場面で用いる。再現は、児童全員に理解し定着させたい場面で用いる。

III 研究の仮説及び検証の視点と方法

1 研究の仮説

児童たちが考えを説明する場において、ある児童が表現した式などの抽象的な表現を他の児童に解釈させ、図や絵、操作などのより具体的な表現に変換し伝え合わせる指導を行えば、数学的な表現を用いて説明する力が育つであろう。

2 検証の視点と方法

表4は検証の視点と方法である。

表4 検証の視点と方法

検証の視点	方法
事柄を具体的に表現し伝え合う活動を行ったことは、数学的な表現を用いて説明する力を育てるに有効であったか。	<ul style="list-style-type: none"> 授業観察 アンケート ワークシート プレテスト ポストテスト

IV 授業の内容

- 期間 令和元年7月9日～令和元年7月11日
- 対象 所属校第3学年（2学級79人）
- 単元名 かくれた数はいくつ（2）
- 目標 乗法や除法の2要素1段階の逆思考の問題を、図を使って解くことができ、問題解決の方法を数学的な表現を用いて説明することができる。

○ 単元計画（全2時間）

時	学習内容
1	乗法の逆思考の問題 ($\square \times a = b$) を線分図や関係図と関連付けながら説明する。
2	除法の逆思考の問題 ($\square \div a = b$) を線分図や関係図と関連付けながら説明する。

V 研究授業の分析と考察

1 事柄を具体的に表現し伝え合う活動を行ったことは、数学的な表現を用いて説明する力を育てるに有効であったか

(1) 他の児童の表現を解釈させるための手立てについて

ア 続きの思考

$8 \times 4 = 32$ の式について、「32cmの本は本立てに入るはずがない。」という他の児童が表現した言葉の続きを図と関連付けてペアで思考させた。このことで多くの児童が自分の式表現の誤りに気付き、適用問題では、具体的な図を用いて表現したり、実物を用いて式の意味を確かめたりすることができたと考える。

また、具体的にイメージする必要がある文章題を提示したことや、複数の式から正しい式はどれかを考えさせたことで、具体化する際の言葉「だって」を児童から引き出し、その続きを、図、操作、現実的表現といった具体的な表現に変換し説明させることにつながったと考えられる。

図6は児童の自力解決での記述と伝え合う活動を行った後の適用問題での記述である。この児童は自力解決では、式のみ（誤答）で表現していたが、適用問題では、式、図、さらには、答えの幅5cmに近い国語辞典を取り出し現実的表現を用いて具体的に考えることができた。授業の感想にも「どんどん分かったので嬉しかった」と記述していた。

自力解決	→	適用問題
式のみの表現		式と図による表現
式 $8 \times 4 = 32$ 答え 32cm		$20 \div 4 = 5$ 20cmの本立て 5cm 5cm 5cm 5cm

実際に国語辞典で厚さを確かめている場面

図6 続きの思考による児童の変容

一方で、続きの思考を用いて式の意味について解釈させる際、数名にしか発表させなかつたため、他の児童が説明をする機会がなかつた。今後は、授業のポイントとなるところでは、ペアで説明させるなどして表現する機会を設定する必要がある。

イ 再現

続きの思考を用いて、「 $8 \div 4 = 2$ 」の立式の理由を説明させた後、その説明の内容をペアで再現させた。

図7は児童アンケート結果である。質問①②の結果から、多くの児童が数学的な表現を用いること

で、言葉だけよりも説明がしやすいと感じ、また、他の児童の説明をペアで再現することができたと感じている。児童の授業の感想では、「図がこんなに使いやすいとは思わなかった」「いつもより説明がうまくなつた」とあり、数学的な表現を用いることで言葉だけよりも説明しやすくなっていることが分かる。

一方で、質問①から、12%の児童が、図を使って説明することが難しかつたと感じている。これは、ノートに図がかけない児童に、席から遠く離れた黒板の図を指しながら説明させることになつてしまつたことが要因の一つであると考えられる。

また、質問③に肯定的な回答をした児童が93%であるが、質問②では、肯定的な回答をした児童は78%でしかなかつた。このことから、説明が分かつたと感じても、自分の言葉でその説明をすることは難しいことが分かる。授業では、「 $8 \div 4 = 2$ 」の「8」「÷4」「=2」について、一度に全て再現させたことが、説明を難しくさせた要因の一つと考える。少しづつ式を区切って、式の意味を再現させることで、分かつたことを自分の言葉で説明することができたのではないかと考える。

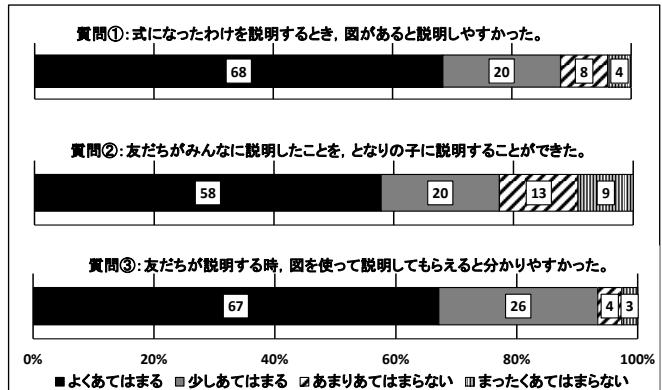


図7 児童アンケート結果 (n=74)

ウ ヒントからの思考

問題文と合っていない図を提示し、誤りに気が付いた児童にヒントを出させ、ペアで図を解釈させた後、ヒントから気付いたことを発表させた。



他の児童のヒントを基にして話し合わせたことで、図と問題文を対応させて考えたり、提示した図をよりよい図に修正させたりすることにつながったと考える。

(2) プレテスト・ポストテスト

図8はプレテストとポストテストである。プレテストでは、第2学年で既習の乗法の内容、ポストテストでは、除法の逆思考の問題を出題した。

表5は、プレテストとポストテストの解答類型である。A～Dまでが、数学的な表現を用いて説明ができる解答であり、Aが具体的な表現を用いて、最も分かりやすく説明している解答類型となるように設定した。表6は、プレテストとポストテストの結果である。

プレテスト		ポストテスト	
問題:	9cmの長さのひものあります。このひもの3倍の長さは何cmですか。	問題:	ひものあります。5cmずつ切ると、ちょうど4本になりました。
 せいや せいや	式は $9 \times 3 = 27$ 答えは 27cm だよ	 みらい みらい	はじめのひもの長さは何cmですか。
 せいや せいや	えっ。どういうこと?	 つばさ つばさ	式は $5 \times 4 = 20$ 答えは 20cm だよ。
せいやくんが、9×3になったわけを、みらいさんにせつ明しようとしています。	ももこくんが、5×4になったわけを、つばさくんにせつ明しようとしています。	ももこさん	えっ。どういうこと?
みらいさんに分かってもらえるように、せいやくんのつづきを考えて、絵や図を使ってせつ明しましょう。	つばさくんに分かってもらえるように、ももこさんのつづきを考えて、絵や図を使ってせつ明しましょう。	ももこさん	だってね…

図8 プレテスト・ポストテスト

表5 プレテスト・ポストテスト解答類型

段階	記述の類型
A (6点)	立式の理由を絵や図と数や式を用いて分かりやすく説明している。
B (5点)	立式の理由を絵や図と数や式を用いて説明しているが、どちらかの説明が不十分。
C (4点)	立式の理由を図で説明している。
D (3点)	立式の理由を数や式だけで説明している。
E (2点)	上記以外の解答
F (1点)	無記入

表6 プレテスト・ポストテストの結果

解答類型	A	B	C	D	E	F	計(人)
テスト	20	0	0	25	24	5	74
ポスト	31	1	3	25	14	0	74

表5に示したとおり、プレテストとポストテストの解答類型を数値化し、テスト結果についてt検定（片側検定）を行った。p値が 3.22×10^{-4} であり、有意水準5%において、有意な差が見られた。このことから、事柄を具体的に表現し伝え合う活動で、続きの思考やヒントからの思考を用いて式の意

味を具体的な表現に変換し考えたこと、再現で児童自身が説明したことが、記述による説明する力の育成にもつながったと考える。

一方で、ポストテストで14人の児童がEに分類された。表7は、Eの解答類型に分類された児童のつまずきを示したものである。

表7 Eの解答類型に分類された児童の解答分析

解答類型		人数
E④	被乗数と乗数の関係が説明できていない。	3人
E⑤	文中のキーワードを誤って使って説明している。	6人
	文中の数字の意味を理解せずに説明している。	2人
E⑥	計算方法についてのみ説明している。	1人
E⑦	式だけ記述し、説明していない。	1人
	ももこさんの説明の感想を書いている。	1人

E④の児童は、乗法の式の意味を誤って理解している。E⑤の児童は、問題文のキーワードや数字のみを頼りにして演算決定をしている。これらは、再現の際、式と図を関連付けながら説明ができていなかつたことが要因の一つとして考えられる。手元にある図を指し示しながら、式と関連付けて説明させる等の指導が必要であったと考える。

E⑥の児童は、式の意味の説明を、計算の仕方の説明と誤って捉えている。説明の際のキーワードを黒板に提示し、それを手掛けたりとして再現させる等の指導が必要であったと考える。

E⑦の児童は、テストで問われていることが理解できていないため、授業においても、教員の発問等が理解できていなかつたことが考えられる。現実的表現や操作的表現を用いてスマールステップで説明させる必要があったと考える。

解答類型Eとなった児童については、担任と連携しながら、数学的な表現を用いて説明する力を育てるための指導を継続的に行う必要がある。

(3) ポストテストの解答分類別アンケート結果

ポストテストで数学的な表現を用いて説明ができた児童（解答類型A B C D : 60人）とできなかつた児童（解答類型E : 14人）のアンケート結果を比較した。図9は、ポストテストの解答分類別アンケート結果である。質問①②とともに、解答類型Eの児童は解答類型A B C Dの児童よりも、否定的な回答をしている割合が高いことが分かる。このことから、解答類型Eの児童は、解答類型A B C Dの児童に比べて、式を図的表現に変換して説明することや、再現ができないことが分かる。

一方で、質問③から、解答類型Eの全児童が他の児童の説明が分かりやすかったと感じていることが分かる。これらのことから、解答類型Eの児童は、分かったことを自分の言葉で説明することに課題があることが考えられる。以上のことから、数学的な表現を用いて説明する力を高めるためには、分かったことを自分の言葉で説明させる、つまり再現させる必要があると考える。

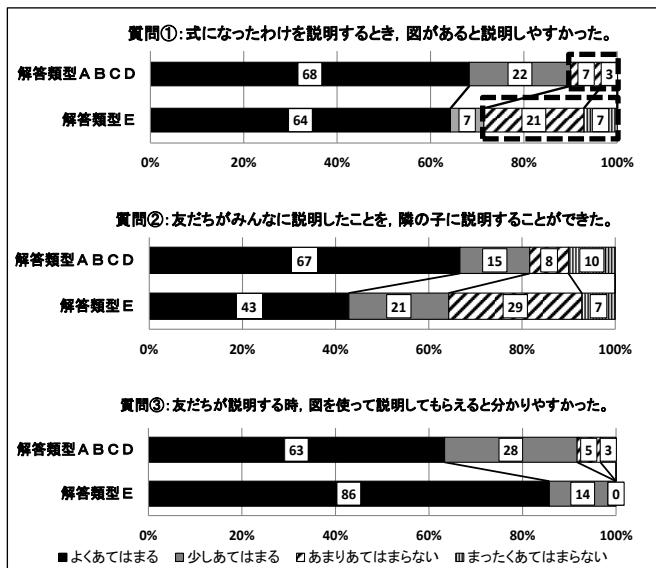


図9 ポストテストの解答分類別アンケート結果

VI 前期研究のまとめ

1 前期研究の成果

- 「事柄を具体的に説明する場面」や「具体化する際の言葉」「他の児童の表現を解釈させるための手立て」を整理し、事柄を具体的に表現し伝え合う活動の学習指導計画を作成し、それを基に研究授業を実施することができた。
- 児童の数学的な表現を用いて説明する力を高めるには、他の児童の表現を解釈させるための手立てを用いて、事柄を具体的な表現に変換し伝えわせる活動が有効であることが分かった。

2 前期研究の課題

- ポストテストで説明が不十分だった児童は、説明ができた児童に比べて、再現することができていなかった。このことから、数学的な表現を用いて説明する力を育てるためには、説明が苦手な児童を含む全員に、再現させるための指導の工夫が必要である。
- 汎用性のある活動にするために、事柄を具体的

に表現し伝え合う活動を改善し、さらに、所属校教員による研究授業を実施する必要がある。

VII 後期研究

後期研究では、説明が苦手な児童を含む全員が他の児童の説明を再現できるようになるための工夫を取り入れる。また、本研究の汎用性を検証する。

1 説明が苦手な児童にも再現させるために

前期の課題から、後期では、「他の児童の表現を解釈させるための手立て」を行う際、図や操作するものを手元に配置させ、スマールステップで説明させる工夫を取り入れる。また、細水保宏（2019）は、板書の意義について「学習のポイントがはっきりわかる」「思考の手助けになる」「思考を整理する場になる」等を挙げている⁽¹⁰⁾。このことから、学習のポイントや思考の手助けになる児童の表現をキーワードで板書し、再現させるための支援とする。これらの工夫を「再現させるための工夫」として、表8に整理した。

表8 再現させるための工夫

工夫	内容
手元に図や操作するものを配置	図や操作するものが児童の手元にある状態で、指示したり、操作せたりしながら再現させる。
スマールステップ	児童の理解が追いつくよう、スマールステップで再現させる。
キーワードの板書	学習のポイントや思考の手助けになる児童の表現等をキーワードで板書する。

2 汎用性のある活動にするために

図10は、図の下部に「再現させるための工夫」を取り入れて改善した「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」である。

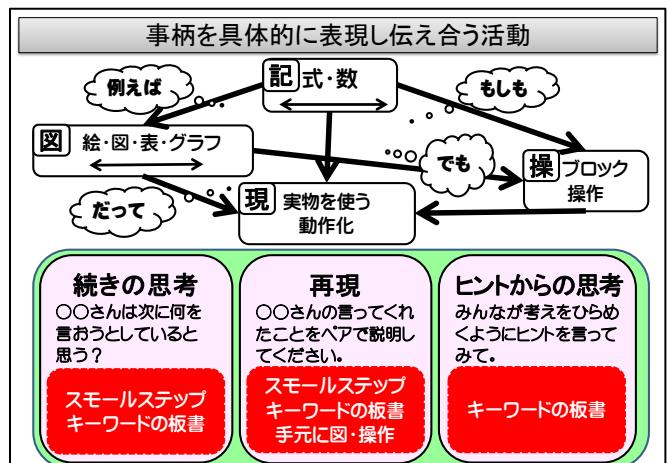


図10 「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」改善版

同活動は、ある抽象的な表現について、「再現させるための工夫」を用いた「続きをの思考」「再現」「ヒントからの思考」の手立てのいずれかを用いて、具体的な表現に変換し説明することを示している。

図10の改善した活動を基に、事柄を具体的に表現し伝え合う活動を取り入れた授業展開を所属校教員と共に考え、授業を実践した。図11は、第4学年の事柄を具体的に表現し伝え合う活動の学習指導計画の一部である。

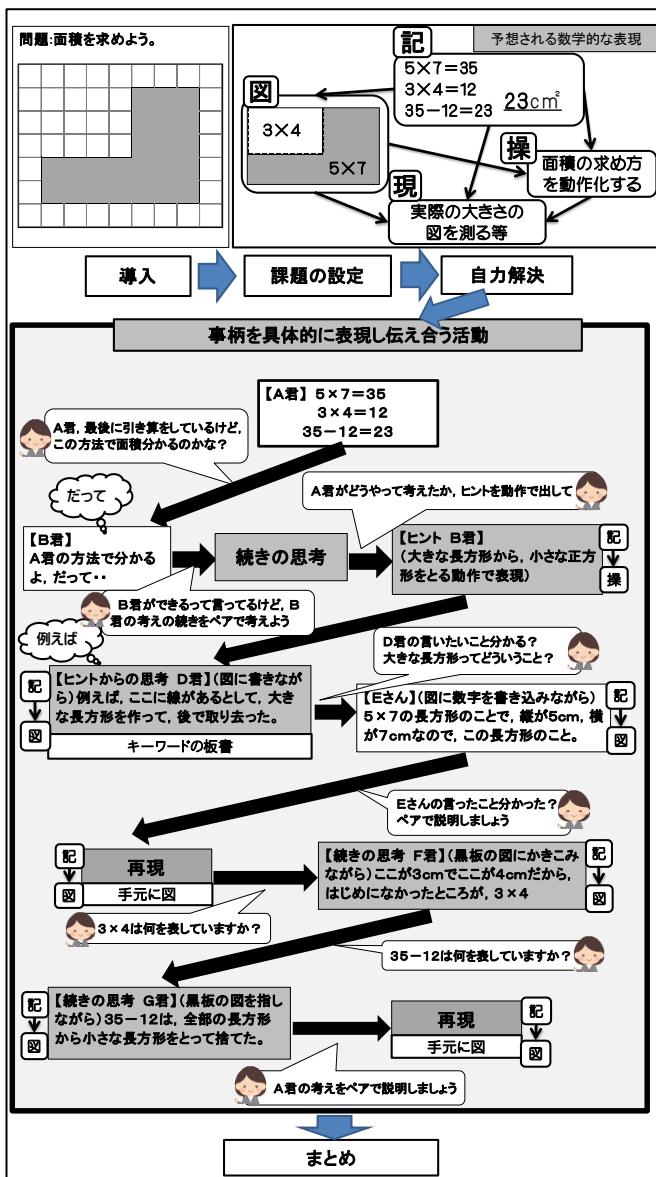


図11 第4学年、事柄を具体的に表現し伝え合う活動の学習指導計画の一部

3 検証の視点と方法

(1) 再現させるための工夫について

表9は、「再現させるための工夫」の有効性を

見るための検証の視点と方法である。抽出児は、プレテストで無記入および解答類型Eとなった児童から抽出した。

表9 「再現させるための工夫」の検証の視点と方法

検証の視点	方法
「再現させるための工夫」を行うことで、他の児童の説明を再現させることができたか。	<ul style="list-style-type: none"> 行動観察（抽出児） 聴き取り調査（授業者） プレ・ポストテスト（抽出児）

(2) 汎用性について

表10は、汎用性を見るための検証の視点、対象、方法を示したものである。なお、学年については、下学年の入り口となる第1学年、上學年の入り口となる第4学年で授業を行った。

表10 汎用性を見るための検証の視点と方法

検証の視点	事柄を具体的に表現し伝え合う活動は他の教員でも実施可能か。	対象 第1学年担任：教員経験2年目 第4学年担任：教員経験3年目
	・事前事後の聴き取り調査 ・授業観察	
方法	事柄を具体的に表現し伝え合う活動は他学年・他領域でも有効か。	対象 下学年：第1学年 数と計算 上學年：第4学年 図形
	・表4に示した検証の視点と方法	

VIII 所属校の教員による研究授業について

1 第1学年（下学年）での研究授業の内容

- 期間 令和元年11月18日～令和元年12月9日
- 対象 所属校第1学年（1学級29人）
- 担当 所属校 第1学年担任教員（1名）
- 領域 数と計算
- 単元名 ひきざん（2）
- 目標
 - ・（十何）-（1位数）で、繰り下がりのある場合の計算の仕方を考え理解し、計算ができる。
 - ・表現し伝え合う活動を通して、立式の理由や計算の仕方を説明することができる。
- 単元計画（全13時間）

時	学習内容	用いる手立て
1	繰り下がりのあるひき算の仕方を図や操作を用いて説明する。	○ ↗
2	繰り下がりのあるひき算の計算方法をブロックと関連付けながら説明する。	○ ↗
3	減数が6以上のひき算の練習をする。	
4	減数が5以下のひき算の練習をする。	
5	求補の問題の立式の理由を絵や図と関連付けながら説明する。	○ ↗
6	求差の問題の立式の理由を絵や図と関連付けながら説明する。	○ ↗
7-8	計算カードでの練習をする。	

9	計算カードでのきまりを見つける。	④
10	□を使った式の練習をする。	△
11	たし算とひき算のお話を作る。	△
12	たし算とひき算の立式の理由を図を用いて説明する。	④ ④
13	たしかめ	△

②続きの思考 ④再現 ⑤ヒントからの思考

2 第4学年（上学年）での研究授業の内容

- 期間 令和元年11月12日～令和元年11月22日
- 対象 所属校第4学年（1学級34人）
- 担当 所属校 第4学年担任教員（1名）
- 領域 図形
- 単元名 面積
- 目標

- ・面積の概念について理解し、面積の普遍単位を知る。
- ・長方形、正方形の面積の公式を知り、それらを求めることができる。
- ・表現し伝え合う活動を通して、公式の意味や面積の求め方を説明することができる。

○単元計画（全10時間）

時	学習内容	用いる手立て
1	周りの長さが同じ花壇について、どちらが広いかを図や操作を用いて説明する。	④ ④
2	1 cm ² を理解し、8 cm ² の図形を選択し、その理由を図を用いて説明する。	④
3	長方形、正方形の面積の求め方を、図を用いて説明する。	④ ④
4	他の児童のL字型の図形の面積を求めた式から、求め方を図を用いて説明する。	④ ④ ④
5	1 m ² を理解する。	△
6	1 m ² が10000 cm ² になることを図を用いて説明する。	④
7	示された面積から何の面積を表しているかを図を用いながら予想し、伝え合う。	④
8	1 km ² の理解とkm ² とm ² の関係を図を用いて説明する。	④
9	1 a, 1 haの理解とa, haとm ² の関係を図を用いて説明する。	④
10	たしかめ	△

②続きの思考 ④再現 ⑤ヒントからの思考

3 プレテスト・ポストテストについて

図12は第1学年の、図13は第4学年の数学的な表現を用いて説明することができるかどうか見取るための、プレテストとポストテストである。



図12 第1学年プレテスト（左）ポストテスト（右）

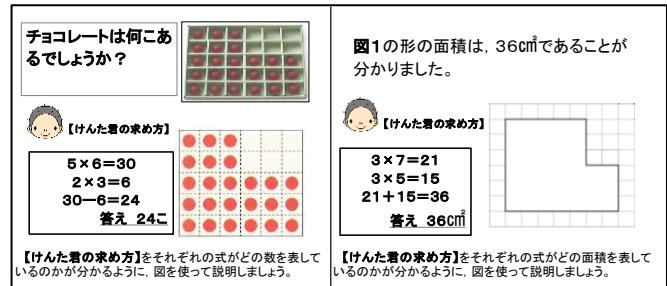


図13 第4学年プレテスト（左）ポストテスト（右）

第1学年は、立式の理由について説明する問題、第4学年は式を解釈して、その求め方を図と関連付けて説明する問題とした。

IX 所属校の教員による研究授業の分析と考察

1 「再現させるための工夫」により、他の児童の説明を再現させることができたか

（1）「再現させるための工夫」について

表11は、担任への聴き取りと行動観察による抽出児の再現の様子をまとめたものである。

表11 抽出児の再現の様子

第1学年	
a 児	・図を指し示したり動作化したりしながら再現した。① ・学級全体に分かったことを説明した。② ・黒板のキーワードを見ながら再現をしていた。③
n 児	・図を指し示したり動作化したりして再現した。① ・説明する場面では、何度も挙手をした。②
h 児	・ブロックや図を手元に置いたペアでの再現を意欲的に行った。① ・単元後半は、学級全体に図や動作を用いて説明した。②
第4学年	
t 児	・ペアの児童が図を用いて説明したことで理解が深まり、図を指しながら再現をすることができていた。① ・スマールステップによる再現では、図を用いて学級全体に説明することができた。②
m 児	・ノートに図を書き込み、考えを書き込んでいたが、再現をしていないときがあった。① ・他の児童の説明を解釈し、学級全体に説明をした。②
s 児	・ノートの図に考えを書き込み、説明していた。① ・再現では、板書されたキーワードを手掛かりにしながら、ペアの児童に説明した。③

①図や操作するものの手元への配置 ②スマールステップ
③キーワードの板書 に関する事

表11から、「再現させるための工夫」の有効性について、以下、分析する。

ア 図や操作するものを手元に配置しての再現

6名中5名の抽出児が、図やブロックを手元に

配置したことで、式や数など抽象的な事柄と関連付けながら図を指し示したり、操作したりしながらペアで再現することができた。表11に示した、抽出児であるm児は、ペアで再現できていないときがあったが、学級全体に黒板の図を示しながら説明することができていた。



図を使った説明 第1学年（左）第4学年（右）

イ スモールステップによる手続きの思考と再現

スモールステップで再現させたことで、抽出児全員が学級全体に考えを説明することができた。これは、スモールステップであるため、他の児童の説明が短くなり、再現しやすくなつたからであると考える。

ウ キーワードの板書

複数の児童が板書のキーワードを手掛けたりにして再現をしていた。児童の説明の中から、キーワードとなる言葉を教員が価値付け板書をすることで、児童は説明のポイントとなる表現が分かり、説明がしやすくなつたと考えられる。

（2）プレテスト・ポストテスト

表12は、抽出児のプレテストとポストテストの結果を示したものである。解答類型は表5と同じものを用いた。

表12 抽出児のプレテスト・ポストテストの結果

解答類型	抽出児	第1学年			第4学年		
		a児	n児	h児	t児	m児	s児
プレテスト	F	F	F	F	F	E	
ポストテスト	E	B	A	A	A	A	

「再現させるための工夫」を用いた一連の研究授業を通して、第1学年では2名の抽出児が、第4学年では全ての抽出児が複数の表現を用いて説明することができるようになった。解答類型がEとなつた、第1学年のa児は、プレテストでは無記入であったが、ポストテストでは表現が不十分ではあったが、図と言葉で表現しており、式と図を関連させて説明しようとしていた。これらの結果から、「再現させるための工夫」を用いたことで、数学的な表

現を用いて説明する力を高めることに一定の成果があつたと考える。

一方で、a児の説明が不十分だった要因としては、再現する際に使ったノートの図が正しくかけていなかつたことが挙げられる。このことから、正しい図がかけるように個別に指導するとともに、かいだ図をペアで確認する必要があると考える。

2 事柄を具体的に表現し伝え合う活動は汎用性があるか

（1）他の教員でも実施可能な活動か

他の教員でも実施可能な活動かを、研究授業を行つた教員2名の授業観察と聞き取り調査により分析する。

ア 授業観察及び授業者への聞き取り調査

表13は、研究授業を行つた教員への聞き取り調査の回答をまとめたものである。

下線部の授業者の言葉から、「再現」「手続きの思考」といった本研究の活動を用いたことで、児童が具体化して説明するようになったことが分かる。

これらのことから、本活動は、他の教員も実施可能であると考えられる。

表13 授業者からの聞き取り調査の回答結果

第1学年	<ul style="list-style-type: none"> 以前は、教員が説明していたが、<u>再現や手続きの思考</u>を用いたことで、子供の表現を生かせる授業になつた。 学習が遅がちな児童の再現の様子を把握しながら授業をするようになった。 ノートにかかせた図を使って説明させることができるようになった。
第4学年	<ul style="list-style-type: none"> 以前は、一人の児童に全て説明させていたが、<u>手続きの思考</u>を使うことで、手を挙げることのなかつた児童が学級全体に説明するようになった。 図を使って説明させることで、<u>児童の考えている</u>ことが分かるようになった。

一方で、予想していなかつた児童の説明に対して、教員がうまく対応できていない場面が見られた。指名する前に、ペアでの説明を聞き取つたり、ノートの記述を見取つたりすることで、児童の考えをある程度把握しておけば、発表した児童の表現を、手続きの思考や再現を用いて、解釈させることができたのではないかと考える。

（2）他学年・他領域でも有効な活動か

ア 授業観察

第1学年では、式の意味や計算の仕方を、手続きの思考により、図やブロックを使って説明させた。

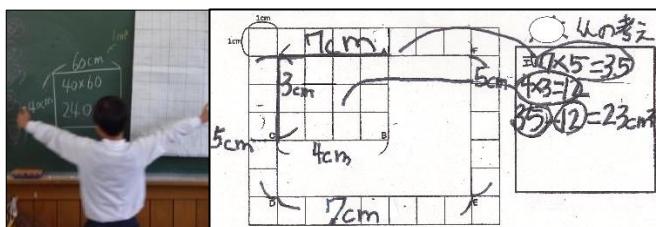
再現では、教員が主導で児童が説明で用いた言葉を使いながら、スモールステップで、動作化、操作、図等を用いて繰り返し再現させたことで、式を具体的な表現と関連付けながら説明ができるようになったと考える。



操作しながら説明（左）図で表現（右）

第4学年では、「～君の言ったこと、分かる？」と他の児童の面積や面積の公式の意味についての説明を、図的表現を用いながら自分の言葉で説明させた。単元後半には、児童自ら、他の児童の説明を解釈し、黒板の前で「○○君の言っていることはこういうことだよ。」と具体的な表現を用いながら説明する姿が見られるようになった。

ヒントからの思考では、児童から出されたヒントをキーワードとして板書し、そのキーワードに着目させながら式が表す意味を考えさせることができた。一方で、ヒントがたくさん出たために、何に注目してよいのか分からなくなってしまった児童もいたことが考えられる。ヒントをもらった児童たちに、どんなヒントがあったか振り返らせ、着目させるポイントを絞る必要があったと考える。



示された面積の大きさを動作で表現（左）式と図を関連付けて表現（右）

イ プレテスト・ポストテスト

表14はプレテストとポストテストの結果を表5の解答類型に基づいてまとめたものである。

表14から、両学年とも、本研究の活動を取り入れた授業の後は、数学的な表現を用いて説明する力が高まっていることが分かる。このことから、学年や領域が異なっても、児童の数学的な表現を用いて説明する力が高まったと言える。

表14 プレテスト・ポストテストの結果

学年	第1学年		第4学年	
	領域	数と計算	領域	図形
テスト	プレ	ポスト	プレ	ポスト
解答 類型	A	3	6	7
	B	4	15	2
	C	4	3	0
	D	3	3	5
	E	10	1	14
	F	5	1	2
計（人）	29	29	30	30
p値	1.82×10^{-5}		8.99×10^{-6}	

※ p値は、片側検定による有意水準を示す。有意水準p<0.05

一方で、第1学年では2名の児童、第4学年では4名の児童が解答類型E又はFであり、式を図と関連させることができていなかった。児童に必ず理解させたい場面では、再現を用いて、言い換えて説明させたり、ペアで分かったことを説明させたりする必要があると考える。

ウ アンケート

表15は、研究授業の実施前後で行ったアンケート結果である。本研究の活動を取り入れた授業を行うことで、研究授業実施前に比べて、児童が数学的な表現を用いた説明をするようになったと感じていることが分かる。

表15 事前・事後アンケート結果

質問	学年	A	B	C	D	p値
		事前	事後			
友だちに説明する時、図や絵、ブロックなどを使って説明しています。	第1学年	7	6	10	6	2.07
		13	8	5	3	$\times 10^{-2}$
第4学年	事前	7	10	14	1	3.48
	事後	10	15	7	0	$\times 10^{-3}$

※A（4点）：よく当てはまる B（3点）：少し当てはまる
C（2点）：あまり当てはまらない D（1点）：全く当てはまらない

一方で、研究授業では、ブロックや図を用いて説明していたものの、アンケートでは否定的な回答をした児童がいる。授業の中で、具体的な表現に関連付けて説明したことを、教員が価値付け、児童に数学的な表現を用いて説明していることを意識化させる必要があると考える。

以上ア、イ、ウのことから、本活動は、他学年・他領域においても数学的な表現を用いて説明する力を高めることに有効であると考える。

エ どの教員も事柄を具体的に表現し伝え合う活動を取り入れた授業ができるようになるために

図14は、さらに改善した「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」である。後期研究の分析から得ら

れた、他の児童の表現を解釈させるための手立てを用いる際の留意事項を、図の下部の吹き出しに新たに加えた。

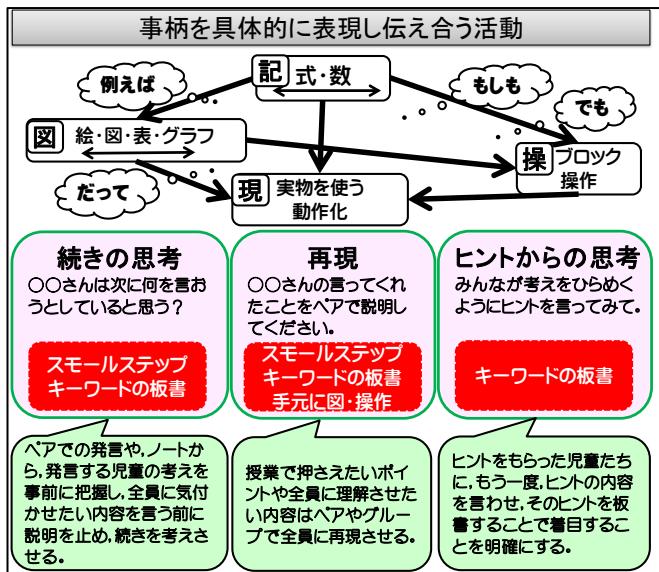


図14 「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」最新版

どの教員も事柄を具体的に表現し伝え合う活動を取り入れた授業を行うことができるよう、「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」の学習指導計画作成シートを作成した（図15は一部、同シートについては添付資料1を参照されたい）。本シートは後期研究での所属校教員との授業作りの過程を参考に作成したものであり、本研究の活動で必要となる視点や手順に沿って学習指導計画を作成できるよう工夫している。

添付資料1					
<p>「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」の学習指導計画作成シート</p> <p>数学的な表現を用いて説明する力が育った児童の姿</p>					
<p>① 本時の活動で目指す、数学的な表現を用いて説明する児童の具体的な姿を記述しましょう。</p>					
問題	数学的な表現				
<p>② 本時で提示する問題を記述しましょう。</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>図的表現(絵、図、表、グラフ等)</th> <th>記号的表現(式、数等)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td colspan="2"> <p>③ 問題を解く時に児童が用いると予想される数学的な表現を記述しましょう。全ての表現を記述する必要はありません。</p> </td> </tr> </tbody> </table>	図的表現(絵、図、表、グラフ等)	記号的表現(式、数等)	<p>③ 問題を解く時に児童が用いると予想される数学的な表現を記述しましょう。全ての表現を記述する必要はありません。</p>	
図的表現(絵、図、表、グラフ等)	記号的表現(式、数等)				
<p>③ 問題を解く時に児童が用いると予想される数学的な表現を記述しましょう。全ての表現を記述する必要はありません。</p>					

図15 「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」の学習指導
計画作成シートの一部

「事柄を具体的に表現し伝え合う活動」の学習指導計画作成シートの記入例が添付資料2である。添付資料2で例示した、活動の学習指導計画作成シートを基に、添付資料3に例示した学習指導案を

作成することで、事柄を具体的に表現し伝え合う活動を取り入れた授業が実践できると期待する。

X 年間の研究のまとめ

1 研究の成果

- 事柄を具体的に表現し伝え合う活動を取り入れた授業を稿者及び所属校教員が実践し、他学年、他領域においても、児童の数学的な表現を用いて説明する力を高めることができた。

2 今後の課題

- 「再現させるための工夫」により、再現はできたとしても、正しい図をかくことができないと数学的な表現を用いて説明する力を高めることは難しいことが分かった。自分の考えを説明するための図をかく力を育成する指導の工夫をしていく必要がある。
- 本研究では、抽象的な表現を具体的な表現に変換し伝え合う活動を行ったが、算数科においては、具体的な事柄を一般化して表現することも重要である。今後は、一般化の過程と具体化の過程を位置付けた授業の在り方を研究していく必要がある。

【注】

- (1) 中原忠男 (1995) : 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社pp. 199-200に詳しい。
- (2) 二宮裕之 (2009) : 「数学教育の表現体系を捉え直す試み—二種類の言語的表現に着目して—」『第42回数学教育論文発表会論文集』pp. 502-504に詳しい。
- (3) 田中博史 (2001) : 『算数的表現力を育てる授業』東洋館出版社p. 31に詳しい。
- (4) 中原忠男 (1999) : 『構成的アプローチによる算数の新しい学習づくり』東洋館出版社p. 29に詳しい。
- (5) 小松信哉 (2013) : 「～は～の… ～をもとになると～は…『単位の考え方』が創る算数世界」田中博史・盛山隆雄『はめて育てる算数言葉～算数授業の言語活動を本当の思考的育成につなぐために～』文溪堂p. 27に詳しい。
- (6) 田中博史 (2001) : 前掲書pp. 32-37に詳しい。
- (7) 宮本博規 (2015) : 『算数学び合い授業スタートブック』株式会社明昌堂pp. 14-15に詳しい。
- (8) 田中博史 (2001) : 前掲書pp. 132-136に詳しい。
- (9) 山本良和 (2017) : 『必ず身につけたい算数指導の基礎・基本55』明治図書pp. 64-65に詳しい。
- (10) 細木保宏 (2019) : 「算数の授業を楽しく、深い学びに誘う板書づくり」初等教育研究会『教育研究第七十四卷第九号』不昧堂出版pp. 18-19に詳しい。

【引用文献】

- 1) 文部科学省（平成29年告示）：『小学校学習指導要領』p.64
- 2) 文部科学省（平成30年）：『小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編』日本文教出版p.27
- 3) 中原忠男（1995）：前掲書p.205
- 4) 中原忠男（1995）：前掲書p.202
- 5) 文部科学省（平成30年）：前掲書p.36