

中学校数学科学習指導案

広島県立教育センター
指導主事 松本 大裕

- 1 学 年：第3学年
- 2 単元名：二次方程式
- 3 単元について

(1) 単元観

本単元は、中学校学習指導要領（平成29年告示）第2章 第3節 数学 [第3学年] A数と式（3）を受けて設定したものである。内容は以下の通り。

- (3) 二次方程式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 二次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。
 - (イ) 因数分解したり平方の形に変形したりして二次方程式を解くこと。
 - (ウ) 解の公式を知り、それを用いて二次方程式を解くこと。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 因数分解や平方根の考えを基にして、二次方程式を解く方法を考察し表現すること。
 - (イ) 二次方程式を具体的な場面で活用すること。

方程式について、第1学年では、小学校算数科との関連を踏まえて方程式について理解し、具体的な場面で一元一次方程式を用いて考察し活用すること、第2学年では、連立二元一次方程式について理解し、具体的な場面でそれを用いて考察し活用することを学習している。

第3学年では、二次方程式を解くことができ、それを具体的な問題解決の場面で活用できるようにし、方程式をこれまでより多くの場面で問題の解決に活用できるようにする。

(2) 生徒観

広島県公立高等学校入学者選抜一般学力検査の二次方程式の問題の結果は以下のとおりである。

	問 題	正答率	無答率
令和5年度 ¹ (5)	方程式 $x^2 + 3x - 5 = 0$ を解きなさい。	71.4%	8.2%
令和3年度 ¹ (4)	方程式 $x^2 + 5x - 6 = 0$ を解きなさい。	63.0%	4.1%

二次方程式の問題は、令和5年度と令和3年度で出題されている。令和5年度は因数分解で解くことが困難であり、二次方程式を $(x + p)^2 = q$ の形に変形し平方根の考えを用いる方法か、二次方程式の解の公式を活用しなければならない問題である。令和3年度は因数分解することで解くことができる問題である。二次方程式の基本的な問題であるにもかかわらず、正答率が63.0%と3分の1以上の生徒が誤答をしており、また令和5年度よりも8.4ポイントも低い。

これより、二次方程式をどのような方法で解けばよいか見通しをもって判断したり、それを実際に解いて解を求めたりすることが苦手であることがわかる。また、令和5年度の無答率は8.2%であり、因数分解できない二次方程式に対して解決の手がかりさえ見つけられない実態が見られる。

(3) 指導観

一次方程式や連立方程式では解決できなかった問題も、二次方程式を活用すると解決できる場合があることを知り、問題の解決に方程式がより広く活用できることを理解させる。具体的な問題を二次方程式を活用して解決するためには、一元一次方程式や連立二元一次方程式の活用と同様で、次のような一連の活動を行うことになる。

- ① 求めたい数量に着目し、それを文字で表す。
- ② 問題の中の数量やその関係から、二通りに表される数量を見だし、文字を用いた式や数で表す。
- ③ それらを等号で結んで方程式をつくり、その方程式を解く。
- ④ 求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求める。

この一連の活動を通して、方程式を活用して問題を解決するための知識を身に付けるとともに、解決過程を振り返り、得られた結果を意味付けたり活用したりしようとする態度を養う。特に、二次方程式については、その解が二つあることや大きさが分かりにくい平方根を含む数になることがあり、問題の答えとして適切ではない答えを出しても気付かない場合がある。こうした点も踏まえ、具体的な問題解決の場面で二次方程式を活用する場合には、解決の過程を振り返り、事象における数量の関係を的確に表した二次方程式がつくられているかどうかを吟味したり、得られた解が問題の答えとして適切であるかどうかをもとの事象に戻して調べたりする指導を行う。

4 単元の目標

- (1) 二次方程式についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 文字を用いて数量の関係や法則などを考察し表現することができる。
- (3) 二次方程式について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

5 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
① 二次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解している。	① 因数分解や平方根の考えを基にして、二次方程式を解く方法を考察し表現することができる。 ② 二次方程式を具体的な場面で活用することができる。	① 二次方程式の必要性と意味を考えようとしている。
② 二次方程式を因数分解を使って解くことができる。		② 二次方程式について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。
③ 二次方程式を平方根の考えを使って解くことができる。		③ 二次方程式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。
④ 解の公式を知り、それを用いて二次方程式を解くことができる。		
⑤ 事象の中の数量やその関係に着目し、二次方程式をつくることができる。		

6 指導と評価の計画 (全 13 時間)

小単元等	授業時間数	
1. 二次方程式とその解	2 時間	13 時間
2. 二次方程式の解き方	7 時間	
3. 二次方程式の利用	3 時間	
単元のまとめ	1 時間	

小単元	時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1 二次方程式とその解	1	・一次方程式や連立方程式では求められない具体的な問題の解決を通して、二次方程式の必要性和意味を考えることができるようにする。	態		態①：振り返りシート
	2	・二次方程式の x にいろいろな数を代入し、方程式が成り立つかどうかを確認することを通して、二次方程式の解の意味について理解することができるようにする。	知		知①：行動観察
2 二次方程式の解き方	3	因数分解による二次方程式を解く方法を考察することを通して、 ・「 $A \times B = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ 」であることを基に、因数分解による二次方程式の解き方を考えることができるようにする。 ・因数分解を使って、簡単な二次方程式を解くことができるようにする。	知		思①：行動観察 知②：行動観察
	4	・平方根の考えを使って $ax^2 + c = 0$ の形の二次方程式の解き方を理解するとともに $ax^2 + c = 0$ の形の二次方程式を解くことができるようにする。	知		知③：行動観察
	5	・平方根の考えを使って $(x + p)^2 = q$ の形の二次方程式を解く方法を理解するとともに、 $(x + p)^2 = q$ の形の二次方程式を解くことができるようにする。	知		知③：行動観察
	6	・前時の学習を基に、二次方程式を解く方法について考察することを通して、二次方程式を、 $(x + p)^2 = q$ の形に変形して解く方法について考察することができるようにする。	思		思①：行動観察
	7	二次方程式の解の公式の導き方を考察することを通して、 ・係数が具体的な数である二次方程式を $(x + p)^2 = q$ の形に変形する過程と比較しながら、二次方程式の解の公式の導き方を考えることができるようにする。 ・解の公式を使って、二次方程式を解くことができるようにする。	知		思①：行動観察 知④：行動観察
	8	・いろいろな二次方程式を解く手順について考察することを通して、より能率のよい解法を考えることができるようにする。 ・これまでの学習を振り返って、分かったことや疑問などを記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	思 態	○	思①：ノート 態①②：振り返りシート
	9	・いろいろな方法で二次方程式を解くことができるようにする。 ・二次方程式の解き方について振り返り、自分の解き方を改善しようとする態度を養う。	知 態	○	知②～④：行動観察、小テスト 態③：ノート
3 二次方程式の利用	10	・1、2年生で学習した方程式を利用して問題を解く手順を利用して、事象の中の数量やその関係に着目し、二次方程式をつくることができるようにする。	知		知⑤：行動観察
	11	・二次方程式を利用して、具体的な場面で問題を解決することを通して、求めた解が問題に適しているかを考え、説明できるようにする。	思	○	思②：小テスト（解の吟味）
	12	・二次方程式を利用して、具体的な場面で問題を解決することができるようにする。 ・振り返りシートに分かったことや疑問、問題の解決に有効であった方法など記述することを通して、学習の成果を実感できるようにする。	態	○	思②：行動観察 態②③：振り返りシート
単元のまとめ	13	・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。	知 思	○ ○	知①～⑤：テスト 思①②：テスト

7 本時の展開 (11 時間目 / 13 時間)

(1) 本時の目標

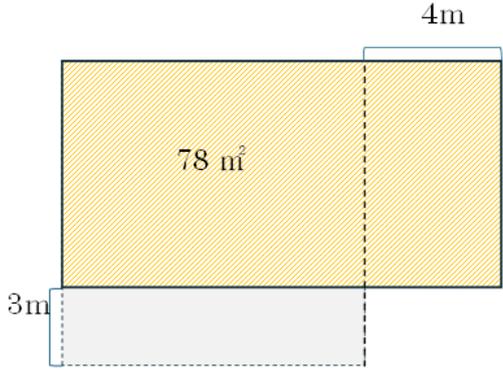
二次方程式を利用して、具体的な場面で問題を解決することができる。

(2) 本時の評価規準

二次方程式を解いて求めた解が問題に適しているか考え、説明することができる。

【思②：評価方法 小テスト】

(3) 学習の展開

指導と学習活動	評価と配慮事項 (◆「努力を要する」状況と判断した生徒への指導の手立て)
<p>1. 問題を把握する。</p> <p>右の図のように、正方形の土地の縦を 3 m 短くし、横を 4 m 長くしたところ、面積が 78 m²の長方形になりました。もとの正方形の土地の 1 辺の長さを求めなさい。</p> <ul style="list-style-type: none"> 具体的な自然数で計算して、面積を求めることを通して、本時の問題に対する理解を深めていく。 <p>(例) 正方形の 1 辺を 5 m とすると、 $(5 - 3) \times (5 + 4) = 18 \quad 18 \text{ m}^2$</p> <p>2. 本時の目標を確認する。</p>	
<p>本時の目標 二次方程式を利用して、具体的な場面で問題を解決することができる。</p>	
<p>3. 問題を解決するための見通しをもつ。</p> <ul style="list-style-type: none"> 方程式を利用して問題を解く手順を思い出す。 何を文字で表すかを考える。 問題の中の数量やその関係について考える。 <p>4. 方程式をつくり、解を求める。</p> <p>〈予想される生徒の反応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> 正方形の 1 辺を $x \text{ m}$ とおいているが、方程式をつくるができない。 $(x + 3)(x - 4) = 78$、$3x \times 4x = 78$ など、正しく方程式をつくるができない。 $(x - 3)(x + 4) = 78$ と方程式はつくれるが、方程式を解くができない。 方程式を解いて、$x = 9$、-10 という解で終わっている。 解の吟味をせずに、答え 9 m と答えている。 解の吟味をして $x = -10$ は負の数より正方形の 1 辺に不適であるので、9 m と答えている。 	<ul style="list-style-type: none"> 前時までの学習をもとに方程式を利用して問題を解く手順をイメージしながら、学習を進めていく。 <p>◆正方形の 1 辺を $x \text{ m}$ とおくと、縦の長さは正方形の 1 辺よりも 3 m 短いので $(x - 3) \text{ m}$ と表せることを伝える。</p> <ul style="list-style-type: none"> 数量の関係を正しく捉えられない生徒が多い場合には、全体で数量関係を整理して見通しをもてるようにする。 <p>◆乗法公式など、基本的な計算方法については教科書やノートで確認させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 何を求める問題なのか、また求めた解が問題に適しているか考えさせる。 机間指導を行い、各自の考えを把握しておくことで、意図的の指名につなげる。

5. 解決の方法を共有し、本時のまとめをする。

正方形の1辺を x m とおくと、長方形の縦は $(x - 3)$ m、横は $(x + 4)$ m と表せる。

変形した長方形の面積が 78 m² であるので、

$$(x - 3)(x + 4) = 78$$

$$x^2 + x - 12 = 78$$

$$x^2 + x - 90 = 0$$

$$(x - 9)(x + 10) = 0$$

$$x = 9, -10$$

x は正方形の1辺の長さより、 $x = -10$ は問題に不適。

よって正方形の1辺の長さは 9 m。

- ・二次方程式の文章題では、方程式の解が問題の答えとして適しているかを吟味する必要があることを確認し、本時のまとめとする。

6 練習問題に取り組む

連続する2つの整数があります。小さい整数を4倍した数と、大きい整数を2乗した数をたした和が73になるとき、この2つの整数を求めなさい。

- ・答えが出たあとで、この問題が連続する整数でなく自然数であれば答えがどうなるか発展的に考える。

7. 小テストに取り組む。

連続する2つの偶数があります。小さい偶数を2乗した数から、大きい偶数を3倍した数をひいた差が48になるとき、この2つの偶数を求めなさい。

- ・小テストが終わった生徒は、自分が挑戦したい難易度の適用問題を選択し取り組む。

8. 本時の学びを振り返る。

◇二次方程式の文章題を解くときに大切なことは何でしょう。

- ・ $x = -10$ でも、等式は成り立つが、求める答えは正方形の長さであり、0より小さい数は問題に適していないことを確認する。

- ・まとめとして、具体的な問題を解決するときに必要なポイントを確認する。

- ・第2学年で学習した文字式による説明を振り返り、連続する2つの整数を x 、 $x + 1$ や $x - 1$ 、 x など問題に応じて工夫しておくことで簡単に計算できたことを統合的に考えさせる。

- ・問題の条件が変わることで、答えが変わることがあることに気づかせ、解の吟味の必要性について理解させる。

思②：小テスト（解の吟味）

- ・小テストを回収し、生徒の理解の様子を見取り、記録に残す。

- ◆連続する2つの偶数は、 x 、 $x + 2$ と表せることを伝える。

- ・基礎・標準・発展の3種類の適用問題を用意しておくことで、生徒に選択肢を与え自己決定させる。

【個別最適な学び】

- ・感想や学習内容ではなく、問題解決のために大切な見方・考え方について振り返りを書かせる。