

# 第9学年（中学校第3学年）1組 数学科学習指導案

## 単元名：相似な図形

指導者 呉市立横路中学校 林 晃也

### 単元について

本単元は、相似な図形の意味や相似な図形の基本的な性質を理解するとともに、三角形の相似条件を用いて図形の性質を論理的に確かめ、数学的な推論の意義と方法についての理解を深めることが学習のねらいである。

小学校算数科においては第6学年で、図形についての観察や構成などの活動を通して縮図や拡大図について学習し、二つの図形が同じであるということを理解している。中学校第1学年では、平面図形や空間図形についての観察、操作や実験を通して、図形に対する直感的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察する基礎を培ってきた。そして第2学年では、三角形の合同条件を用いて三角形や四角形の基本的な性質を論理的に確かめることを学習し、観察、操作や実験などの活動によって帰納的に導かれた事柄を、証明によって演繹的に説明する必要性と意味及びその方法について理解してきた。本単元では、前学年までの既習の学習内容を基にして、相似の概念を導入し、相似な図形の性質や三角形の相似条件、平行線と線分の比、中点連結定理、相似比と面積比及び体積比を学習する。相似な図形の性質について基本的な知識・技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を論理的に考察し表現したり、その過程を振り返ったりするなど、生徒の図形に対する見方や考え方をより一層深めていくことがねらいである。

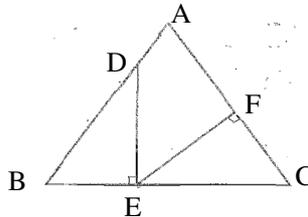
### 生徒の実態について

本学級の生徒の事前テストにおけるレディネスの結果は、以下の通りである。

事前テスト

(%)

内容	正 答	誤 答 (無答)
① 三角形の合同条件を3つ書きなさい。(3つとも書けて正答)	64.6	25.3 (10.1)
② 右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形、 $D$ 、 $E$ 、 $F$ はそれぞれ辺 $AB$ 、 $BC$ 、 $AC$ 上の点で、 $DE \perp BC$ 、 $EF \perp AC$ 、 $BE=CF$ である。このとき、 $\triangle DBE$ と $\triangle ECF$ が合同であることを証明しなさい。	26.3	52.5 (21.2)



証明問題の正答率が26%と大変低く、無解答率は21%にもものぼった。この結果から、証明の意味及びその方法についての理解が不十分であることがわかる。誤答の中にも、1～2行書いたところであきらめている生徒が多いことから、特に「証明の方法」について課題がみられた。また、生徒への聞き取りから、「証明の問題をどのように考えてよいか分からない」、「どこから手をつけてよいか分からない」などの理由が明らかとなった。つまり、基礎的・基本的な知識・技能が定着していないこと以外にも、生徒は証明の構想が立てられず、証明のしくみをイメージしながら課題に取り組むことができていないという実態が明らかとなった。

### 指導改善のポイント

(1) 指導内容・指導方法について

- ① 基本的な図形の性質・条件についての知識・技能が定着していない生徒が3割を超えていた。そのため、一度学習した内容を再度学習できるように学び直しの機会を設定する。特に、既習事項の復習・確認においては、短時間で用語を精選した掲示物で繰り返し復習し、理解の定着を図る。
- ② 証明の構想が立てられていない生徒が多くいることから、証明の構想を立てる場面で、「そのことが言えるためには、何が言えればよいのか」といった後ろ向きに思考させる活動を授業の中に意図的・計画的に設定し、見通しをもたせながら問題に取り組ませる。具体的には、証明の方針を立てる活動や立てた方針につい

て考察する時間をしっかり確保するとともに、立てた方針について根拠を明らかにしながら数学的表現を用いて話し合わせる場を授業に設定する。

(2) 研究主題とのかかわり

本年度の研究主題「基礎・基本の定着と思考力・判断力・表現力の育成—既習の知識・技能を活かした授業づくりを通して—」を受け、本時では、演繹的な推論を進める上で根拠となる図形の性質はしっかり教え、その教えた基礎的な知識・技能を活用しながら、証明の構想を立てるための手立てはじっくり考えさせ、根拠を基に立てた証明の方針をはっきり表現させる。

### 単元の目標及び評価規準

(1) 単元の目標

図形の性質について三角形の相似条件を基に確かめ、相似な図形の性質を用いて考察し、表現できるようにする。

(2) 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量や図形などについての知識・理解
<b>【相似の意味】</b>			
①相似な図形の性質に関心をもち、それについて考えようとしている。	①相似な図形の性質を見いだすことができる。	①相似な二つの図形の辺や角の関係を記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ②1点を中心として図形を拡大又は縮小し、相似な図形をかくことができる。	①図形の相似の意味を理解している。
<b>【三角形の相似条件】</b>			
①三角形の相似条件に関心をもち、それについて考えたり、それを用いて証明したりしようとしている。	①三角形の合同条件を基にして、二つの三角形が相似になるための条件を見いだすことができる。 ②三角形の相似条件を用いて、二つの三角形が相似であるかどうかを考えることができる。 ③見いだした図形の性質を、既習の知識・技能、条件などを用いて証明することができる。	①二つの三角形が相似であることや、辺や角の関係を記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ②相似な三角形の対応する辺の長さや角の大きさを求めることができる。	①三角形の相似条件の意味を理解している。

### 指導と評価の計画

(全9時間)

次	学 習 内 容	評 価					
		関	考	技	知	評 価 規 準	評 価 方 法
一	・証明のしくみ (1) 【本時】		◎			・見いだした図形の性質を既習の知識・技能、条件などを用いて証明することができる。	ワークシート 生徒観察
二	・相似の意味 (3)	◎	◎	○	○	◎ ・相似な図形の性質に関心をもち、それについて考えようとしている。 ・相似な図形の性質を見いだすことができる。 ・相似な二つの図形の辺や角の関係を記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ・1点を中心として図形を拡大又は縮小し、相似な図形をかくことができる。 ・図形の相似の意味を理解している。	ノート 生徒観察
三	・三角形の相似条件 (5)	○	◎	◎	◎	◎ ・三角形の合同条件を基にして、二つの三角形が相似になるための条件を見いだすことができる。 ・二つの三角形が相似であることや、辺や角の関係を記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ・三角形の相似条件の意味を理解している。 ・三角形の相似条件に関心をもち、それについて考えたり、	ノート 生徒観察

			○		それを用いて証明したりしようとしている。 ・三角形の相似条件を用いて、二つの三角形が相似であるかどうかを考えることができる。 ・見いだした図形の性質を、既習の知識・技能、条件などを用いて証明することができる。 ・相似な三角形の対応する辺の長さや角の大きさを求めることができる。	
--	--	--	---	--	---	--

## 本時の学習

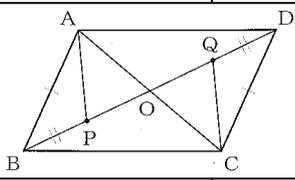
### (1) 本時の目標

- ・問題の把握に基づき適切に証明の方針を立て、論理的に筋道を立てて推論し、図形の性質を演繹的に説明することができる。

### (2) 既習の知識・技能

- ・三角形の合同条件      ・平行四辺形の性質      ・平行四辺形になるための条件      ・合同な図形の性質

### (3) 本時の学習展開

	学習活動	指導上の留意点 (○), (●「努力を要する」状況と判断される生徒への手立て) (* 肯定的評価)	評価規準 (評価方法)
課題把握	1 既習事項を確認する。(5分)		
	○ 既習事項をまとめた図を使って、既習事項を復習する。 ・三角形の合同条件 ・平行四辺形の性質 ・平行四辺形になるための条件 ・合同な図形の性質	○ 既習事項をまとめた掲示物を使って、短時間で復習を行う。	
	2 本時のめあてを知り、何を学習するのか理解する。(5分)		
	○ めあてを知る。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">証明の方針を筋道立てて考え、それに基づいて自分の考えを説明することができる。</div>		
	○ 課題を知る。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">右の図のように、平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし、線分 OB, OD 上に BP=DQ となる点 P, Q をそれぞれとります。このとき、AP=CQ となることを証明します。</div>		
○ 仮定と結論を整理する。 仮定…BP=DQ, 四角形 ABCD は、平行四辺形 結論…AP=CQ	○ 仮定や平行四辺形の性質から導かれる等しい線分や角の大きさを図に記入させ、問題を把握させやすくする。		
3 証明の方針を立て、それに基づいて証明する。(25分)			
		○ 問題1を提示する。	
	悠斗くんは、次のような証明の方針を考えました。この方針に基づいて、AP=CQ となることを証明することができます。 <証明の方針1> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">           ① AP=CQ を証明するためには、(ア)を示せばよい。            ② 辺や角について等しいことが分かるものを探すと、平行四辺形 ABCD の性質から、AB=CD がわかるし、仮定から、BP=DQ もわかっているから、(ア)が示せそうだ。         </div>		
個人思考	○ アにあてはまる言葉や式について考える。	* 出された意見を肯定的に評価する。	
	○ 考えたことを交流することで、証明の方針についてより深く考える。 ・方針の①は合同な図形の性質 (対応	○ ワークシートのアにあてはまる式を書かせるだけでなく、その理由もしっかり記述させる。	○理由を明らかにしながら、証明の方針を立てることが

集団思考

する線分の長さは等しい)を用いて、後ろ向きに推論している。  
 ・方針の②は、方針の①を示すためには、二つ三角形の合同を示せばよいことに着目させる。

- 出された意見をまとめ、フローチャートに整理する。



- 交流した証明の方針、フローチャートをもとに、証明を記述する。
- 完成させた記述証明を全体で交流する。

○ アにあてはまる式の理由も合わせて発表させることにより、証明の方針を明らかにする。

- 生徒の意見を大切にしながら、教師主導でまとめていく。

できる。  
 (行動観察・ワークシート)

使わせたい数学の用語

- 仮定 結論 合同
- 合同条件
- 合同な図形の性質
- 対応する線分
- 平行線の錯角は等しい
- 平行四辺形の性質

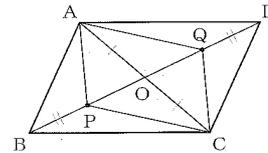
- 立てた方針に基づいて、証明を記述することができる。  
 (行動観察・ワークシート)

AP=CQを示すためには、2つの三角形が合同であることを示せばよい。平行四辺形の性質や仮定から2つの三角形として、△ABPと△CDQに注目すればよい。

4 与えられた条件を整理し、別の証明の方針を立てる (10分)

- 問題2に取り組む。

瞳さんは AP=CQ であることを、右の図のように、線分 AQ, 線分 CP をひき、次のような証明の方針を考えて証明しようとしています。



<証明の方針2>

- ① AP=CQを証明するために、四角形APCQが平行四辺形であることを示せばよい。
- ② 四角形APCQについて、平行四辺形ABCDの対角線の性質から、OA=OCとOB=ODが分かる。
- ③ ②と仮定のBP=DQを使うと、四角形APCQが平行四辺形であることは、  
 [ ] ことから示せそうだ

[ ] に当てはまることだけが、下のアからエの中にあります。あてはまるものを1つ選びなさい。

- ア:対角線がそれぞれの midpoint で交わる
- イ:対角線が垂直に交わる
- ウ:対角線の長さが等しい
- エ:対角線が垂直に交わり、その長さが等しい

- [ ] に当てはまることだけが理由とともに考える。

- 既習事項をまとめた掲示物に注目させ、平行四辺形になるための条件に気付かせる。

- 証明の方針2をもとに、証明を記述する。

- 課題に取り組む時間が足りない場合には、宿題として取り組ませる。

5 本時のめあてに沿って学習内容を振り返り、方針を立てることの意義や方法を理解する。(5分)

- 学習のまとめを行う。

論理的に説明するためには、方針を立てて問題に取り組むことが大切である。

- 自己評価をする。

集団思考

まとめ・振り返り