

第3学年5組 数学科学習指導案

平成25年11月21日(木) 5校時

単元名：2乗に比例する関数

発展クラス 男子11名 女子10名 計21名

指導者 森山 真文

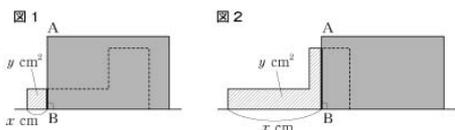
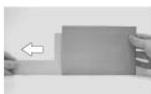
教科に関する調査分析

【平成22年度 全国学力・学習状況調査 中学校 数学B【6】】

課題となる設問

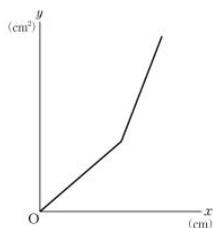
6 封筒とL字型の厚紙があります。この厚紙を封筒の中に入れて、右の図のように引き出します。

図1、図2は、その様子を表したもので、厚紙が封筒の端ABと重なる部分を太線で表しています。このとき、L字型の厚紙を封筒の端からx cm引き出したときに封筒から出ている部分の面積をy cm²とします。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。ただし、座標軸の目盛りは省略しています。

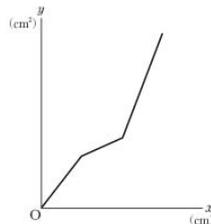
(1) 次のグラフは、L字型の厚紙をすべて引き出すまでのxとyの関係を表したものです。



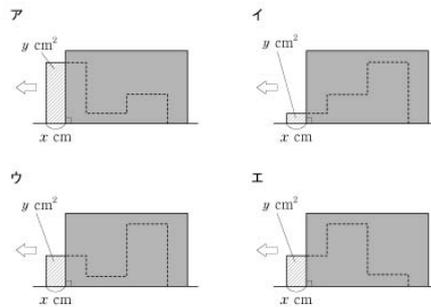
L字型の厚紙を引き出していくと、厚紙が封筒の端ABと重なる部分の長さは途中から長くなります。このことは、上のグラフのどのような特徴に表れていますか。その特徴を「傾き」という言葉を用いて説明しなさい。

中数B-11

(2) 別の形の厚紙を封筒から引き出します。この厚紙をx cm引き出したときに封筒から出ている部分の面積をy cm²とします。次のグラフは、厚紙をすべて引き出すまでのxとyの関係を表したものです。



xとyの関係が上のグラフのように表されるのは、どのような形の厚紙を引き出した場合ですか。その厚紙を封筒から引き出している様子を表す図が下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



中数B-12

出題の趣旨

事象における数量の変化を捉えて、次のことができるかをみる。

- ・ 変化する数量の特徴を数学的に表現すること。
- ・ 数学的に表現された結果を事象に即して解釈すること。

この問題を解くために必要な力

- (1) 変化する数量の特徴をグラフに即して解釈し、数学の用語を用いて説明する力。
- (2) グラフと事象の関係を的確に捉え、事象に即して解釈する力。

【解答類型】

(1)について

解答類型	1	2	3	4	5	6	7	8	左記 以外	無解答
本校の割合 (%)	9.5	12.4	5.1	27.7	0.0	5.1	0.0	0.0	5.8	34.4

(2)について

解答類型	1	2	3	4					左記 以外	無解答
本校の割合 (%)	6.6	35.2	46.5	4.4					5.8	1.5

誤答分析

(1)について、無解答が34.4%、解答類型にない解答が5.8%であることから、変化する数量の特徴をグラフに即して解釈し、説明することに慣れていない生徒が多い。また、解答類型2～4の準正答率が45.2%であることから、傾きの大小を「急になっている」などの言葉で表し、数学の用語の理解が不十分である。さらに、伴って変わる二つの数量の関係についての捉えが浅く、変域についての理解が不十分である。

(2)について、解答類型3のように伴って変わる二つの数量の関係が十分に捉えられておらず、グラフの形から解答を導きだしている。

調査結果からみる課題

- (1) 数学の用語の意味やその性質をしっかりと理解させること。
- (2) 生徒に数学の用語を正しく使用することを意識させ、説明する場面を設定すること。
- (3) 数学的活動を通して、二つの数量の関係を表や式、グラフなどを用いて読み取ったり、逆に表や式、グラフから事象を捉え直したりする場面を設定すること。

指導改善のポイント

- (1) カードを用いて、数学の用語の意味やその性質を確認する場面を設定する。
- (2) 小グループを用いて、生徒に数学の用語を正しく使用することを意識させ、グループ内で説明する場面を設定する。また、グループ内で説明されたもののうち、適切と思われるものを全体で説明する場面を設定する。
- (3) 具体物の操作を通して、二つの数量の関係を表や式、グラフを用いて読み取ったり、逆に表や式、グラフから事象を捉え直したりする場面を設定する。

単元について

自然現象や社会現象などの考察においては、考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存、因果などの関係に着目して、それらの諸関係を的確で簡潔な形で把握し表現することが有効である。数学においても、いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的に捉え、数学的に考察し処理することをねらいとしている。その場合、事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出し、それらの間の変化や対応の関係に着目して考察を進めることがある。

このことについて小学校では、第4学年までに伴って変わる二つの数量の関係を調べたり、変化の様子を折れ線グラフに表したりしている。第5学年においては、表を用いて、伴って変わる二つの数量の関係を考察し、簡単な場合について比例の関係があることを知ることを学習している。第6学年においては、比例の関係について理解し、これを用いて問題を解決することを学習している。さらに、中学校第1学年では、比例・反比例を取り扱い、第2学年では、一次関数を取り扱っている。いずれも、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して学習している。

これらを受けて、第3学年で本単元を学習する。中学校学習指導要領数学第3学年の目標の一つに、「具体的な事象を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす」と示されている。

関数の活用については、関数 $y=ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え説明できるようにする。そのために、具体的な事象を表、式、グラフを相互に関連付けながら、それが関数 $y=ax^2$ であると考えられるかを判断したり、具体的な事象に関する観察や実験の結果を関数 $y=ax^2$ とみなすことによって、未知の状況を予測したりすることが大切である。その際、判断の根拠や予測が可能である理由を他者に説明する力を身に付けることが求められる。その意味で本単元はその力を身に付けさせるのに適した教材である。

指導にあたっては、数学の用語が適切に使えるように意味やその性質を確認する場面を設定する。そして、小グループを用いた説明し合う活動、具体物、表、式、グラフの関連を図る活動を取り入れることにより、関数関係を見だし、事象を考察し表現する能力を伸ばす工夫を行う。

これらの指導により、具体的な事象を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばしていきたい。

単元の目標及び内容

具体的な事象の中から二つの数量を取りだし、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

- ア 事象の中には関数 $y=ax^2$ としてとらえられるものがあることを知ること。
- イ 関数 $y=ax^2$ について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること。
- ウ 関数 $y=ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。
- エ いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解すること。

単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
様々な事象を関数 $y=ax^2$ などとして捉えたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	関数 $y=ax^2$ などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見だししたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	関数 $y=ax^2$ の関係などを、表、式、グラフを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなど、技能を身に付けている。	事象の中には関数 $y=ax^2$ などとして捉えられるものがあることや関数 $y=ax^2$ の表、式、グラフの関連などを理解し、知識を身に付けている。

指導と評価の計画

(全 15 時間)

次	学習内容 (時数)	評 価				評価方法	
		関	考	技	知		
1	2 乗に比例する関数(3)	◎	○	○	◎	<ul style="list-style-type: none"> 関数 $y=ax^2$ に関心をもち、具体的な事象の中から関数 $y=ax^2$ として捉えられる二つの数量を見いだしたり、その関係を式で表したりしようとしている。 具体的な事象の中にある二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、関数 $y=ax^2$ として捉えられる二つの数量を見いだすことができる。 関数 $y=ax^2$ の関係を式で表すことができる。 関数 $y=ax^2$ の意味を理解している。 	行動観察 ワークシート 適用問題
2	関数 $y=ax^2$ のグラフ(3.5)	○	○	◎	○	<ul style="list-style-type: none"> 関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴を捉えたり、比例定数とグラフの関係を考えたりすることができる。 関数 $y=ax^2$ の式から表をつくり、グラフをかくことができる。 関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴を理解している。 	行動観察 ワークシート 適用問題
3	関数 $y=ax^2$ の値の変化(3.5)	○	○	◎	○	<ul style="list-style-type: none"> 関数 $y=ax^2$ の値の変化の特徴を、表、式、グラフを相互に関連付けるなどして見いだすことができる。 グラフの形状から、関数 $y=ax^2$ の値の増減を読み取ることができる。また、関数 $y=ax^2$ の変化の割合を求めることができる。x の変域が指定された関数 $y=ax^2$ のグラフをかき、y の変域を求めることができる。 関数 $y=ax^2$ の値の変化について、一次関数との違いや特徴を理解している。 	行動観察 ワークシート 適用問題
4	関数 $y=ax^2$ の活用(2)	◎	○	○	○	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして関数 $y=ax^2$ とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。 関数 $y=ax^2$ の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 具体的な事象の中には、関数 $y=ax^2$ とみなすことで変化や対応の様子について調べたり、予測したりできるものがあることを理解している。 	行動観察 ワークシート 適用問題
5	いろいろな関数(2) 本時(2/2)	◎	○	○	○	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と比較し、その特徴を考えることができる。 具体的な事象の中から見いだした関数関係を、表や式、グラフなどで表すことができる。 具体的な事象の中から見いだした関数関係には、既習の比例、反比例、一次関数、関数 $y=ax^2$ とは異なるものがあることを理解している。 	行動観察 ワークシート 適用問題
6	まとめと問題(1)						

小中連携のポイント

【数学科】

- 本時で活用する既習事項の確認
 - 数学の用語を記入したカード提示する。
- 数学的活動の工夫
 - 小グループを活用し、自分の考えや解き方を表、式、グラフを用いて説明する場面を設定する。
 - 数学の用語・根拠や理由を適切に用いて説明させる。
- ノート指導
 - 「めあて」の記載を行う。
 - 思考の過程(途中式等)や理由を書かせる。
- 適用問題の実施
 - 「振り返り」として、適用問題に取り組ませる。

本時の授業改善のポイント

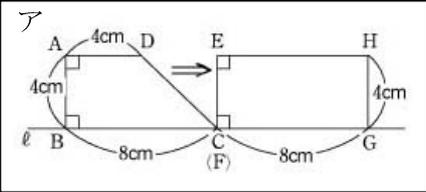
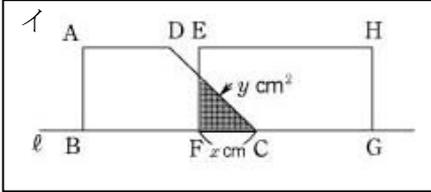
- (1) カードを用いて、数学の用語の意味やその性質を確認する。
- (2) グラフの特徴を事象に即して解釈し、説明する活動を取り入れる。
- (3) 説明する活動の際、数学の用語を適切に使うことを意識させながら思考の過程や判断の根拠を説明させる。

事前の補充指導

- (1) 「平成 22 年度 全国学力・学習状況調査 中学校 数学B[6]」を用い、一次関数において事象の様子を捉えるために表やグラフをかいたり、表やグラフの特徴に即して解釈したりしながら、双方向に考察し数量の関係を捉えさせる。
- (2) 数学的に表現された記述について、数学の用語が適切に使われているかを確認させる。

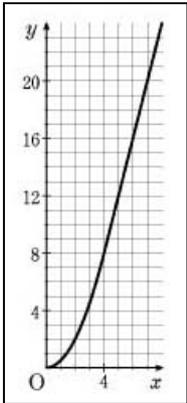
本時の学習

- (1) 本時の目標
 長方形を固定し、台形を一定の方向に長方形と重なるように移動させたとき、二つの図形が重なる部分の横の長さや面積の変化の様子を表、式、グラフで表し、その特徴を事象に即して解釈し数学の用語を用いて説明することができる。
- (2) 本時の評価規準 【数学的な見方や考え方】
 具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と比較するなど、その特徴を考えることができる。
- (3) 本時の学習展開

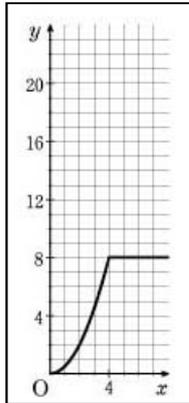
学習活動	指導上の留意事項(◇)	評価規準〔観点〕 (評価方法)◎肯定的評価
1 数学の用語を確認する。 数学の用語 <ul style="list-style-type: none"> ・ 2 乗に比例する関数 ・ $y=ax^2$ ・ 放物線 ・ 変化の割合 ・ 傾き ・ 変数 ・ 定数 ・ 変域 ・ 一次関数 ・ 定数関数 	☆めざす子ども像 ◆「努力を要する」状況と判断した生徒への指導の手立て ◇ カードを用いて、数学の用語の意味やその性質を確認する。 ◆ 数学の用語を忘れていた生徒に対して、教師がその言葉を簡単に説明していく。	
【課題】 次の図アのように、台形 ABCD と長方形 EFGH が直線 l 上で並んでいます。長方形を固定し、台形を矢印の方向に辺 AB と辺 EF が重なるまで移動します。 $FC=x$ cm のときの 2 つの図形が重なる部分の面積を y cm ² とするとき、次の問題に答えなさい。		
ア 	イ 	

(1) x と y の関係を表したグラフは次のア～エのうちどれか答えなさい。また、それはどのような特徴に表れていますか。選んだ理由を数学の用語を用いて説明しなさい。

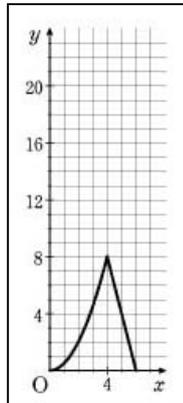
(ア)



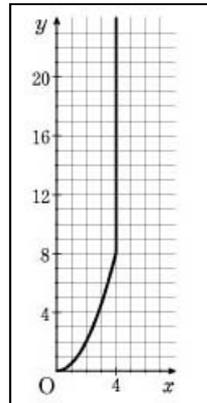
(イ)



(ウ)



(エ)



(2) 重なってできる部分の面積が、台形 ABCD の面積の半分になるときの x の値を求めなさい。また、その求め方を説明しなさい。

3 本時のめあてを確認する。

2つの図形が重なる部分の横の長さや面積の変化の様子を表、式で表し、その特徴を数学の用語を用いて説明できる。

4 課題(1)に取り組む。

【発問】

ア～エのうち、どのグラフになるか予想してみよう。

予想される生徒の反応

- ・アと予想する生徒が 70%
- ・イと予想する生徒が 30%
- ・ウ、エと予想する生徒は 0%

【指示】 学び合いの場(3分間)

それでは、それぞれ自分が予想した理由を全体で発表してみよう。発表のとき、みんなは数学の用語を使っていたら、記録しておこう。

予想される生徒の反応

○アと予想する生徒

- ・最初は三角形の部分が重なっているので、放物線になっていて、後半が長方形の部分が重なるので、面積が一定の割合で増加するからアになる。

○イと予想した生徒

- ・図形の形がグラフによく似ているからイになる。

◇ グラフの特徴を事象に即して説明する。

◆ 説明が難しい生徒に対しては、放物線、直線など、グラフの形状をもとに説明を考えさせる。

◆ イを選択している生徒に対して、面積が増えているか、減っているか、一定であるかの視点で考えさせる。

・具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と比較するなどし、その特徴を考えることができる。

[見方や考え方]
(ワークシート)

◎ 放物線や面積が一定など数学の用語を使って説明できているね。

【発問】

発表を聞いて、改めてア～エのうち、どのグラフになるか予想してみよう。

予想される生徒の反応

- ・アと予想する生徒が 100%

【指示】

それでは、アになるとして、その理由を今から配るプリントの内容をもとに、考えよう。

予想される生徒の解答 ①～③

①式で考えると、 $0 \leq x \leq 4$ のとき

$y = \frac{1}{2}x^2$ で、2 乗に比例する関数となり、

$4 \leq x \leq 8$ のとき $y = 4x - 8$ で、一次関数となるから。

②表をかくと、 x が 0 から 4 までは一定ではないが、 x が 4 から 8 までは変化の割合が一定になっているから。

x	0	2	4	5	6	7	8
y	0	2	8	12	16	20	24

【指示】 学び合いの場(2分間)

それでは、後ろの人に自分の考えを説明してみよう。

【指示】 学び合いの場(5分間)

次に3人グループになって、よりよい説明はどれかを考えてみよう。

【発問】 学び合いの場(10分間)

グループの中で、良いと思われる説明を発表しよう。

5 課題(2)に取り組む。

【発問】

まずは、台形 ABCD の面積の半分を求めてみよう。

予想される生徒の解答

- ・台形の面積は $(4+8) \times 4 \div 2 = 24$ (cm²)
よって、その半分は 12 cm² になる。

【発問】 □学び合いの場(5分)

それでは、面積が半分になるときの x の値を求めてみよう。また、求め方の説明を考えてみよう。

予想される生徒の解答

- ・グラフから、 y の値が 12 のとき、 x の値を求めると 5 になる。
- ・表から、 y の値が 12 のときの x の値が 5 になる。
- ・式から、 $y = 4x - 8$ に $y = 12$ を代入すると $4x - 8 = 12$ $4x = 20$ $x = 5$

- ◇ ①式を用いて説明していくものと、②対応表を用いて説明していくもの、③具体物を用いて考えていくものを列ごとに配布し、その内容をもとに説明を考えさせる。

☆ グラフの形で x が 0～4 と 4～8 で変化しているから、そこで式が変わる。

☆ グラフの形で x が 0～4 のときは放物線で、4～8 のときは直線になっている。

③具体物を使って、実際に面積を求めて、グラフと比べてみると (ア) の形になっている。

- ◇ 式・対応表・具体物を用いてのそれぞれの説明のよさが分かるように机間指導していく。
式のよさ・・・式で表すことで、どのような範囲のときに、どのような種類の関数で表されているかよく分かる。
対応表のよさ・・・表で表すことで、グラフの変化の様子と対応して数字の変化の様子がよく分かる。
具体物のよさ・・・実際に面積を求めながらグラフの変化を確認することができる。

- ◇ 思考の過程や判断の根拠を、数学の用語を適切に使うことを意識させながら説明させる。
- ◇ 各グループで一番良いと思われる説明をホワイトボードに書き、説明の仕方が違うグループについて、代表に説明させる。その際、ホワイトボードに書かれている内容で数学の用語には赤で印を付けさせておく。

- ◆ 小学校での既習事項に不安のある生徒に対して、台形の面積を求める際、公式を確認する。

☆ この問題の解き方の説明を聞くと、グラフと式と表の関係がよく分かる。

- ◆ 何をすればよいか理解できない生徒に対して、面積はどの文字で表されているかを確認させ、さらに、グラフで y が 12 のとき、 x の値がいくらになるかを考えさせる。

- ◇ 机をもとに戻し、学習のまとめをさせる。

◎ 式や x の変域・表を使って説明しているから、変化の様子がよく分かるね。

6 本時の学習のまとめをする。

生徒のまとめの例

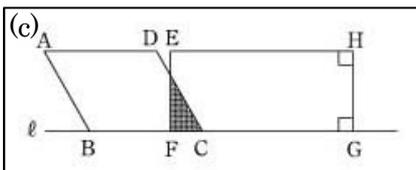
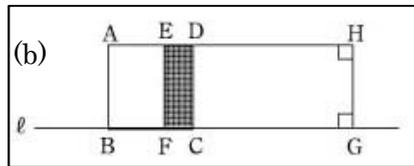
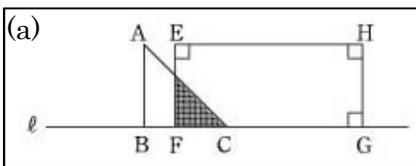
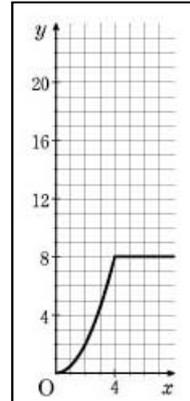
- ・2つの図形が重なる部分の横の長さを x 、面積を y とおくと、変化の様子を表、式で表すことができる。
- ・その特徴は、 x の変域によって決まる。
- ・重なる図形によっては、一次関数(直線)と2乗に比例する関数(放物線)を組み合わせた表や式、グラフになったりする。

・具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と比較するなど、その特徴を考えることができる。
[見方や考え方]
(ワークシート)

◎ これまでに習った一次関数の特徴と比較して考えることができるね。

7 適用問題に取り組む。

【問題】 課題(1)で選択肢として与えられた(イ)のグラフについて、このグラフはどのような図形が重なった部分を示した図か。(a)~(c)から1つ選びなさい。
また、選んだ理由を数学の用語を用いて説明しなさい。



予想される生徒の解答

- ・式で考えると、 $0 \leq x \leq 4$ のとき $y = \frac{1}{2}x^2$ で、2乗に比例する関数となり、
 $4 \leq x \leq 8$ のとき $y = 8$ で、定数関数となるから (a) になる。
- ・表をかくと、 x が 0 から 4 までは一定ではないが、 x が 4 から 8 までは面積が 8 で一定になっているから、(a) になる。

事後の補充指導

- (1) 本時の適用問題ができなかった生徒に対して、もう一度「平成22年度 全国学力・学習状況調査 中学校 数学B [6]」を用い、一次関数において事象の様子を捉えるために表やグラフをかいたり、表やグラフの特徴に即して解釈したりしながら、双方向に考察し数量の関係を捉えさせる。
- (2) 問題集、補充学習で繰り返し学習の場を設定する。
- (3) 定期テストで問題を設定し、間違えた場合のやり直し学習を実施する。

検証問題と目標値

次の図のように、1辺が20cmの正方形と直角をはさむ辺が20cmの直角二等辺三角形が、直線 l 上に並んでいます。正方形を固定し、直角二等辺三角形を矢印の方向に毎秒2cmで移動させたとき、重なってできる図形について、下の問いに答えなさい。

- (1) 接し始めて7秒後の重なった部分の面積を求めなさい。
- (2) 何秒後に重なった部分の面積の様子を式と変域を用いて表し、その式がどんな関数を表しているかを数学の用語を用いて説明しなさい。
- (3) 重なった部分の面積が、もとの直角二等辺三角形の半分の面積になるのは何秒後か。

※ 目標値・・・各設問の通過率を60%以上とする。

