

数学科学習指導案

指導者 池田 由美

- 1 日 時 平成23年10月25日(火) 5校時
- 2 場 所 3年3組 教室
- 3 学年・学級 3学年3組(男子18名 女子14名 計32名)
- 4 単 元 名 第4章 2乗に比例する関数
- 5 単元について

(1) 単元観

(中学校学習指導要領数学科の目標)

[第3学年]

(3) 具体的な事象を調べることを通して、関数 $y = a x^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

内容 C 関数

- (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取りだし、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = a x^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現する能力を伸ばす。
 - ア 事象の中には関数 $y = a x^2$ としてとらえられるものがあることを知ること。
 - イ 関数 $y = a x^2$ について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること。
 - ウ 関数 $y = a x^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。
 - エ いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解すること。

第2学年までに、関数的な見方や考え方を深め、比例、反比例の関係や一次関数について、それらの特徴を理解してきている。

第3学年では、第1、2学年と同様に、具体的な事象を調べることを通して関数 $y = a x^2$ の特徴を理解し、第2学年で学習した一次関数との共通点や相違点を明らかにする。また、いろいろな事象の中には、これまでに学習したものとは異なる関数関係があることを理解し、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

(中学校学習指導要領解説数学編 第2章 数学科の目標及び内容 第2節 内容)

1 内容構成の考え方 (1) 中学校数学科の内容について ③ 関数

数学の世界においては、図形の性質などの静的な対象だけでなく、数量の変化や対応の様子など動的な対象についても考察する。関数は、動的な対象を考察する際に用いられる抽象的な概念である。関数は、数学の世界はもとより、現実の世界において事象の中に見いだした伴って変わる二つの数量の関係をとらえる場面でも有効に機能する。現実の世界においては、二つの数量の関係をとらえることができれば、その関係が成り立つ範囲において変化や対応の様子を把握したり、将来を予測したりすることが可能になるからである。しかし、一般に関数関係は目で見ることにはできない。そこで、関数関係をとらえるために表、式、グラフが用いられる。これらの数学的な表現を用いて処理したり、相互に関連付けて考察したりすることで、現実の世界における数量の関係を数学の世界で考察することができる。こうした経験をすることは、数学を利用する活動と深く関わっている。

(2) 生徒観

本学級の生徒に対して1学期末にアンケートを実施したところ以下の結果となった。

【問：数学の授業で学習したことを普段の生活で活用できないか考える】

	よくあてはまる	ややあてはまる	あまりあてはまらない	まったくあてはまらない
全国	12.5%	24.5%	38.2%	24.3%
本学級	3.3%	56.7%	36.7%	3.3%

※ 全国は平成22年度全国学力・学習状況調査の結果

【問：数学の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つ】

	よくあてはまる	ややあてはまる	あまりあてはまらない	まったくあてはまらない
全国	33.4%	34.2%	20.8%	10.9%
本学級	20.0%	63.3%	16.7%	0.0%

※ 全国は平成22年度全国学力・学習状況調査の結果

また、1学期末に事前テストを実施したところ右のような結果となった。

アンケートからは、数学の授業で学習したことは、

問題のねらい	本学級の正答率
$y = a x$ という式の形から比例であることが分かる	90.0%
1組の x 、 y の値を代入して比例の式が求められる	51.7%
1点と傾きから直線の式が求められる	31.0%

将来、社会に出たときに役に立つと肯定的な生徒が合計83.3%いるが、普段の生活で活用できないか考える生徒は合計60%にとどまっていることが分かる。また、事前テストからは、既知の値を代入し、比例の式や直線の式を求める力が十分についていないことが分かる。

(3) 指導観

数学の授業で学習したことが、将来、社会に出たときに役に立つという生徒が83.3%もいるのに、普段の生活で活用できないか考える生徒が60%にとどまっている要因として、次の2点を考えた。

まず1点目は、事前テストの結果でわかるように、既知の値を比例の式や直線の式の一般形に代入すれば式を求められることなど、基礎的・基本的な知識・技能が十分に身につけていないことが考えられる。この単元で繰り返しその点を指導し、具体的な事象を表やグラフや式で表現することによって、それが2乗に比例する関数であると考えられるかどうかを判断したり、具体的な事象に関する観察や実験の結果を2乗に比例する関数とみなすことによって、未知の状況を予測したりできることの良さを味わわせたい。

2点目は、日常生活や社会で数学を具体的にどのように活用できるのか実感できる授業が少ないことが考えられる。今年度より、単元の終わりに、日常生活に数学を活用する場面を想定した授業を組み込むよう計画しているが、1学期は実施することができなかった。2学期以降実施し、「数学ってこんなふうに普段の生活に活用できるんだ」という実感を持たせたいと考えている。特に、本単元の終わりに行う「周期が1秒の振り子の作り方を考えよう」では、実験してデータを取り、二つの数量の関係を式で表し、周期が1秒になるような振り子の長さを求め、実際に動かしてそれを確かめさせることができる。このような、日常生活におけるできごとを数学と結び付けて考察する活動を通して、「数学が役に立つ」と実感させたい。

6 単元の見目標

- ア 事象の中には関数 $y = a x^2$ としてとらえられるものがあることを知ることができる。
- イ 関数 $y = a x^2$ について、表・式・グラフを相互に関連付けて理解することができる。
- ウ 関数 $y = a x^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明することができる。
- エ いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解することができる。

7 単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な 見方や考え方	数学的な 表現・処理	数量や図形などに ついての知識・理解
具体的な事象を調べることを通して、一次関数とは異なる数量の関係があることが分かり、こうした見方や考え方をもとに数学的に考察し、意欲的に問題の解決に活用しようとする。	具体的な事象の中から関係や法則を的確にとらえ、関数のとる値の変化の割合に目を向けるなど、変化や対応についての見方や考え方を一層深め、事象を数理的にとらえ、見通しを持論理的に考察することができる。	さまざまな事象の中になる数量の関係を的確に表現したり、関数 $y = a x^2$ の関係を、表、式、グラフなどによって数学的に処理したりする。	関数 $y = a x^2$ の意味、変化の割合とグラフの特徴、問題解決への利用の仕方を理解している。

8 指導と評価の計画 (全18時間)

学習内容	次 (時)	評 価					評価方法
		関	考	表	知	評価規準	
関数 $y = a x^2$ の関係	一 (2)	○	○	○	◎	<ul style="list-style-type: none"> ・事象の中には、関数 $y = a x^2$ を用いてとらえられるものがあることを知り、関数 $y = a x^2$ の意味を理解している。 ・具体的な事象の中にある二つの数量の関係に関心を持ち、観察、実験、調査などを通して、関数 $y = a x^2$ について考察しようとする。 ・具体的な事象の中にある二つの数量関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、関数 $y = a x^2$ について考察することができる。 ・関数 $y = a x^2$ の関係で表すことができる事象の変化や対応を一次関数などと比較して考察することができる。 ・関数 $y = a x^2$ の関係を式で表すことができる。 	行動観察 ノート 小テスト

関数 $y = a x^2$ の特徴	二 (8)	○	○	◎	<ul style="list-style-type: none"> ○ 関数 $y = a x^2$ の関係を、表、式、グラフなどで表現したり、変化の割合に着目するなどして、その特徴をよみとったりすることができる。 ○ 変化の様子、グラフの形、$y = a x^2$ の a の意味、変化の割合の割合の意味など関数 $y = a x^2$ の特徴を理解している。 ○ 関数 $y = a x^2$ に関心を持ち、表、式、グラフなどを用いて、その特徴を調べようとする。 ○ 関数 $y = a x^2$ の特徴を、表、式、グラフなどを用いて考察することができる。 ○ 関数 $y = a x^2$ を「二乗に比例する関数」と見ることができる。 	行動観察 ノート 小テスト
関数 $y = a x^2$ の利用 【本時は 6 / 6】	三 (6)	○	◎	○	<ul style="list-style-type: none"> ○ 関数 $y = a x^2$ を、どのような場面でどのように用いるか理解している。 ○ 関数 $y = a x^2$ の関係を、表、式、グラフなどを用いて具体的な事象を表現したり、処理したりすることができる。 ○ 関数 $y = a x^2$ を用いると、事象を考察したり、予測したりできることを理解している。 ○ 具体的な事象を関数 $y = a x^2$ を用いて考察し、その結果が適切であるかどうかを振り返って考えることができる。 ○ 関数 $y = a x^2$ の関係が実生活と深く関わっていることに気付き、関数 $y = a x^2$ を活用しようとする。 	行動観察 ノート 小テスト
いろいろな事象と関数	四 (2)	○	◎	○	<ul style="list-style-type: none"> ○ 具体的な事象の中から見いだした関数関係には、既習の比例、反比例、一次関数、関数 $y = a x^2$ とは異なるものがあることを理解している。 ○ いろいろな事象と関数に関心を持ち、表やグラフなどで表したり、その特徴を考えたりしようとしている。 ○ 具体的な事象の中から見いだした関数関係を、表やグラフなどで表すことができる。 ○ 具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と比較し、その特徴を考えることができる。 	行動観察 ノート 小テスト

9 本時の展開

(1) 本時の目標

振り子の運動を実験することによって取り出した二つの数量の変化や対応の様子から関数 $y = a x^2$ とみなし、周期を1秒にするにはどうすればよいかを考えることができる。

(2) 準備物

教科書「中学校数学3」学校図書、ノート、ノート貼付用の実験結果記録用紙、おもり（全長100cmで、10cm間隔の印を書いたたこ糸をつけたもの）、ストップウォッチ、電卓、ワークシート(表、グラフ用紙を印刷したもの)
全グループの実験結果をまとめた模造紙、既習事項確認ボード（一次関数と2乗に比例する関数の式と表の特徴をまとめたもの）、ホワイトボード、マーカー、ラミネートしたA3版グラフ用紙、小テスト

(3) 学習の展開（全2時間扱い、本時は【展開3】からの1時間）

学習活動	指導上の留意点（◇） （◆「努力を要する」状況と判断される生徒への指導の手立て）	評価規準 （評価方法）
【導入】 ○振り子の周期とは何かを知る。	◇振り子の動きを見せる。 ◇行って戻ってくるとき、元の位置に戻るまでの時間が周期であることを説明する。	
【展開1】 <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> 本時のめあて：周期が1秒の振り子の作り方を考えよう </div>		
○振り子の周期は何によって変わるのかを考える。 ○代表実験を観察して確かめる。 ○振り子の周期は長さによって変わることを知る。	（予想される反応） ・振り子の角度を大きくすれば周期が長くなるだろう。 ・振り子の重さを大きくすれば周期が長くなるだろう。 ・振り子の長さを長くすれば周期が長くなるだろう。 ◇角度の違い、重さの違い、長さの違いがはっきりするような代表実験を行い、振り子の長さにより、周期が変化することを理解させる。	
【展開2】 ○振り子の長さによって周期がどのように変わるか実験をし、表にまとめる。	◇3～4人のグループで実験をする。3～4人の中で、振り子振り、計時、記録、カウントの係分担をしておく。 ◇1往復だけの計測では誤差が出やすいので、10往復から平均を出し、1/100秒までを求めさせる。 ◇角度を大きくすると誤差が出やすいので振り子を垂らしたときの糸の線に対して45°の角度で手を離すようにさせる。最初の1往復が終わった時点からタイムを計らせる。	

◇ノートに実験結果を記録させる。終わった班から、黒板の模造紙の表にデータを記入させる。

長さ(cm)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
1班周期(秒)									
2班									
3班									
4班									
5班									
6班									
7班									
8班									

(本時はここより)

【展開3】

本時のめあて：関数を活用して周期が1秒の振り子の長さを求めよう

○実験結果をもとに、長さと周期の関係をグラフや式で表し、周期が1秒の振り子を作るには何cmにすればよいか求める。

◇前時の各班のデータから出したクラスの平均値を示し、それを使用して考えさせる。
(データの平均値は次のように予想される)

長さ(cm)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
周期(秒)		0.63	0.89	1.10	1.26	1.41	1.55	1.67	1.79	1.89

◇自力解決の時間を取る。表をもとにグラフを書き、式を求めて長さと周期の関係を考えさせる。そして、周期が1秒の振り子を作るには何cmにすればよいか求めさせる

◇関数 $y = a x^2$ の a の値は、小数第1位を四捨五入して求めさせる。

◆直線のグラフと見る者がいれば、0cmのときの周期が0秒になることを示し、直線ではないことを確認する。

◆式に既知の値を代入するとき、 x と y のどちらに代入すればよいかは、単位に注目して考えさせる。

◇グループで意見を交流する時間を取り、グループとしてどのように解決したかをホワイトボードにまとめさせる。グループの活動が活発になるように、4人の中で、司会、記録、発表、補助の係分担をしておく。

◇各グループでまとめた意見を発表させる。

<p>○長さ 25cm ならば，周期が 1 秒になることを代表実験により確かめる。</p>	<p>(予想される意見)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・周期を χ 秒，長さを y cm として書いたグラフを放物線であると判断し，関数 $y = a \chi^2$ に既知の値を代入して $y = 25 \chi^2$ という式を求め，$\chi = 1$ を代入して周期 1 秒のときの長さ 25 cm を求めている。 ・グラフが放物線であるという根拠を，表の特徴から述べる。 <p>◇長さ 25cm の振り子を 10 往復させ，10 秒かかることをストップウォッチで計測して確かめる。</p>	<p>【見方・考え方】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・具体的な事象から取り出した二つの数量の関係が関数 $y = a \chi^2$ であるかどうかを判断し，その変化や対応の特徴をとらえ，説明することができる。(行動観察)
<p>【まとめ】</p> <p>○小テストで，本時の目標が達成できているか確認をする。</p>	<p>◇小テストの問題は以下の内容で構成する。</p> <ol style="list-style-type: none"> ①長さ と 周期の表とグラフから，関数 $y = a \chi^2$ の式を求める。 ②式が分かっているとき，それを用いて周期 2 秒のときの振り子の長さを求める。 ③本時の学習で分かったこと（どのようにすれば，周期 1 秒の振り子の長さを求められるのか）と，感想を書く。 	

(4) 板書計画

本時のめあて

関数を活用して周期が 1 秒の振り子の長さを求めよう

(表)

長さ(cm)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
周期(秒)		0.63	0.89	1.10	1.26	1.41	1.55	1.67	1.78	1.89

(グラフ)

(式)

ホワイト
ボード

ホワイト
ボード

ホワイト
ボード

ホワイト
ボード

周期が 1 秒の振り子の長さは何 cm か求めなさい。