

中学校第3学年 数学科学習指導案

単元名：関数 $y = ax^2$

単元について

中学校において、関数の学習内容は次の通りである。

第1学年で、具体的な事象をもとにして、二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例・反比例の関係を見だし、対応表・式・グラフなどに表し、それらの特徴を考察する。

第2学年では、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して一次関数について考察し、関数関係についての理解を深める。その中で、変化の割合とグラフの特徴を理解するとともに、一次関数の利用や二元一次方程式を関数を表す式としてとらえることを学習する。

第3学年では、具体的な事象の中で、関数 $y = ax^2$ としてとらえられるものがあることを知り、そのグラフの特徴と関数のとる値の変化の割合について考察する。関数 $y = ax^2$ の学習は、比例・反比例及び一次関数以外の関数として取りあげ、一次関数 $y = ax + b$ と比較して関数 $y = ax^2$ のグラフや変化の割合について考察し、関数的な見方・考え方を深めることが中心になり、二次関数としての取り扱い、高等学校の内容である。

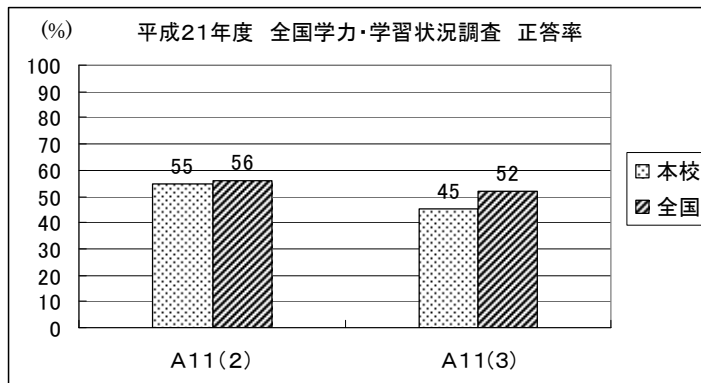
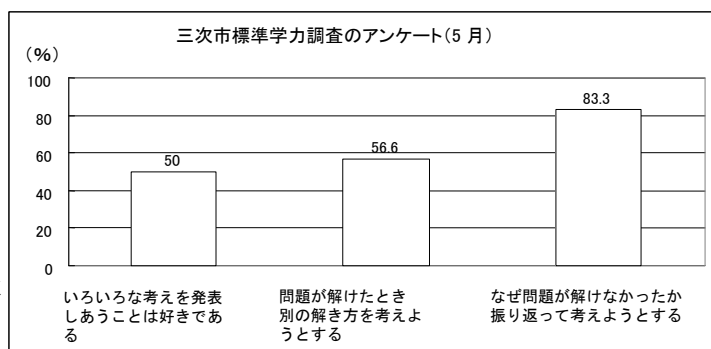
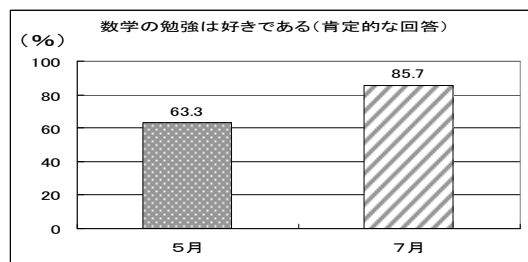
調査結果からみる課題

<生徒観>

5月に行った三次市標準学力調査のアンケートで、「数学の勉強は好きである」の肯定的な回答が63.3%であったが、二次方程式の単元の事前アンケートでは、肯定的な回答が85.7%となり、数学の勉強が好きである生徒が増えていることがわかる。また、5月のアンケートの中で、「いろいろな考えを發表しあうことは好きである」や「問題が解けたとき別の解き方を考えようとする」という質問の肯定的な回答が半数程度で、既習の内容を基にして様々な考えをもととしっかり考えていないことがわかる。しかし、「なぜ解けなかったか振り返って考えようとする」という質問の肯定的な回答は83.3%で、振り返って理解しようとしている生徒が多くいることがわかる。

平成21年度全国学力・学習状況調査では、A問題①(1)の正答率が86%に対して、(2)の正答率が55%、(3)の正答率は45%とともに全国の正答率を下回っている。このことから、不足した表の情報から内容を正しく読み取ったり表と式を相互に関連づけたりして、数学的に考察し処理することができていない生徒が多くいることがわかる。

しかし、三次市標準学力調査の結果においても、数量関係の領域の問題の本校の正答率は、77%で、三次市の正答率72.4%をわずかに上回っている。また、全国学力・学習状況調査のA問題の数量関係の正答率は65.5%で、全国の正答率56.2%を大きく上回っていることから、基礎的な知識や技能については理解できていると考える。



また、三次市と本校の観点別正答率を比較したグラフが右の通りである。数学への関心・意欲・態度に少し課題が見られ、問題解決の場面で、自ら解き方を見いだそうと考えていないことや、自分なりの考えをもととしていないことがわかる。

これは、アンケートの結果とも一致する課題といえる。

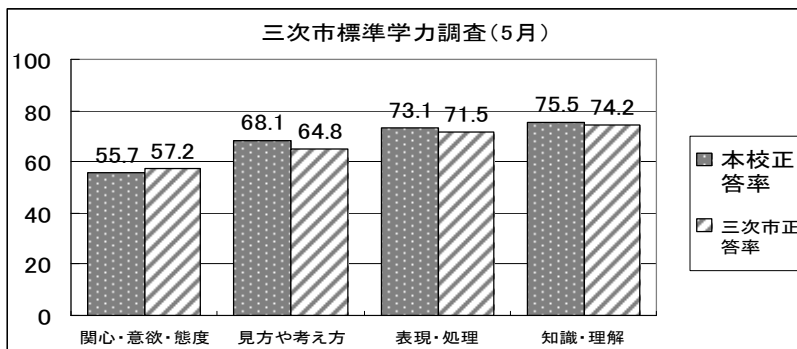
<誤答分析から>

平成 21 年度全国学力・学習状況調査の結果分析から、次のことが課題と考えられる。まず、不足した表の情報から内容を正しく読み取り、それを基にして既習の内容を活用して表や式に表すことができていないと考えられる。また、表と式を相互に関連づけたりして、数学的に考察し処理することができていないと考えられる。

その結果、関数における条件をもとに式に表すことができ、事象を数学的に考察し、処理する力、および、具体的な事象からともなって変わる数量をとらえ、変化や対応の特徴から関数の関係を式に表す力に課題がある。

<指導上の課題>

表と式を相互に関連づけて、既習の内容を活用し数学的に考察し処理する指導が不十分である。そして、具体的な事象を取り上げる際、ともなって変わる数量を自ら見いださせ、関数関係を考察させる指導が不十分である。また、関数関係を見いださせる際、生徒自ら見つけようと試行錯誤させたり、様々な考えを比較検討させたりする授業になりえていない。



指導改善のポイント

(1) 指導内容・指導方法について

- ・ 生徒自ら見いだそうと考えさせる「既習の数学を基にして発展させる数学的活動」を計画的に取り入れる。
- ・ 事象の中のともなって変わる数量をとらえ、関数関係を表と式を関連づけ数学的に考察したことを表現させる。

(2) 「ことばの教育」との関連

「言語技術」を活用した指導を通して、生徒に付けたい力は次の通りである。

□ 具体的な事象の関数関係を式で表す場面

- ・・・・■ともなって変わる数量を見だし自分の考えを書く力
- 互いの考えを比較検討しわかりやすくまとめて<書く・話す>力

単元の目標

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形などについての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> ・具体的な事象や場面の数量関係に関心を持ち、その考察に関数 $y = ax^2$ を用いて、問題解決しようとする。 ・関数 $y = ax^2$ の特徴を表、式、グラフなどを用いて調べようとする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・関数 $y = ax^2$ の特徴を表、式、グラフなどを用いて、対応や変化の様子から考察できる。 ・具体的な事象の中から二つの数量関係をとらえ、変化や対応について数理的にとらえ、見通しをもち論理的に考察できる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・関数 $y = ax^2$ の関係を表、式、グラフで表したり、その特徴を読み取ったりすることができる。 ・関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求めることができる。 ・関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフを用いて、具体的な事象を表現することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・関数 $y = ax^2$ の意味を理解している。 ・関数 $y = ax^2$ のグラフや変化の割合などの特徴を理解している。 ・具体的な事象の中で、関数 $y = ax^2$ の使い方を理解している。

指導と評価の計画

(全 16 時間)

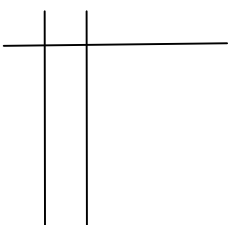
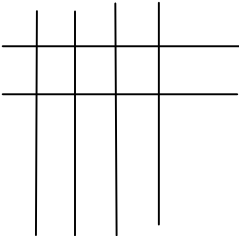
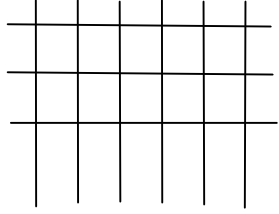
次	学習内容 (時数)	評 価				評 価 規 準	評価方法
		関	考	表	知		
一	・ 2 乗に比例する関数(1) 指導改善のポイント②	○			◎	・ 具体的な事象の中で二つの数量を取り出し、その関係に関心をもち、操作、実験などを通して関数 $y = a x^2$ を見だし、考察しようとする。 ・ 事象の中には、関数 $y = a x^2$ の形で表されるものがあることを知り、 y は x^2 に比例する関係であることを理解している。	行動・発言 ノート ワークシート
	・ 関数 $y = a x^2$ (3) 表と式を関連づけてとらえる。与えられた条件から既習の内容を活用して式に表す。具体的な事象の関数関係を考察する。(本時 3 / 3) 指導改善のポイント①②	○		◎		・ 具体的な事象の中の二つの数量の関係を調べ、対応の決まりを式で表し、 $y = a x^2$ で表すことができる関数について考察することができる。 ・ 具体的な事象の中の二つの数量について、関数 $y = a x^2$ の関係にあるものを式に表すことができる。	行動・発言 ノート ワークシート
二	・ 関数 $y = x^2$ (1) $y = x^2$ のグラフをかいてその特徴を見つける。	○			◎	・ 関数 $y = x^2$ のグラフに関心をもち、その特徴を調べようとする。 ・ 関数 $y = x^2$ について、表、グラフを表現することができる。	行動・発言 ノート ワークシート
	・ 関数 $y = a x^2$ (2) $y = a x^2$ のグラフをかいて、それらのグラフを考察する。 指導改善のポイント①②			◎	○	・ 関数 $y = a x^2$ について、表、グラフで表現することができる。 ・ 関数 $y = a x^2$ について、 a の変化によりグラフがどのように変わるかを考察できる。 ・ 関数 $y = a x^2$ のグラフの形、 a の意味及び a の変化でグラフがどう変わるのかを理解している。	
	・ 関数 $y = a x^2$ の値の変化(4) 変化の割合について理解する。式と表とグラフを関連づけて考察する。 指導改善のポイント①②	○		◎	○	・ 関数 $y = a x^2$ の変化に関心をもち、関数の値の変化の割合を求めようとする。 ・ 関数 $y = a x^2$ の関数の値の変化の割合を求めると及び変化の割合から関数の増加・減少をとらえることができる。 ・ 関数 $y = a x^2$ の関数の値の変化の割合について理解している。 ・ x の変域に関する y の変域を求めることができたり、グラフで表現することができたりする。	
四	・ 放物線と直線 (4) 具体的な事象の関数関係を見だし、表やグラフを利用して解決することができる。 指導改善のポイント②		◎		◎	・ 関数 $y = a x^2$ について、表・式・グラフなどを用いて考察することができる。 ・ 実生活の中の事象で関数 $y = a x^2$ の関係にあるものを見だし、関数 $y = a x^2$ の式やグラフを活用しようとする。 ・ 関数 $y = a x^2$ の表・グラフ・式の特徴を活用して問題解決できる。 ・ 関数 $y = a x^2$ の特徴を活用できることを理解している。	行動 ノート ワークシート
五	・ まとめ(1)						ワークシート

本時の学習

(1) 本時の目標

具体的な事象の中の二つの数量について、関数 $y = a x^2$ の関係にあるものを式に表すことができる。

(2) 本時の学習展開

学習活動	指導上の留意事項	評価規準	評価方法
1 既習の内容を復習する。			
○関数 $y = a x^2$ の式、表について想起する。	○前時までの学習内容をもとに、見通しをもたせる。		
2 本時の課題を把握し、見通しをもつ。			
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <p>横に1本、縦に2本の直線を引く操作を1回として、この操作を何回も下の図のように繰り返します。操作回数が x 回するとき、交点の個数を y 個とするとき、y を x の式で表しなさい。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>1回目</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>2回目</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>3回目</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>...</p> </div> </div> </div>			
○具体的な事象の様子を理解する。	○場面を把握させるため、シミュレーションをして図を描いていくことで、イメージをもたせる。		
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">ともなって変わる二つの数量を確認しよう。</div>			
○横に1本、縦に2本直線を引く操作回数(x 回)とそのときできる交点の個数(y 個)との間に関数関係があることを確認する。	○生徒にともなって変わる数量を見いだし、表現させる。		
3 関数関係をとらえ、表をもとにして式に表す。			
<p><本時の目標></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center;">具体的な場面で、ともなって変わる数量の関係を、式で表そう。</p> </div>			
○ x と y の関係を、式に表す。 <個人思考> 各自、図を描いて交点の個数を数えて表を完成する <ペア学習> ・表の値を確認しあう。	○まず表を書かせることで、どのように変化するか見通しをもたせる。 ○図を描いたものを基に、交点の個数を数えさせ、表を完成させる。		

x(回)	0	1	2	3	4	5
y(個)	0	2	8	18	32	50

○表を基に規則性を見だし、式に表す。

<個人思考>

表から式を考えると、どのように考えたか振り返る。

<グループ学習>→<全体交流>

- ・自分の考えを基にして、他の生徒と考えを交流し、解き方を比較検討する。
- ・どうしてそのような考え方をしたのかを説明できるようにする。
- ・ホワイトボードに各グループの考えを書く。
- ・いくつかのグループの考えを発表し合う。

* $x = 0$ のとき $y = 0$ だから比例になる。

* x が 2 倍、3 倍になると y が 2^2 倍、 3^2 倍になっているので 2 乗に比例する関数だ。
(表を横に見て、既習の内容を活用して 2 乗に比例する関数であることを見いだす)

* $y = ax^2$ だから、 $y \div x^2$ で比例定数の a がわかる。(表から $y \div x^2$ が一定で比例定数と一致したことを活用する)
 $x = 1$ のとき $y = 2$ だから、 $2 \div 1^2 = 2 \div 1 = 2$ したがって、
 $y = 2x^2$
他の値のときに x に数値を代入しても成り立つことを確認する。

○表の確認を全体で行う。

○既習の内容を黒板から想起させ、表から式を考えると、 y が x の 2 乗に比例する場合はどんな特徴があったか気づかせる。

○見つけ出そうとしていたり、既習の内容を使おうとしていたりする生徒に肯定的評価をする。

ともなって変わる数量を見だし
自分の考えを書く力

○表から式を求めるときは規則性を見つけて考えたことを思い出させる。

○ホワイトボードにグループで比較検討した意見をまとめさせる。(どうしてそのような考えをしたのかという根拠の説明を加えさせる。)

○全体で説明するとき、わかりやすく表現できるように工夫させる。

○生徒の表現をつないで、比較検討した考えを板書に残す。

互いの考えを比較検討しわかりやすくまとめて<書く・話す>力

○誤答が出てきた場合は、それを取り上げ、どこに誤りがあるのか考えさせ、キーポイントにして考えさせる。

○各グループの考えを分類し、いくつかのグループの解決方法を発表させる。また、説明する生徒の言葉を用いて解決方法を整理させる。

○既習の内容を活用して解法を見だし、比較検討することにより、互いの考えをつないで解決する数学のよさに気づかせる。

授業改善のポイント

- ・既習の内容を使い自分の考えをもたせる。
- ・生徒の考えを基にグループや全体で考えを練り上げる。
- ・生徒の表現をつないで解決方法を整理する。
- ・根拠を明確にしてわかりやすく説明させる。

4 今日の学習の「具体的な場面で関数関係をとらえ、式に表した過程」を振り返る。

○類似問題により、理解できているかを確認する

この課題で操作回数が x 回のとき、できた直角の個数を y 個とすると、 y を x の式で表してください。

x	0	1	2	3	4
y	0	8	32	72	128

$$y = 8x^2$$

○ペアトークで、今日わかったことを確認しあう。

○類似問題により各自理解度を確認させる。

○わかったことを言葉で表現させることで本時の内容を再確認させる。

具体的な事象の中の二つの数量について、関数 $y = ax^2$ の関係にあるものを式に表すことができる。

ワークシート