

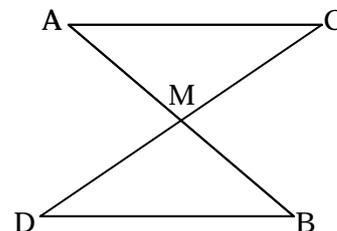
教科に関する調査の設問別の分析結果

平成21年度全国学力・学習状況調査 中学校数学

【問題】B4(1)

右の図のように、線分 AB と線分 CD がそれぞれの中点 M で交わっています。このとき、 $AC \parallel DB$ となることを、次の証明の方針にもとづいて証明しなさい。

証明の方針 $AC \parallel DB$ を証明するには $\angle MAC = \angle MBD$ を示せばよい。
 そのためには $\triangle AMC \cong \triangle BMD$ を示せばよい。
 仮定の $AM = BM$, $CM = DM$ を使うと示せそう。



【出題の趣旨】

提示された方針に基づいて証明することが求められる。提示された方針をもとに、三角形の合同を示すために必要なことを見いだして、証明を書くことができるかどうかをみるものである。

【学習指導要領の内容】

第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

ア 証明の意義と方法について理解すること。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

B4(1)	通過率(%)
本校(H21)	33.9
県(H21)	39.1

解答類型	1	2	3	4	5	6	7	8	9	無解答
本校(H21)	23.7	1.7	8.5	0.0	0.0	0.8	11.0	6.8	15.3	32.2
県(H21)	29.4	2.7	7.0	0.0	0.0	3.0	12.1	9.5	14.7	21.6

具体的な類型方法については別紙

この問題を解くために必要な力

提示された方針に基づいて証明を書く力。
 証明を完成させるために必要なことを見いだす力。

誤答分析

証明のおおまかな筋道がわかっているにもかかわらず、なぜその2つの角や2つの辺が等しいのか、根拠が書かれていない。

数学用語や記号をきちんと使えていなかったり、三角形の合同条件を覚えていなかったりする。
 証明とは何なのか、概念がつかめていない。

調査結果の分析をふまえた指導改善のポイント

【単元名】 図形の調べ方

調査結果からみる課題

【課題となる力】

証明の意義と方法を理解し、平面図形の性質を論理的に確かめていく力

【指導上の課題】

平行線や角の性質に基づいて、図形の性質を確かめ説明していく活動が不十分で、後の三角形の合同条件を使った証明にかかれていない。

指導改善のポイント

既習の図形の性質を十分理解させ、証明の筋道を明確にしたうえで、ひとつひとつの証明をしっかりと書かせる指導。

【指導の工夫】

結論を導くために問われていることを整理したり、既習の図形の性質や関係の中のどれが使えるか考えたりするなど、見通しをもって証明に取り組みさせる。

証明の方針にもとづいて、根拠を明らかにして証明を「書く」活動を充実させる。

結論を導くために問われていることを整理したり、既習の図形の性質や関係の中のどれが使えるか考えたりするなど、見通しをもって証明に取り組みさせる。

学習した図形の性質の確認をつねに行い、どれがこの証明に使えるかとか、結論を導くには何がいえるとよいかなど証明の方針を立てる活動を取り入れる。

証明の方針にもとづいて、根拠を明らかにして証明を「書く」活動を充実させる。

学習した図形の性質や数学用語を繰り返し復習して、証明の根拠となる知識の定着を図り、根拠をしっかりと書けるようにする。

示された証明の方針と照らし合わせて、筋道立てて書かれているかを確認する。

中学校第 2 学年 数学科学習指導案

単元名：図形の調べ方

単元について

小学校での図形学習は、具体的な操作活動や観察などを通して、基本的な図形について理解し、図形への興味や関心を持たせている。中学校第 1 学年では、直感的な取り扱いや操作的な活動を通して、図形や空間についての理解を深めるとともに、論理的な考察と論証及びそれを表現することへの関心や意欲を高めるようにしてきている。中学校学習指導要領解説数学編によると、第 2 学年の図形領域の目標として、「三角形や四角形の性質などを観察、操作や実験などの活動を通して見だし、それを論理的に確かめることができるようにする。特に、いくつかの事例で成り立っていることが、一般的に成り立つことを明らかにするのに、証明という概念が必要であることを理解できるようにする」ことを挙げている。

本単元では、まず平行線と角の関係を学び、それらを根拠として三角形や多角形の内角の和、外角の和について考え、論証や推論を経験させていく。さらに三角形の合同条件について学び、それをまとめたものを使って「証明」の概念を学んでいく。つまり、「仮定から出発し、すでに正しいと認められたことがらを根拠に使う、結論を導く」ということを経験させ、このような推論の進め方に慣れさせていく。

図形の性質を調べる方法として、実験や実測による方法は、法則の発見には役立つこと、そしてそれを確かめるには演繹的な方法が必要であることをしっかりと理解させたい。

調査結果からみる課題

B 主として「活用」に関する問題 4 (1)

(1) 問題の概要

2 直線が平行となることを、三角形の合同を利用して証明する問題である。

(2) 出題の趣旨

提示された方針にもとづいて証明することが求められる。提示された方針をもとに、三角形の合同を示すために必要なことを見いだして、証明を書くことができるかどうかをみるものである。

(3) 誤答の分析

- ・ 証明のおおまかな筋道がわかっているが、なぜその 2 つの角や 2 つの辺が等しいのか、根拠が書かれていない。
- ・ 数学用語や記号をきちんと使えていなかったり、三角形の合同条件を覚えていなかったりする。
- ・ 証明とは何なのか、概念がつかめていない。

指導改善のポイント

(1) 指導内容・指導方法について

調査結果から、証明の意義と方法を理解し、平面図形の性質を論理的に確かめていく力が十分でないことがわかる。これまでの指導を振り返ると、三角形の合同条件を使った証明問題の場面で十分に証明の意義や方法が理解されないまま次々と新しい問題に進み、その結果「証明がわからない」生徒が増えてしまったのではないかと危惧する。

そこで指導にあたっては、図形の学習に入ったときから「証明」の概念形成を目指し、常に仮定や結論、根拠を明らかにして問題に取り組みさせていく。例えば角度を求める問題などでも、どうやって求めたのかその方法をしっかりと記述させ評価していく。求め方が多様な問題など、生徒が取り組みたくなるような教材の開発を進めていきたい。

また、数学用語や記号を確実に習得させ正しく用いて説明を記述できるよう繰り返し練習させていきたい。

(2)「ことばの教育」との関連

平行線や角の性質、三角形の合同条件等を根拠として、推論の過程を正確に分かりやすく表現していく。

単元の目標

数学への興味・関心・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量・図形についての知識・理解
<p>「対頂角は等しい」など、直感的にわかることがらを、筋道を立てて説明しようしたり、多角形の内角の和や外角の和について求めようしたりする。また、三角形の合同条件について考えたり、三角形の合同条件を使って論理的に考察を進めようしたりする。</p>	<p>三角形の内角・外角と多角形の外角の和を演繹的に導くことができ、多角形の内角の和は帰納的に導くことができる。また、三角形の合同条件を導くことができ、2つの三角形が合同かどうかを合同条件を用いて考察することができる。仮定からすでに正しいことがらを根拠にして、結論を導く証明の筋道を考えることができる。</p>	<p>対頂角、同位角、錯角の大きさを求めることができ、2直線の平行な関係を角の関係を使って説明できる。また、多角形の内角・外角の大きさを工夫して求めることができる。三角形の合同条件を用いて、合同な三角形の組に分けることができる。</p>	<p>対頂角、同位角、錯角の意味や平行線と角の関係、多角形の内角・外角の求め方について理解している。合同な図形の性質や三角形の合同条件、証明の意味や、仮定、結論、証明の道筋について理解している。</p>

指導と評価の計画

(全17時間)

次	学習内容(時数)	関 考 表 知				評 価 規 準		評価方法
		関	考	表	知	評 価 規 準	評 価 規 準	
—	1 角と平行線 (3)					観察、操作や実験を通して、対頂角の性質、平行線の性質、平行線になる条件について理解し、それらを活用することができる。	生徒観察 ノート	
	2 多角形の角 (4)					三角形の内角・外角の性質、多角形の内角の和や外角の和について理解し、それらを活用することができる。	生徒観察 ノート	
	3 三角形の合同 (3)					合同な図形の性質、三角形の合同条件について理解し、簡単な場合に三角形の合同条件を利用することができる。	生徒観察 ノート	

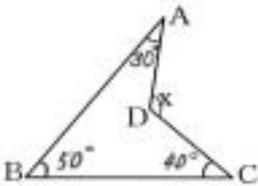
	4 ブーメラン型の四角形の角(2) 本時 11 / 17			角度の求め方を考え、既習の定理を用いて求め方の説明を書くことができる。	生徒観察 評価問題
二	1 証明とそのしくみ(2)			証明の意味と仮定から結論を導く証明のしくみについて理解することができる。	生徒観察 ノート
	2 合同条件と証明の進め方(1)			三角形の合同条件を使って、簡単な図形の性質を証明することができる。	
三	1 章のまとめ(2)			この章で学習した内容をまとめ、理解の確認を行う。	ノート 評価問題

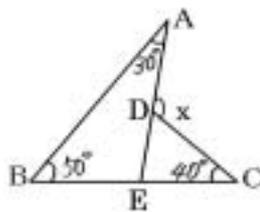
本時の学習

(1) 本時の目標

角度を求めるためにその求め方の方針を立て、根拠の明確な説明をすることができる。

(2) 本時の学習展開

学習活動	指導上の留意事項	評価規準	評価方法
○ 既習事項を想起する。(5分)	<ul style="list-style-type: none"> 既習の図形の性質を、図を見て確認する。(対頂角、平行線と錯角・同位角、三角形の内角の和、三角形の外角、多角形の内角の和) ここで使った図はそのまま掲示しておく。 		
1 課題を把握する			
○ 課題を提示する。(2分)	<p>次のブーメラン型の四角形で、$\angle x$の大きさは何度だろうか。</p> <div style="text-align: center;">  </div>		
○ 予想してみる。 ・ 100° くらいかな。 ・ 130° ではないか。			
2 解決の見通しを立てる			
○ どのように考えれば x の大きさを求めることができるか求め方の方針を立てる。(8分)	<ul style="list-style-type: none"> 補助線を図の中に入れてみて、掲示してあるどの図形の性質を使うことができそうか考えさせ 		



【求め方の方針】

- ①学習した図形の性質のうち、どれが使えるか考え、補助線DEを引く。
- ② $\angle x$ は、 $\triangle DEC$ の外角であることから、 $\angle DEC$ の大きさがわかればよい。
- ③ $\angle DEC$ は $\triangle ABE$ の外角になっている。

る。
 ・補助線をひくことで三角形ができることが、解決のポイントになることを押さえる。
 ・求め方の方針が決まれば、その根拠となる図形の性質や式を使って筋道立てて書いていくよう促す。

3 自力解決をする

- 求め方の方針を考えて、 x の大きさを求める方法を考えて書く。(10分)

・ワークシートを配布し、 x を求める方法を考えさせる。
 ・迷っている生徒が多いようであれば、考えが書けている生徒からヒントを出させたり、近くの生徒に相談させたりする。
 ・他の考えが出ていたら、説明できるように準備をさせておく。

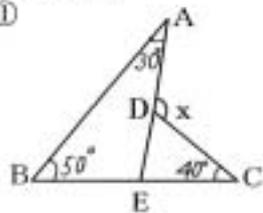
既習の定理を用いて角度の求め方を考えている。

ワークシート
生徒観察

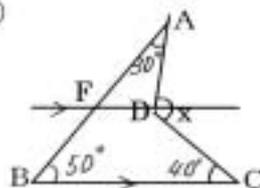
4 考えを深める

- x を求める方法を発表し合う。(20分)

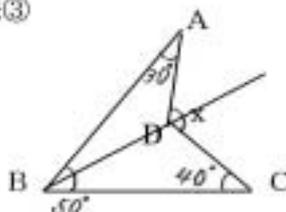
方法①



方法②



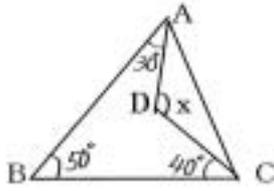
方法③



・方法②以降は補助線の入った図だけ提示してどのような方針で求めようとしているか全体に考えさせる。
 ・筋道を立てて求め方を説明していけるよう、説明を支援していく。
 ・考えに無駄がないか、式による表現は適切であるかなど確認していく。
 ・発表が少ないようであれば、近くの席の人と相談し合うよう指示する。

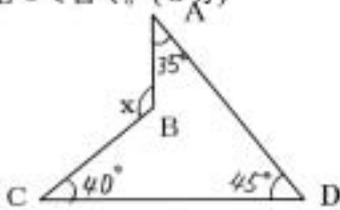
生徒観察

方法④



5 学習のまとめを行う

○ 自分の考え以外の方法で x を求める方法を、求め方の方針に沿って書く。(5分)



・本時で使った図形の性質だけの
掲示を黒板に残す。

既習の定理を用
いて角度の求め
方を考えてい
る。

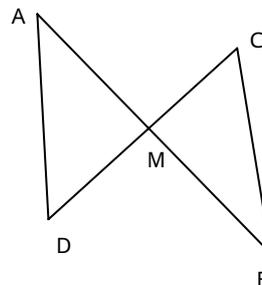
ワークシ
ート

検 証

検証の方法

平成二十一年度全国学力・学習状況調査 B - 4 (1) 「証明の方針をよみ，方針にもとづいて証明することができるかどうかをみる」問題に類似した評価問題を，単元終了時に実施した。

問題 右の図のように，線分 AB と線分 CD がそれぞれの中点 M で交わっています。このとき， $AD \parallel CB$ となることを，証明してください。



証明の方針 $AD \parallel CB$ を証明するには $\angle MAD = \angle MBC$ を示せばよい。

そのためには $\triangle AMD \cong \triangle BMC$ を示せばよい。

仮定の $AM=BM$ ， $DM=CM$ を使うと示せそうだ。

証明の方針にもとづいて， $AD \parallel CB$ となることの証明を完成しなさい。

証明 $\triangle AMD$ と $\triangle BMC$ において，

合同な図形の対応する角は等しいから， $\angle MAD = \angle MBC$ したがって，錯角が等しいから， $AD \parallel CB$

検証結果

証明全体を正確に記述できた生徒は 5.7% であった。十分ではないが，証明の筋道が正しいと分かるものでは，「仮定より」が記述されていない (6%)，「 \angle 」がぬけている (1%)，「対頂角が等しいので」がぬけている (4%) といったものが見られた。

誤答としては，合同条件がまちがっている (6%)，結論がないもしくはまちがっている (6%)，平行四辺形の性質を間違っって使っている (1%)，「仮定より $AM = BM$ ， $DM = CM$ 」までしか書けていない (7%) 無解答 (12%) があつた。

分析・考察

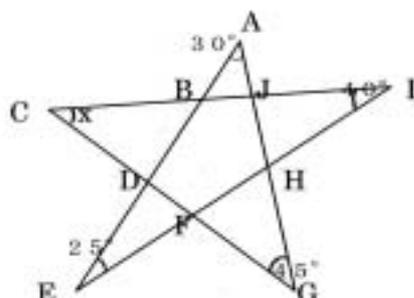
平成二十一年度全国学力・学習状況調査と比較すると，筋道が正しい証明が書けた生徒は 33.9% から 68% と伸びている。見通しを持って証明を考えていく活動や，学習した図形の性質や定義など証明の根拠となるものを適切に「書く」活動を取り入れたことは効果があつた。ただし，証明の学習をしてすぐの検証であるので，定着させる工夫が必要である。

基本的な証明の問題にもかかわらず，誤答や無解答が依然多い。三角形の合同条件の意味，証明とは何か，といった根本的な疑問が生徒の思考の中で解決されておらず，証明の記述パターンにいかにはめていくかといった活動に終始してしまっている状態もある。また，筋道立てて考えることに対して難しいと感じてしまい，前向きに学習できていない生徒もいることも大きな課題である。

自分の考えを自分の言葉で豊かに表現させていくためには，生徒の主体的な学習になるような指導をしていきたい。証明すること，筋道を立てて考えることそのものに魅力を感じることができるような指導の形態，教材開発の研究をしていく必要がある。

評価問題

問題 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めます。



$\angle x$ の大きさを求めるために、次の方針で考えていくことにしました。

【方針】

- ① $\angle x$ の大きさを求めるには、 $\triangle CDB$ に着目すれば学習した図形の性質を使って求められそうだ。
- ② そのためには $\angle CBD$ と $\angle CDB$ の大きさがわかればよい。
- ③ $\angle CBD$ は $\triangle BEI$ の1つの外角になっている。
- ④ $\angle CDB$ は $\triangle ADG$ の1つの外角になっている。

この方針にもとづいて、 $\angle x$ の求め方の説明を書きなさい。

$\triangle BEI$ で、 $\angle E=25^\circ$ 、 $\angle I=40^\circ$ で、

[]ので、
 $\angle CBD=()^\circ + ()^\circ = ()^\circ$ となる。

$\triangle ADG$ で、 $\angle A=30^\circ$ 、 $\angle G=45^\circ$ で、

[]ので、
 $\angle CDB=()^\circ + ()^\circ = ()^\circ$ となる。

したがって、 $\triangle CDB$ で、

[]なので、
 $\angle x=()^\circ - \{ ()^\circ + ()^\circ \} = ()^\circ$
 となる。