

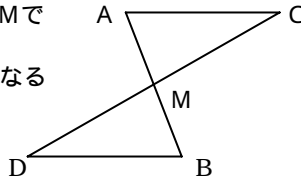
## 教科に関する調査の設問別の分析結果

平成 21 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学 B 4 (1)

4 大貴さんは、次の問題を考えています。

問題

右の図のように、線分  $AB$  と線分  $CD$  がそれぞれの中点  $M$  で交わっています。  
このとき、 $AC \parallel DB$  となることを証明しなさい。



(1) 大貴さんは、次のような証明の方針 1 を考えました。この証明の方針 1 にもとづいて、 $AC \parallel DB$  となることの証明を完成しなさい。  
証明の方針 1

- 1  $AC \parallel DB$  を証明するためには、 $\angle MAC = \angle MBD$  (錯角が等しい) を示せばよい。
- 2  $\angle MAC = \angle MBD$  を示すためには、 $\triangle AMC \cong \triangle BMD$  を示せばよい。
- 3 仮定の  $AM = BM$ ,  $CM = DM$  を使うと、 $\triangle AMC \cong \triangle BMD$  が示せそうだ。

証明は省略

### 【出題の趣旨】

証明の方針を読み、次のことができるかどうかをみる。

- ・方針にもとづいて証明すること

### 【学習指導要領の内容・領域】

第 2 学年 B 図形

- (2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。
  - ア 証明の意義と方法について理解すること。
  - イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

	正答率
本校	35.6
広島県	39.1
全国(公立)	41.1

解答類型	1	2	3	4	5	6	7	8	左記以外	無解答
本校の割合 (%)	19.0	7.1	9.5	0.0	0.0	4.8	16.7	9.5	21.4	11.9

### この問題を解くために必要な力

証明の方針を立てる(構想する)力  
立てた方針にもとづいて証明を書く力

### 誤答分析

解答類型 6 (根拠に誤りがあるもの) について

根拠となる図形の性質(対頂角・三角形の合同条件など)が理解できていないと考えられる。また、問題で与えてある条件が仮定として読み取れていないとも考えられる。

解答類型 7 (仮定として結論の  $AC \parallel DB$  を用いているもの) について

証明における仮定と結論の意味を理解していないと考えられる。

解答類型 8 ( $\triangle AMC = \triangle BMD$  や  $\triangle AMC \cong \triangle BMD$  の記述がないもの) について

結論を導くための大まかな見通しを立てることもできないと考えられる。

様式例 2

調査結果の分析をふまえた指導改善のポイント  
平成 21 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学 B 4 (1)

【単元名】 4 章 図形の性質の調べ方

調査結果からみる課題

【課題となる力】

証明の方針を立てる（構想する）力  
立てた方針にもとづいて証明を書く力

【指導上の課題】

結論を導くためには何が必要かを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだしたりするなどの**証明の方針を立たせる指導**が不十分である。

立てた方針にもとづいて、方針に示した事柄を数学の記号で正しく表したり、これらが成り立つ根拠を明らかにしたりしながら、証明を書こうとする習慣が十分身に付いていない。

指導改善のポイント

証明の学習において、証明の方針を立てることを重視し、その方針にもとづいて証明が書けるようにする。

【指導の工夫】

結論から仮定、仮定から結論の両方向から考えて、証明の方針を立てる活動を取り入れる。

証明に用いる事柄について立てた方針を参照しながら証明に用いるものを整理し、その事柄の根拠を明らかにして証明を書く活動を取り入れる。

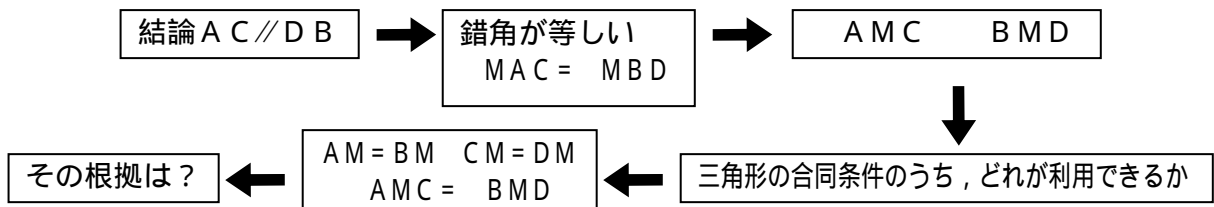
証明の方針を立てる活動を取り入れる。

問題文を読み取る。 → 仮定と結論をつかむ

問題文にあてはまる図を生徒個々が作図する。 → 証明の意義を理解する

作図した図の中の仮定と結論を確認する。（しるしを入れる、色分けをするなど）

結論から仮定の方向で証明を考える。



立てた証明の方針を、仮定から結論の方向で見直す。

方針にもとづいて証明を書く活動を取り入れる。

小グループごとにホワイトボードに証明を記入し、それぞれの証明の見直しや評価を合わせる。その後、個人でワークシートに証明を書く。

## 中学校第 2 学年 数学科学習指導案

### 単元名：図形の性質の調べ方

#### 単元について

中学校学習指導要領では、第 2 学年の『図形』に関する目標及び内容について、次のように示されている。

##### 1 目標

- (2) 基本的な平面図形の性質について、観察、操作や実験などの活動を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解し、論理的に考察し用いる能力を培う。

##### 2 内容

- (2) 図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件を基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う。
- ア 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。
  - イ 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。
  - ウ 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

小学校における図形の学習は、操作的な活動や直感的な取扱いが中心となり、観察、構成などの活動を通して、図形を構成する要素や位置関係などが扱われている。

中学校第 1 学年でも、観察、操作や実験などの活動を通して、図形についての直感的な見方や考え方を深めることを中心としながら、論理的に考察し表現する能力を培うことがねらいとなる。まず、小学校において学習した平面図形の対称性に着目して、見通しをもって基本的な作図をする。また、図形の移動について理解し、二つの図形の関係について調べる。さらに、空間図形の構成や性質などについて理解するとともに、表面積や体積などを求める。

中学校第 2 学年から、いわゆる論証によって図形の性質を調べることが取り扱われることになり、ここでは主として平面図形を扱う。観察、操作や実験などの活動を通して、三角形や多角形についての角の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれら確かめる。また、平面図形の合同の意味を理解し、三角形や平行四辺形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめる。さらに、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだすことも学習する。

##### 【数学的な推論】

数学的な推論の必要性と意味の理解やその適応場面を考えると、具体的な図形を通して推論の過程などを視覚的にとらえることができることから図形の領域での指導が適している。数学的な推論には、帰納、類推、演繹の三つの方法があり、帰納や類推は小学校算数科でも多くの場面で用いられ、個々の具体的な図形を調べたり処理したりして、それに基づき図形の性質や関係を推測する際に大切なはたらきをする。しかし、その推測が正しいことは演繹によって確認される必要がある。演繹的に考えるためには、推論の根拠となる事柄を明確にしておかなければならない。それらを基にして演繹的に考え、図形の性質を確かめていく学習が中学校の第 2 学年から本格的に始められる。

第 2 学年においては、推論の過程を正確に、しかも分かりやすく表現する能力を養うことが指導の大切なねらいである。この達成のためには、根拠を明らかにして説明し伝え合う活動を通して、推論の過程を自分の言葉で他者に分かりやすく表現することや「よって」「したがって」などの言葉や用語、記号を使うことに慣れることが大切となる。証明を書くことの指導に当たっては、簡単な推論について、まず証明の構想や方針を立て、その要点を言葉や用語、記号を適切に用いて自分の

## 調査結果からみる課題

### 単元について

#### 平成 21 年度全国学力・学習状況調査 中学校数学 B 4 ( 1 )

##### ( 1 ) 問題の概要

2 つの線分が平行になることを，三角形の合同を利用して証明する

##### ( 2 ) 出題の趣旨

証明の方針を読み，方針にもとづいて証明することができるかどうかをみる。

##### ( 3 ) 誤答分析

解答類型 6 ( 根拠に誤りがあるもの ) について

根拠となる図形の性質 ( 対頂角・三角形の合同条件など ) が理解できていないと考えられる。また，問題で与えてある条件が仮定として読み取れていないとも考えられる。

解答類型 7 ( 仮定として結論の  $AC \parallel DB$  を用いているもの ) について

証明における仮定と結論の意味を理解していないと考えられる。

解答類型 8 (  $AMC = BMD$  や  $AMC = BMD$  の記述がないもの ) について

結論を導くための大まかな見通しを立てることもできないと考えられる。

##### ( 4 ) 指導上の課題

結論を導くためには何が必要かを明らかにしたり，与えられた条件を整理したり，着目すべき性質や関係を見いだしたりするなどの**証明の方針を立たせる指導**が不十分である。

立てた方針にもとづいて，方針に示した事柄を数学の記号で正しく表したり，これらが成り立つ根拠を明らかにしたりしながら，証明を書こうとする習慣が十分身に付いていない。

## 指導改善のポイント

##### ( 1 ) 指導内容・指導方法について

証明の学習において，証明の方針を立てることを重視し，その方針にもとづいて証明が書けるように指導する。

結論から仮定，仮定から結論の両方向から考えて，証明の方針を立てる活動を取り入れる。

証明に用いる事柄について立てた方針を参照にしながら証明に用いるものを整理し，その事柄の根拠を明らかにして証明に書く活動を取り入れる。

##### ( 2 ) 「ことばの教育」との関連

筋道を立てて説明し伝え合う活動を取り入れる。

小グループごとに意見を交わしながらホワイトボードに証明を記入する。

グループごとの証明を交流し，見直しや評価をし合う。

## 単元の目標

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	数学的な表現・処理	数量・図形などについての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> <li>・直線が交わってできる角や多角形の角，合同な図形に関心をもち，その性質を調べようとする。</li> <li>・図形の性質の確かめ方に関心をもち，証明の方法やしぐみを調べようとする。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・平行線の性質，多角形の角，三角形の合同などの図形の基本的な性質を考察することができる。</li> <li>・三角形の合同条件などを根拠にして，結論を導く過程を考察することができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・対頂角や平行線の性質，多角形の角の性質を利用して角の大きさを求めることができる。</li> <li>・三角形の合同条件を使って，合同な三角形を見つけることができる。</li> <li>・簡単な命題について，演繹的な推論の過程を説明し，書くことができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・証明で根拠として使われる図形の基本的な性質や定理を理解している。</li> <li>・仮定と結論の意味，証明の意義やしぐみ・手順を理解している。</li> </ul>

## 指導と評価の計画

(全18時間 本時は17 / 18)

次	学習内容(時数)	評 価					評価方法
		関	考	表	知	評 価 規 準	
1	平行線と角(4)					<ul style="list-style-type: none"> <li>・直線が交わってできる角に関心をもち，その性質を調べたり確かめたりしようとする。</li> <li>・対頂角，同位角，錯角の意味，対頂角の性質や，平行線と同位角・錯角の関係を理解している。</li> </ul>	観察法 ワークシート 小テスト
2	多角形の角(4)					<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の内角の和が<math>180^\circ</math>になることを説明したり，多角形の内角の和や外角の和を求めたりすることができる。</li> <li>・三角形と多角形の内角の和や外角の和の求め方を考察することができる。</li> </ul>	観察法 ワークシート 小テスト
3	合同な図形(1.5)					<ul style="list-style-type: none"> <li>・合同な図形に関心をもち，その性質を調べようとする。</li> <li>・合同な図形の性質を理解している。</li> </ul>	観察法 ワークシート
4	三角形の合同条件(2.5)					<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の合同条件について理解している。</li> <li>・三角形の合同条件を使って，合同な三角形を見つけることができる。</li> </ul>	観察法 ワークシート

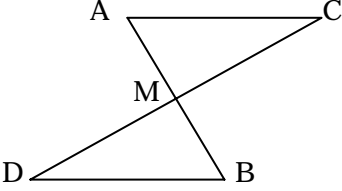
5	図形の性質の調べ方(5)				<ul style="list-style-type: none"> <li>・簡単な命題について, 三角形の合同条件などを根拠にして, 結論を導く過程を考察することができる。</li> <li>・簡単な命題を仮定と結論に分け, 演繹的な推論の過程を説明し, 書くことができる。</li> </ul>	観察法 ワークシート 小テスト
6	4章のまとめと問題(1)					問題プリント

## 本時の学習

### (1) 本時の目標

方針を立てて, その方針にもとづいて証明を書くことができる

(2) 本時の学習展開

学習活動	指導上の留意事項	評価規準	評価方法
1 図形の基本的な性質や定理について復習する。			
<p>図形の基本的な性質について、振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・対頂角の性質や平行線と同位角や錯角の関係，合同な図形の性質，三角形の合同条件などを確認する。</li> </ul>	<p>証明の根拠となるものであることを確認する。</p>		
2 本時の目標と課題を把握する。			
<p>本時の目標 仮定から結論までの見通しを立て，証明を考えよう</p>			
<div style="border: 2px solid black; padding: 10px;"> <p>【課題】 線分 <math>AB</math> と線分 <math>CD</math> がそれぞれの中点 <math>M</math> で交わっています。</p> <p>このとき，<math>AC \parallel DB</math> となることを証明しなさい。</p>  </div>			
<p>問題文を読み，仮定と結論を見つける。</p> <p>問題文にあう図を作図し，グループ内でお互いの図を交流する。</p> <p>図に仮定の <math>AM = BM</math>，<math>CM = DM</math>，結論の <math>AC \parallel DB</math> の印をつける。</p>	<p>問題文の中の仮定と結論にあたる部分に下線を引かせる。</p> <p>図をイメージさせた後，ものさしを使って作図させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・数人の図を紹介し，29通りの図ができたことを確認し，<math>AC \parallel DB</math> となりそうかを聞く。</li> <li>・29通りの図が平行になるといっても，すべての場合でいえたことにはならないことにふれる。（証明の意義）</li> </ul> <p>仮定と結論の違いが分かるように，結論の印は赤ペンでつけさせる。</p>		

<b>3 証明の方針を立てる（結論 仮定）</b>			
<p>結論の <math>AC // DB</math> を導くには何を示せばよいか，などを考える。</p> <p><math>AMC</math> <math>BMD</math> を導くにはどの合同条件が利用できるか，を考える。</p> <p>立てた証明の見通しを，<b>仮定</b> <b>結論</b> の方向で説明する。</p>	<p>根拠になるものが見つからない生徒には，本時最初に振り返った既習事項を思い出させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>根拠となる図形の基本的な性質を1つ1つ確認していく。</li> </ul> <p>2つの三角形の要素の相等関係について分かることと分からないことを明確にとらえさせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>その相等関係の根拠となるものも明らかにさせる。</li> </ul> <p>グループの中のペアで互いに説明させる。証明があまり理解できていない生徒にはグループで支援する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>簡単な命題について，三角形の合同条件などを根拠にして，結論を導く過程を考察することができる。</li> <li>簡単な命題を仮定と結論に分け，演繹的な推論の過程を説明し，書くことができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>観察法</li> <li>観察法</li> </ul>
<b>4 立てた方針にもとづいて証明を書く</b>			
<p>グループで証明を書く。</p> <p>グループで書いた証明を交流する。</p> <p>ワークシートにそれぞれ証明を書く。</p> <p>それぞれが書いた証明をグループで評価しあう。</p>	<p>グループごとにホワイトボードへ証明を書く。</p> <p>証明の中に不十分な点があれば，お互いにアドバイスさせる。それを基に，証明の見直しをさせる。</p> <p>自分が理解した方針にもとづいて証明を書かせる。</p> <p>他の人の証明やアドバイスをもとに証明の見直しをさせる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>簡単な命題を仮定と結論に分け，演繹的な推論の過程を説明し，書くことができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>観察法</li> <li>ワークシート</li> </ul>
<b>5 学習のまとめ</b>			
<p>本時の学習で何を学んだのかについて，自己評価を行う。</p>			



## 検 証

### 検証の方法

後日，2段階で検証を行う。

【第1段階】同一の証明問題の小テストをし，正答率や誤答の分析を行う。

（目標：正答率 65% 無答率 10%以下）

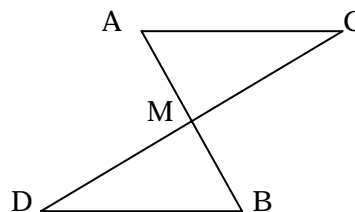
問題 線分  $AB$  と線分  $CD$  がそれぞれの中点  $M$  で交わっています。

このとき， $AC \parallel DB$  となることを証明しなさい。

【第2段階】全国学力・学習状況調査 数学B 問題4 を小テストとして行い，正答率や誤答の分析を行う。

問題 線分  $AB$  と線分  $CD$  がそれぞれの中点  $M$  で交わっています。

このとき， $AC \parallel DB$  となることを証明しなさい。



### 検証結果

第1段階の検証問題の結果は次のようになった。

正 答	65.5%
カが書かれていない	20.7%
ウが違う，カがない	6.9%
カの代わりにウが書かれている	3.4%
ウが $AB=DC$ になっている	3.4%

第2段階の検証問題 (1)の結果は次のようになった。

正 答	51.7%
ウの根拠が違う	10.3%
ウが違う	13.8%
合同条件が違う	10.3%
エオが書かれていない	10.3%
アイしか書かれていない	3.4%

AEB と DEC において		
仮定より	AE=BE・・・	ア
仮定より	BE=DE・・・	イ
対頂角が等しいから		
	AEB = CED・・・	ウ
より2組の辺とそのはさむ角が		
それぞれ等しいから		
	AEB DEC	エ
よって	EAB= ECD	オ
錯角が等しいから		
	AB//DC	キ

### 分析・考察

学習して次の時間に行った検証問題の結果は正答率 65.5%，無答率 0% となり，目標は達成できた。しかし，オ キの間のカを書いていない生徒の割合が 20.7% と高かったのは，授業の目標であった見通

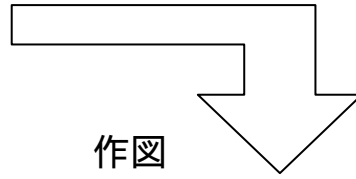
しをもつての証明をすることより，証明を覚えること，書くことで精一杯の生徒がまだ多いと考える。そのことは，検証問題の結果からも伺える。証明を見通すためのヒントとなることが与えられ，しかも検証問題のように証明のすべてを書くのではなく，ア～オまでを書くだけなので書きやすいはずだが，証明の見通しを自分で立ててないため，書かれていることを「証明を見通す」ためのヒントとして読解できていない。ここまでの学習を通して，証明を見通したり，書くことがまったくできない生徒はほとんどいないが，証明を見通すことがまだ不十分であることが分かった。まずは三角形の合同を利用しての大まかな見通しをしっかりと持たせる指導に重点を置き，証明を完全に書くことはあせらずに身に付けさせていきたい。

# ワークシート

2年( )組( )番 名前( )

《課題》線分  $AB$  と線分  $CD$  がそれぞれの中点  $M$  で  
交わっています。

このとき、 $AC \parallel DB$  となることを証明  
しなさい。



仮定 \_\_\_\_\_

結論 \_\_\_\_\_

[証明]

## 《自己評価》

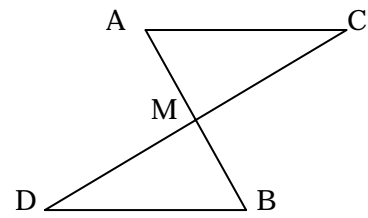
仮定と結論が分かりました。	4	3	2	1
証明の見通しが立ちました。	4	3	2	1
証明を根拠を明らかにしながら書けました。	4	3	2	1
本時に学んだこと				

検証に向けての小テスト

2年( )組 ( )番 名前( )

【問題】 線分  $AB$  と線分  $CD$  がそれぞれの中点  $M$  で  
交わっています。

このとき、 $AC \parallel DB$  となることを証明  
しなさい。



仮 定 \_\_\_\_\_

結 論 \_\_\_\_\_

〔証明〕

