

教科に関する調査の設問別の分析結果

中学校数学B問題 4 - (1)

4 下の図のように、線分ABの垂直二等分線lをとり、線分ABとの交点をMとします。また、線l上に点Pをとります。



このとき、 $PA = PB$ となることを、すのぶりに証明しましたが、この証明にはミスがあります。

証明

△PAMと△PBMにおいて、
 仮定から、
 $AM = BM$ ……①
 $PA = PB$ ……②
 また、 $PM = PM$ (PMは共通) ……③
 ①、②、③より、
 ③が条件であるから、
 △PAM≌△PBM
 したがって、 $PA = PB$

次の(1)、(2)の各問に答えなさい。

(1) 題ページの証明のまちがいは、下に示した [] の中にあります。まちがっている部分名、解答類別の [] の中に字種 [] をつけて示しなさい。

△PAMと△PBMにおいて、
 仮定から、
 $AM = BM$ ……①
 $PA = PB$ ……②
 また、 $PM = PM$ (PMは共通) ……③
 ①、②、③より、
 ③が条件であるから、
 △PAM≌△PBM
 したがって、 $PA = PB$

【出題の趣旨】

証明を振り返り評価し、仮定と結論の意味に基づいて証明の中の誤りを指摘することができる。

【学習指導要領の内容・領域】

第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

- ア 証明の意義と方法について理解すること。
- イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

	正答率
広島県	57.3%
全国	58.4%

解答類型	1	2	3	4	5	9	0
広島県割合(%)	25.9	30.8	0.7	11.4	7.2	1.5	22.6

* 解答類型 別紙参照

この問題を解くために必要な力

証明を振り返って、評価する力

誤答分析

根拠に基づいて三角形の合同の要素を見つけることができていない。また、結論を証明の中で根拠として使えないことを理解できていない。(11.4%)

合同条件が誤りだと気づいても、合同条件に使われたどの要素が誤りかが判断できていない。(7.2%)

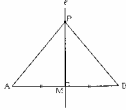
証明全体を見て、誤った証明であると感じても、どこが誤りであるかが判断できていない。(1.5%)

誤答例：「仮定より」のみに下線を引いているもの。(仮定の意味が理解できていない)

教科に関する調査の設問別の分析結果

中学校数学B問題 4 - (2)

4) 下の図のように、線分ABの垂直二等分線ℓをひいて、線分ABとの交点をMとします。また、直線ℓ上に点Pをとり、



このとき、 $PA=PB$ となることを、下のように証明しましたが、証明には意図がとがります。

証明

△PAMと△PBMにおいて、
既定から、
AM = BM ……①
PA = PB ……②
また、PM = PM (PMは共通) ……③
①, ②, ③より、
3辺がそれぞれ等しいから、
△PAM ≡ △PBM
したがって、 $PA = PB$

問(1)、(2)の各問別に答えなさい。

(1) 上のページの証明のまちがいは、下に示した [] の中にあります。まちがっている部分を、解答用紙の [] の中に下線()をひいて示しなさい。

△PAMと△PBMにおいて、
既定から、
AM = BM ……①
PA = PB ……②
また、PM = PM (PMは共通) ……③
①, ②, ③より、
3辺がそれぞれ等しいから、
△PAM ≡ △PBM
したがって、 $PA = PB$

(2) この証明の [] の中を正しく書き直しなさい。

△PAMと△PBMにおいて、
既定から、
AM = BM ……①
PA = PB ……②
また、PM = PM (PMは共通) ……③
①, ②, ③より、
3辺がそれぞれ等しいから、
△PAM ≡ △PBM
したがって、 $PA = PB$

【出題の趣旨】

与えられた証明の評価に基づき、それを改善するために、設問(1)で指摘した誤りを正しく書き直すことができる。

【学習指導要領の内容・領域】

第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

ア 証明の意義と方法について理解すること。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

	正答率
広島県	45.8%
全国	47.9%

解答類型	1	2	3	4	5	6	9	0
広島県割合(%)	36.8	9.0	0.0	1.1	4.4	1.6	30.4	16.7

* 解答類型 別紙参照

この問題を解くために必要な力

証明を振り返って、評価する力
評価にもとづいて証明を改善する力

誤答分析

合同条件を変えることに気がついていない。または、三つの要素と合同条件の関係が理解できていない。(1.1%)

「直角三角形の合同条件」「一辺とその両端の角」を使うなど三つの要素と合同条件の関係が理解できていない。(4.4%)

根拠が明らかな等しい角を見つけることができていない。(1.6%)

結論を証明の中に根拠として使っていたり、(結論の意味が理解できていない) 合同条件だけを変えており、三つの要素と合同条件の関係が理解できていない。(30.4%)

調査結果の分析をふまえた指導改善のポイント

中学校数学B問題 4 - (1)(2)

【单元名】 図形の性質の調べ方 (第2学年)

調査結果からみる課題

【課題となる力】

証明を振り返って評価する力

【指導上の課題】

形式的な証明の書き方の指導に比べて、証明の全体の見通しを持たせる指導が不十分である。

証明を読んで適切かどうか判断し、よりよい記述や表現の仕方を考える活動が不十分である。

指導改善のポイント

証明のしくみや手順を理解する

【指導の工夫】



推論を正しく進めていくために、証明の構想を立てさせることをねらい、辺や角の関係を書いたカードを使用した数学的活動を仕組む。



証明を振り返り、その構造を理解させるために、正しい証明や誤った証明を示し、適切かどうかを判断させる。

(この問題の仮定と結論は何ですか)
 $AE = CE$ となる証明を考えましょう。



証明の構想を立てさせる指導の工夫

自分の考えをもたせる。

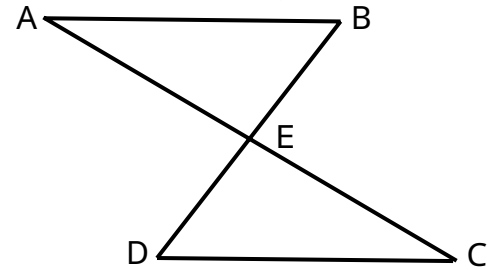
本来は書き方などの指導も行われるが、**証明全体の見通しを持たせるため、あえて、カードを使用する。**

カードの並び替えを伴う活動により生徒の思考を活性化させる。

<カード>

$A = C$
$B = D$
$AEB = CED$
$AB = CD$
$BE = DE$
$AE = CE$ (2枚)
$AEB \quad CED$

$AB \parallel DC$, 点EはAC, BDの交点
 $BE = DE$ のとき,
 $AE = CE$ を証明せよ。



《誤答例》

$BE = DE$
 $AE = CE$
 $AEB = CED$
 2組の辺とそのはさむ角
 がそれぞれ等しい
 $ABE \quad CDE$
 $AE = CE$

《正答例》

$BE = DE$
 $B = D$
 $AEB = CED$
 1組の辺とその両端の角
 がそれぞれ等しい
 $ABE \quad CDE$
 $AE = CE$

多様な考え方を出し合い、適切か話し合う。

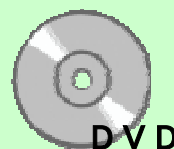


証明を読む活動の工夫

例のような誤答をとりあげ、適切かどうか判断させる。
 (例)・ $AB \parallel DC$ を $AB = CD$ として三角形の合同の要素として使っている。
 ・結論の $AE = CE$ を三角形の合同の要素として使っている。
 生徒から出ない場合でも、教師が用意した誤った証明について話し合わせる。

中学校第2学年数学科学習指導案

単元名：図形の性質の調べ方



単元について

自ら課題を見だし、解決できるような生徒を育成するためには、根拠を明らかにし、筋道を立てて説明する表現力や論理的な思考力を育てることが重要である。

この単元では、図形の性質を演繹的に推論することの必要性を理解するとともに、基本的な証明のしくみや手順を理解することが学習のねらいとなる。いくつかの場合についての観察、操作や実験などから、それらを含んだより一般的な結果を導き出すような帰納・類推の考えは、図形の性質や関係を見つけたり、個々の具体的な図形を処理する方法としては大切だが、演繹の考えのように、見つけた図形の性質や関係の一般性を保証するものではない。そういった演繹的な推論による証明の必要性を理解させた上で、証明の学習を進め、全体の構想を立てることや、証明の記述において的確な表現を用いて正しく推論ができる能力を養う。

全国学力・学習状況調査結果からみる課題

B 主として「活用」に関する問題 4

(1) 問題の概要

「線分の垂直二等分線上の点はもとの線分の両端から等距離にある」ことの証明をよみ、(1)は仮定と結論の意味を正しく理解し、証明の中の誤りを指摘する問題、(2)は(1)で指摘した誤りを正しく書き直す問題である。

(2) 出題の趣旨

(1)は、図形についての証明をよみ、結論が証明の中で根拠として使われていることに気付き、証明の誤っている部分を指摘することができるかどうか、といった「証明を振り返って評価する力」を見る問題である。(2)は、証明の中での結論が使われている部分を正しい根拠にもとづいて書き直し、それに伴い三角形の合同条件も書き直せるかどうか、といった「評価にもとづいて証明を改善する力」を見る問題である。

(3) 誤答の分析

(1)では、結論が証明の中で根拠として使われていることを指摘できていなかったり、それ以外の対応する辺の式を指摘したりなど全体の構想を立てた証明ができていないと思われる誤答や、無答を含め証明を見直すということが理解できず、「何をしたいか」が分からなかったと考えられる誤答が多かった。

(2)の正答率は(1)の正答率とほぼ変わらず、誤りを指摘できた生徒のほとんどは証明を改善できている。しかし、(2)の証明は書けたが、(1)の誤りは指摘できていない生徒が見受けられ、自分の証明は書いても、他人の証明は読むことができていないことが分かる。

(4) 指導上の課題

- ・ 証明を組み立てることと証明を書くことの間には段差がある。しかし、形式的な証明の書き方の指導に早い段階から重点が置かれて、その前の証明の全体の見通しを持たせる指導が不十分であると考えられる。
- ・ 証明を読んで適切かどうかを判断し、よりよい記述や表現の仕方を考える活動が不十分であると考えられる。

指導改善のポイント

(1) 指導内容・指導方法について

証明の指導の工夫として、まず推論を正しく進めていくために、証明の構想を立てさせることをねらい、辺や角の関係を書いたカードを並べて、証明の流れを組み立てる数学的活動を仕組んでいく。本来は書き方等の指導も行われるが、証明全体の見通しを持たせるため、あえてカードを使用し、カードの並び替えを伴う活動により生徒の思考を活性化させたい。

次に、証明を読む活動を工夫していく。全体思考の段階で生徒同士が互いの証明を評価し合い、間違いを指摘し、よりよい記述や仕方を考えていくといった活動を行う。場合によっては④(1)のように誤っている証明を生徒に見せ、その誤りを見つけさせるような活動もさせたい。そういった証明を読むことで、証明を振り返り、その構造を理解したり、仮定や根拠の使い方や、証明の記述に必要な表現方法など証明を通して身に付けた力を少しずつ活用できるようになると考える。

(2) ことばの教育との関連

証明の学習では、妥当な根拠を用いて全体の構想を組み立てることや、証明の記述において的確な表現を用いて正しく推論を進めることが求められる。この学習を通して、「言語技術」でいう具体的な理由・根拠を明らかにして意見を話す・書く・聞く力を構成を考えて話す・書く力を身に付けさせたい。

単元の目標

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量，図形などについての知識・理解
・観察，操作や実験を通して，平行線の性質や三角形の合同条件などを基に平面図形の基本的な性質を見いだしたり確かめたりするなど，数学的活動の楽しさや数学的に考察することのよさに気付き，それらを意欲的に証明などの問題解決に活用しようとしている。	・平行線の性質，三角形の角，図形の合同などについての基本的な知識を身に付け，数学的な推論の方法を用いて図形の性質を論理的に考察することができる。	・平行線の性質，三角形の内角の和，図形の合同など，図形の性質の考察において，推論の筋道をわかりやすく表現したり，これらを用いて角の大きさなどを求めたりすることができる。	・平行線の性質，三角形の角，三角形の合同など図形の性質を演繹的に導くことの意義と方法を理解している。

指導と評価の計画

(全18時間)

次	学習内容(時数)	評 価				
		関	考	表	知	
一	平行線と角(5) ・対頂角の意味と性質，同位角や錯角の意味を理解する。 ・同位角と平行線，錯角と平行線の関係を理解する。 補助線の引き方などを工夫して多様な解き方を考えさせ，その手順を言葉や式で書かせる。				・対頂角・同位角・錯角の意味を理解し，対頂角の性質や平行線と同位角・錯角の関係を理解している。 ・対頂角の性質や，平行線と同位角・錯角の関係をj用いて，直線が交わってできる角の大きさを求めることができる。	ワークシート 小テスト ワークシート 小テスト

二	<p>多角形の角（４）</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形の内角や外角に関する性質を，平行線の性質などを用いて論理的に確かめる。 ・多角形の内角の和や外角の和を，三角形の角の性質などをもとにして求め，その性質を理解する。 <p>図形の性質を論理的に考察し，その推論の筋道をわかりやすく書かせる。</p>				<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の内角の和が 180° になることや，多角形の内角の和や外角の和に関心を持ち，求め方を考えようとしている。 ・平行線の性質を用いて三角形の内角の和を考察している。多角形の内角の和や外角の和の求め方を考察している。 	<p>観察法</p> <p>ワークシート</p>
三	<p>合同な図形（１）</p> <ul style="list-style-type: none"> ・合同な図形の表し方や性質を理解する。 				<ul style="list-style-type: none"> ・合同な図形の性質を理解している。 	<p>ワークシート</p> <p>小テスト</p>
四	<p>三角形の合同条件（３）</p> <ul style="list-style-type: none"> ・合同な三角形のかき方の考察を通して，三角形の合同条件を理解する。 ・三角形の合同条件を用いて，２つの三角形が合同であるかどうかを調べる。 				<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の合同条件について理解している。 ・三角形の合同条件を使って，合同な三角形を見つけている。 	<p>観察法</p> <p>小テスト</p> <p>ワークシート</p> <p>小テスト</p>
五	<p>図形の性質の確かめ方（４） 本時 2 / 4</p> <ul style="list-style-type: none"> ・証明と仮定・結論の意味を理解する。 ・証明のしくみや手順を理解し，簡単な命題の証明を行う。 <p>根拠を明らかにしながら結論を導く過程を考えさせ，それを証明として書かせる。</p>				<ul style="list-style-type: none"> ・簡単な命題について，三角形の合同条件などを根拠にして，結論を導く過程を考察することができる。 ・簡単な命題について，演繹的な推論の過程を説明することができる。 	<p>観察法</p> <p>ワークシート</p> <p>小テスト</p> <p>ワークシート</p> <p>小テスト</p>
六	<p>4章のまとめと問題（１）</p>					

太枠部分が課題となる力を特に育成する時間

本時の学習

（１）本時の目標

証明のしくみや手順を理解し，簡単な証明をすることができる。

学習活動	指導上の留意事項	評価規準	評価方法
1 前時を想起する。			
<p>【三角形の合同条件の復習】</p> <p>三角形の合同条件を暗唱する。</p> <p>前時に学習した証明，仮定，結論という言葉を読み出す。</p>			

2 学習課題を設定する。

【展開】

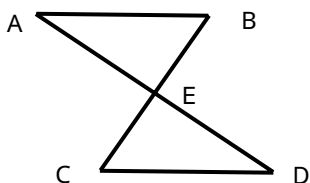
「本時は、証明について学習し、仮定から結論を導く流れを考えられるようになることが目標です。」

【本時の目標】

仮定から結論を導く証明を考えることができる。

配布されたワークシートの問題を読む。

右の図で、 $AB \parallel DC$ 、点EはAC、BDの交点で、 $BE = DE$ のとき、 $AE = CE$ を証明しなさい。



問題の仮定と結論を考え、ワークシートの図に仮定の印をいれる。

「黒板の図に、仮定にあたるものの印を入れてください。」

「この証明をするときに、最後にいうものは何ですか。」

- ・ 結論の $AE = CE$ です。

「そうですね。では、その結論の $AE = CE$ をいうためには、何をいえばいいですか」

- ・ ABE CDE です。
- ・ 三角形の合同がいれば、合同な図形の対応する辺は等しいから、 $AE = CE$ がいえます。

《個人思考》8枚のカードから3枚選ぶ。

「そうですね。 ABE と CDE の合同から結論の $AE = CE$ がいえそうですね。」 「では、 ABE と CDE の合同をどのようにいうかを考えてもらいます。そのためにみなさんにカードを準備しました。8枚のカードがあることを確かめ、結論の $AE = CE$ と ABE CDE をワークシートの上に並べてください。

しばらく時間をとりますから、カードの中で問題に合うものを3つ選び、ワークシートの上に並べてください。

そのとき使う合同条件もワークシートの四角の中に書いてください。」

《集団思考》

「三角形の合同条件のどれを使いましたか。『三組の辺がそれぞれ等し

ワークシートの問題文の仮定と結論にアンダーラインを引かせる。図形にも仮定と結論の印を入れさせる。

平行の2直線に間違っ等しい印を入れてしまう生徒がいるので、注意する。

具体的な理由・根拠を明らかにして意見を話す力

$A = C$ 、 $AB = CD$ などのカードを黒板用、ホワイトボード用、個人用でそれぞれ準備しておく。それぞれの生徒がどんな考え方をしているかを把握しておく。活動が理解できていない生徒には、机間指導を行い指導する。

個人思考の段階でそれぞれの合同条件を使っている生

(考) 簡単な命題について、三角形の合同条件などを根拠にして、結論を導く過程を考察することができる。

観察

<p>い』を使った人は手をあげてください。・・・」 「それぞれの考え方を、前のホワイトボードにカードを並べて示してください。」</p>	<p>徒を1～2名ずつ把握し、指名する。生徒が使わない合同条件がある場合に備え、準備しておく。</p>		
<p>《例1》 $BE = DE$ $AE = CE$ $AB = CD$ 3組の辺がそれぞれ等しいから $ABE \quad CDE$ $AE = CE$</p>	<p>《例2》 $BE = DE$ $AE = CE$ $AEB = CED$ 2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいから $ABE \quad CDE$ $AE = CE$</p>	<p>《例3》 $BE = DE$ $AB = CD$ $B = D$ 2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいから $ABE \quad CDE$ $AE = CE$</p>	<p>《例4》 $AE = CE$ $BE = DE$ $A = C$ 2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいから $ABE \quad CDE$ $AE = CE$</p>
<p>《例5》 $BE = DE$ $A = C$ $B = D$ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから $ABE \quad CDE$ $AE = CE$</p>	<p>《例6》 $BE = DE$ $B = D$ $AEB = CED$ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから $ABE \quad CDE$ $AE = CE$</p>	<p>《例7》 $BE = DE$ $AEB = CED$ $B = D$ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから $ABE \quad CDE$ $AE = CE$</p>	
<p>生徒の示したものを含めて、例1～7を提示する。 合同をいうために使った等しい辺や角を図で示しながら 「7つの例のうち、例4と例5が合同条件に適さないことが分かりますか。」</p> <p>「例2と例3の証明を見て、どう思いますか。間違いがあるとすると、それはどこですか。またなぜ間違いだとわかりますか。周りの人と相談してください。」 「例2の証明を見て、気付いたことを教えてください。」</p> <ul style="list-style-type: none"> • $AE = CE$は仮定にないので、使えません。 • $AE = CE$が誤りです。その理由は、$AE = CE$は結論だから合同の要素としては使えません。 「では、例3の証明を見て、気付いたことを言って下さい。」 • $AB = CD$が誤りです。その理由は、平行ではあるが、等しいとは分かっていないからです。 「例2、例3の証明は間違っているようですね。では、例1の証明はどうですか。」 • 間違いです。 	<p>グループでの交流を通して、間違いに気づき、証明の手順が理解できるように支援する。</p> <p>具体的な理由・根拠を明らかにして意見を話す力</p>	<p>(表) 簡単な命題について、演繹的な推論の過程を説明することができる。</p>	<p>観察</p>

<p>「例6が残りましたが、この例6はこの問題の証明として、正しいと思いますか。」</p> <ul style="list-style-type: none"> • 思います。 「では、なぜ例6の $BE = DE$, $AE = CE$, $B = D$ がいえるのか。周りの人と相談してください。」 「$BE = DE$ はなぜですか。」 • 仮定からです。 「$AE = CE$ はなぜですか。」 • 対頂角は等しいからです。 「$B = D$ はなぜですか。」 • 錯角だからです。 • $AB \parallel DC$ だからです。 • 平行線の錯角は等しいからです。 「このように根拠が明らかなものがないと証明には使えないことがわかりますね。根拠がはっきりしている例6の証明は正しいようですね。では、この例7はどう思いますか。」 • 等しい辺や角の順が違っているだけで同じ証明だと思います。 • この証明も正しいと思います。 <p>「では、ワークシートの自分の証明を見直し、間違っていた人は、ワークシートの自分の証明を正しく書き直してください。」</p>	<p>錯角が等しくなるのは平行線の錯角の場合であることを理解させる。</p> <p>正しい証明どうしを比較させ、三角形の合同の3つの要素の並びは、基本的にはどの順番でもよいことを理解させる。</p>	
--	---	--

構成を考えて書く力

3 学習を振り返り、まとめる。

<p>【まとめ】</p> <p>自己評価カードで本時を振り返り、分かったことを発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 証明の手順が分かった。 • 仮定や対頂角の性質などのように、根拠がはっきりしていないことは証明では使えない。 • 結論を証明の途中で使ってはいけないことが分かった。 • 平行な辺が等しいと考えてはいけない。 <p>「次時は、今日学習した証明の書き方を学習します。だれがみても分かりやすいと思えるような証明の書き方を考えましょう。」</p>	<p>仮定から結論を導く証明を考える中で分かったことをまとめさせる。</p>	
---	--	--