

中学校第2学年 数学科学習指導案

単元名： 平行と合同

指導者 呉市立豊浜中学校 教諭 田中 眞樹

1 日 時 平成23年11月4日（金）

2 学 年 第2学年

単元について

本単元は、中学校学習指導要領数学の第2学年の目標（2）「基本的な平面図形の性質について、観察、操作や実験などの活動を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の必要性和意味及びその方法を理解し、論理的に考察し表現する能力を養う。」を受け設定した。

小学校での図形の学習は、操作的な活動や直観的な取扱いが中心であった。ここでは、ものの形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に少しずつ着目できるようにし、基本的な図形をかいたり、作ったり、それを用いて敷き詰めたりすることを扱っている。

また、中学校第1学年では、図形の作図や移動を取り扱ったり、空間における直線や平面の位置関係を知り、空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されているものにとらえたり、平面上に表現したり読み取ったりしている。さらに、扇形の弧の長さや面積、基本的な柱体、錐体及び球の表面積と体積が求められるようにしている。これらの学習を通して、図形についての豊かな感覚をはぐくみ、図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培ってきている。

これらのことを踏まえ、第2学年で本単元を学習する。本単元では、三角形や四角形などの多角形の角の大きさについての性質を、論理的に筋道を立てた推論を用いて調べることができるようにする。その際、図形をよく観察したり、作図したりする操作や実験などの活動を通して、その推論の仮定を自分の言葉で、他者に伝わるように分かりやすく表現できるようにすることがねらいである。

さらに、演繹的な推論による証明の指導においては、生徒に形式的な証明の記述を求めるのではなく、数学的用語を用いて、筋道を立てて説明できるようにする。作業や測定に基づいて確認するだけでなく、根拠を明らかにし、それを基にして筋道を立てて説明する活動を行うことによって推論への理解が深まり、後の証明の学習につなげることができるようになっている。

調査結果からみる課題

<誤答分析から>

本校を含める学力向上対策事業研究推進地域では、平成22年度全国学力・学習状況調査 中学校 数学Aの結果分析から、一般的な命題が証明されれば、その仮定を満たすように条件を加えた特殊な場合でも、同じ結論が成り立つことが保証されるという証明の意義が十分に理解できていないことが明らかになった。また、実測や操作など帰納的な方法による説明と演繹的な推論による証明の違いや帰納的な方法による説明の限界についての理解ができていない。このことから、証明の意義の理解に課題がある。

<指導上の課題>

- 一般的な命題が証明されていれば、その仮定を満たすように条件を加えた特殊な場合でも、同じ結論が成り立つことが保証されるという証明の意義を理解させる指導が不十分である。
- 帰納と演繹の違いを理解し、証明の意義について理解させる指導が不十分である。
- 見いだした図形の性質を的確に表現したり、その妥当性などについて根拠を明らかにして筋道を立てて説明したり、既習の数学を活用する手順を、的確に説明させる指導が不十分である。

指導改善のポイント

(1) 指導内容・指導方法について

観察、操作や実験など帰納的な方法による説明と演繹的な推論による証明を対比させ、証明の意義を理解させる。

- ① 帰納的な方法を用いて、図形の性質や関係性を見だし、見いだした図形の性質や関係性を保証する方法として、演繹的な推論による証明をさせる。
- ② 結論を導くために何が必要であるかを明らかにしたり、既習に帰着させたり、着目すべき性質や関係を

見いだしたりするなどして、証明の方針を立てさせる。

- ③ 自分たちで書いた証明について互いに見直したり評価したりして、的確で分かりやすい書き方を工夫する活動を取り入れる。

(2) 学習の場の工夫

- ① 図形の性質を調べ、発見したり予想したりするために作業や操作活動を取り入れる。
 ② 演繹的な推論による証明によって、多様な見方や考え方によって図形の性質を説明することができることを、他の生徒の考え方をすることにより理解する。
 ③ 学習のまとめとして、今日の学習で学んだことをペアで確認し学習の理解の定着を図る。

単元の目標及び評価規準

(1) 単元の目標

観察、操作や実験を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれらを確認める。平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する。

- ① 平行線や角の性質に基づいて図形の性質を調べる。
 ② 多角形の角について性質を見いだす。
 ③ 証明の意義と方法、図形の合同の意味を理解し、三角形の合同条件を見いだす。

単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形などについての知識・理解
<p>【多角形の角についての性質】 観察、操作や実験を通して、平行線の性質や三角形の合同条件などを基に平面図形の基本的な性質を見いだしたり確かめたりするなど、数学的活動の楽しさや数学的に考察することのよさに気づき、それらを意欲的に問題の解決に活用しようとする。</p>	<p>平行線の性質、三角形の角、図形の合同などについての基礎的な知識を身に付け、数学的な推論の方法を用いて図形の性質を論理的に考察することができる。</p>	<p>三角形や平行四辺形の性質など、図形の性質の考察において、推論の筋道を言葉で表現したり、数学的な用語、記号を用いて簡潔に表現したりすることができる。</p>	<p>平行線の性質、三角形の合同など、平行四辺形の性質や円周角の関係、また、それらを調べるときの証明の意義と方法を理解している。</p>

指導と評価の計画

(全16時間)

次	学習内容 (時数)	評価の観点					評価方法
		関	考	表	知	具体的評価規準	
1	<p>平行線と角 ・対頂角の性質や平行線の同位角、錯角の関係を理解し、それらを用いて平面図形の性質を論理的に考察する。 (4)</p>	○		◎	○	<p>・観察、操作や実験を通して、平行線や角の性質を見だし、確かめようとする。 ・対頂角、同位角、錯角の意味を理解している。 ・対頂角、平行線の同位角や錯角の性質を用いて角の大きさを求めることができる。 ・平行線の性質について予想したことの一般性を保証するときに演繹的な推論を用いて考察することができる。</p>	<p>発表 行動観察 ワークシート ノート 小テスト 自己評価</p>

2	<p>多角形の角</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形の角の性質が平行線の性質を使って論理的に確かめられることを理解し、それを用いて多角形の内角や外角の性質を説明する。 (4) 	○	○	◎	<ul style="list-style-type: none"> ・多角形の内角の和、外角の和やその性質に関心を持ち、三角形に分割することなどによって既習のことに帰着して考察しようとする。 ・多角形の内角の和、外角の和の性質などを既習のことに帰着して論理的に考察することができる。 ・多角形の内角の和、外角の和などを求めることができるとともに、その求め方を説明することができる。 ・多角形の内角と外角の意味及び多角形の角の性質を理解している。 	<p>発表 行動観察 ワークシート ノート 小テスト 自己評価</p>
3	<p>合同な図形</p> <ul style="list-style-type: none"> ・合同な図形の表し方を理解する。 ・合同な図形の性質を理解する。 (1) 	○		◎	<ul style="list-style-type: none"> ・合同な図形に関心を持ち、その性質を調べようとする。 ・合同な図形の性質を理解している。 	<p>発表 行動観察 ワークシート ノート 自己評価</p>
4	<p>三角形の合同条件</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形の合同条件を理解する。 ・三角形の合同条件を用いて2つの三角形が合同であるかどうかを調べる。 (3) 	○		◎	<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の決定条件をもとに二つの三角形が合同となるための条件に関心を持ち、考察しようとする。 ・三角形の合同条件について理解している。 ・二つの三角形が合同であることや、三角形の合同条件について言葉や式などを用いて表したり読み取ったりすることができる。 	<p>発表 行動観察 ワークシート ノート 小テスト 自己評価</p>
5	<p>図形の性質の確かめ方</p> <ul style="list-style-type: none"> ・証明の意味を理解する。 ・仮定と結論の意味を理解する。 ・証明の仕組みや手順を理解し、簡単な命題の証明を行う。 ・定理の意味を理解するとともに、証明の根拠となる図形の基本性質やこれまでに学習してきた定理についてまとめる。 ・証明の必要性和意味及びその方法について理解する。 (4) <p>【本時4 / 4】</p>	○	○	◎	<ul style="list-style-type: none"> ・論理的に推論を進めようとする。 ・推論の過程を的確に表現することができる。 ・命題が成り立つことを明らかにするために、仮定やすでに正しいと認められている事柄を根拠にして、結論を図や用語などを用いて導く過程を考察することができる。 ・証明の必要性和意味及びその方法について理解している。 	<p>発表 行動観察 ワークシート ノート 小テスト 自己評価</p>

※ 太枠部分が課題となる力を特に育成する時間

本時の学習

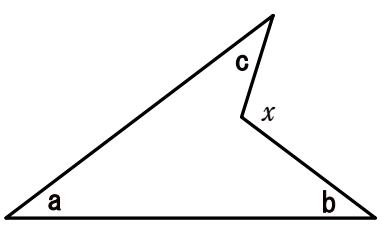
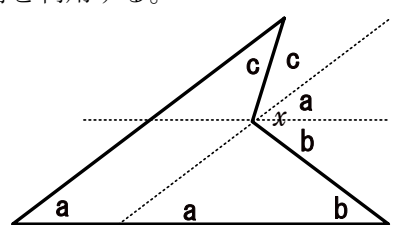
(1) 本時の目標

くさび形の四角形の性質を既習事項を基に考え、筋道を立てて説明ができるようになる。

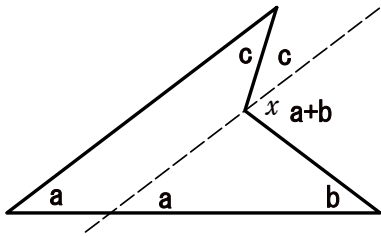
(2) 評価規準

- ① 証明の必要性和意味及びその方法について理解している。 (数量, 図形などについての知識・理解)
- ② 図形の性質が成り立つ理由を, 三角形の内角や外角の関係, 平行線の錯角, 同位角などの性質を根拠として説明することができる。 (数学的な表現・処理)

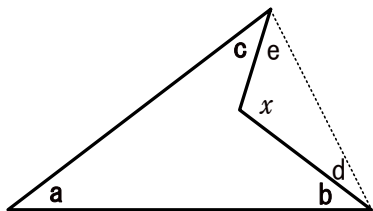
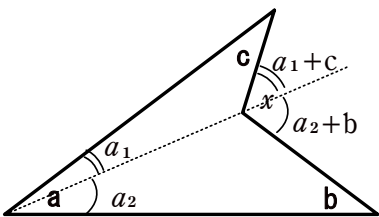
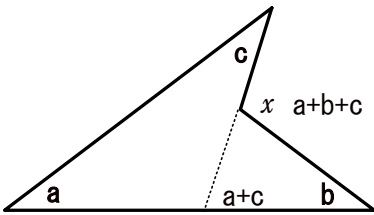
(3) 本時の学習展開

学習活動	指導上の留意事項 (◇)	評価規準	評価方法
1 既習事項を確認する。			
<p>【平行線の性質を確認する】</p> <p>・既習の図形の性質 (対頂角, 平行線と同位角・錯角, 三角形の内角の和, 三角形の外角) を図で確認する。</p>	<p><個人カルテの活用> 作業や操作活動などを通して, 図形の性質を見だし, なぜそうなるのかを理解させ, 既習事項として習得させる。</p> <p>◇ここで使った図は, 黒板に掲示しておく。</p>		
2 前時の学習を確認する。			
<p>○作業や操作活動により, くさび形の角の性質として $\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$ が成り立つことを確認する。</p> <p>・すべてのくさび形について, 作業や操作活動で調べつくすことはできないことを理解する。</p>	<p>・作業や操作活動だけでは, 一般性に欠けることを確認する。</p> <p>・類推や帰納的な説明ではなく, 演繹的な説明を考えるようにさせる。</p>	<p>証明の必要性和意味及びその方法について理解している。(数量, 図形などについての知識・理解)</p>	<p>行動観察 発表</p>
3 本時の目標を確認する。			
見いだした性質が正しいことを, いろいろな方法で説明しよう。			
4 本時の課題を把握する。			
<p>○課題を提示する。</p> <p>【課題】</p> <p>なぜ, くさび形の四角形では, 次のようなことがいえるのだろうか。</p> <p>$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$</p>			
5 解決の見通しを立てる。			
<p>○どのように考えれば, $\angle x$ の大きさを求めることができるか方針を立てる。</p>	<p>◇作業したことや既習に帰着して, 方針を立てるようにさせる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="text-align: center;">しっかり教える</p> </div>		
6 自力解決をする。			
<p>○自力解決する。 (予想される生徒の反応)</p> <p>①平行線を2本ひき, 同位角, 錯角を利用する。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="text-align: center;">じっくり考えさせる</p> </div> <p>◇作業が思考活動に生かされていることを意識させ, どのように補助線を入れればよいか考えさせる。</p> <p>◇補助線の本数を少なくする (1本にする) ことについて考えさせる。</p>		
			

②平行線を利用する。



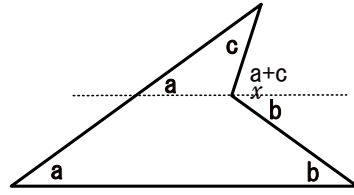
③辺を延長し、三角形の外角の性質を利用する。



◇既習のことに着目して考えさせる。

- ・平行線と同位角，錯角
- ・三角形の外角の性質など

②'平行線を底辺に平行にひく。



◇三角形の外角の性質などに着目して考えさせる。

◇三角形の外角の性質などに着目して考えさせる。

◇補助線が∠aの二等分線であると思う生徒もいるので注意する。

◇三角形の内角の和 180° であることに着目して考えさせる。

◇「どのような補助線をひいたのか」「どのような根拠を用いたのか」「なぜそこに補助線をひこうと考えたのか」をワークシートに記入させる。

7 集団解決する。

○全体で考えを交流し、どのように考えたかという思考過程も発表する。

言語活動の充実

◇自分が思いつかなかった考え方を共有する。

◇多様な見方や考え方を、数学の方法のよさの視点で、比較検討する。

◇自分の考えたことを、数学的用語を使って説明させる。

◇ひいた補助線とその基になる根拠を明らかにして説明させる。

はっきり表現させる

◇「三角形をつくる」「辺の平行線で角を移動させる」などといった補助線をひくための着想で分類して、まとめる。

◇共通している考え方として、「離れている角を1か所に集める」という考え方を理解させる。

○図形の性質が成り立つ理由を、三角形の内角や外角の関係、平行線の錯角、同位角などの性質を根拠として説明することができる。
(数学的な見方や考え方)

行動観察
説明シート
発表

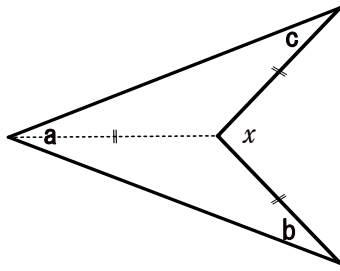
8 学習のまとめ、振り返る。

【課題】

2辺を等しくしたくさび形の
四角形でも

$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$
いえますか。

また、その理由はなぜですか。



○学習のまとめ

<論証のもつ一般性について>

・一般的な命題が証明されれば、その仮定を満たすように条件を加えた特殊な場合でも、同じ結論が成り立つことを理解させる。

<数学的な推論について>

・作業や操作を伴う活動による方法と正しいと認められた事柄を根拠として事柄の成り立つ理由を明らかにする方法の違いについて理解させる。

○振り返り<確認のペアトーク>

○適用問題

・平成 22 年度全国学力・学習状況
調査 中学校 数学A 8

◇学習して分かったことを、ペア
で伝え合う。

行動観察
自己評価
ペア・グループ
活動

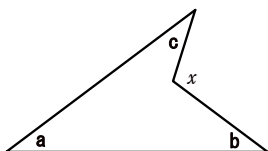
板書計画

既習事項の確認

- ・直線は 180°
- ・三角形の内角の和
- ・ n 角形の内角の和
- ・多角形の外角の和
- ・対頂角は等しい。
- ・平行線と同位角、錯角

<前時の復習>

下のくさび形の四角形で、
 $\angle x$, $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$
に、どんなことを見つけ
ましたか？



$$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$$

(発問) $\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$

と、なぜいえますか？

その理由をいみましょう。

- ・分度器で測って等しくなったので。
- ・切り貼りすると重なったので。

どんなときでも、正しいとはいえない。

本時の目標

見つけた性質が正しいことを、いろんな方法で
証明しよう。

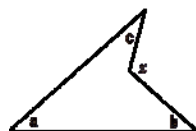
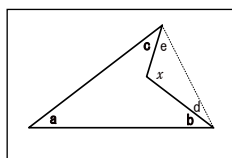
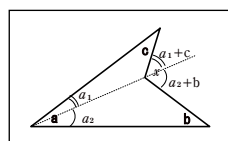
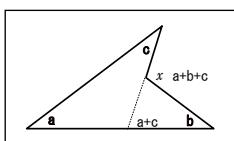
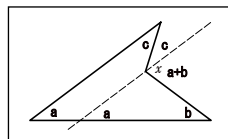
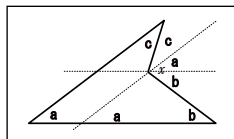
(課題)

なぜ、くさび形の四角形
は、次のようなことが
いえるのだろうか。

$$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$$

<生徒の解答>

①平行線と同位角、
錯角を利用する。



学習のまとめ 1

<数学的な推論>

作業や操作をとまなう活動による方法

- ・図形の性質を予想したり、発見したりするとき分かりやすい。
- ・誤差が生じ、正確でなく、すべての場合を調べつくすことはできず、一般性に欠ける。

正しいと認められた事柄を根拠として、事柄の正しいことを明らかにする方法

- ・正確で、すべての場合について説明できる。

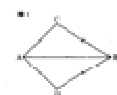
学習のまとめ 2

<論証の一般性>

- ・1つの証明をすれば、仮定を満たす場合について常に成り立つ。

適用問題

例 1 図のように、直線 l が直線 m と n をそれぞれ平行に交わり、 $\angle a$ と $\angle b$ が同位角、 $\angle c$ と $\angle d$ が錯角であるとき、 $\angle a$ と $\angle b$ の関係、 $\angle c$ と $\angle d$ の関係を調べよう。



- 解答
- 例 1 $\angle a = \angle b$ 、 $\angle c = \angle d$ 。
例 2 $\angle a = \angle b$ 、 $\angle c = \angle d$ 。
例 3 $\angle a = \angle b$ 、 $\angle c = \angle d$ 。
例 4 $\angle a = \angle b$ 、 $\angle c = \angle d$ 。
例 5 $\angle a = \angle b$ 、 $\angle c = \angle d$ 。