

教科に関する調査の設問別分析結果

平成 21 年度 全国学力・学習状況調査 中学校数学 A 問題 3 (3)

A 問題 3 の (3)

『 次の問題と解き方を読んで、下の に当てはまる言葉を書きなさい。』

問題

折り紙を何人かの生徒に配るのに、1 人に 3 枚ずつ配ると 20 枚余ります。また、1 人に 5 枚ずつ配ると 2 枚たりません。

生徒の人数を求めるために、生徒の人数を x 人として、方程式を作りなさい。

考え方

方程式をつくるために、 x を使って、上の問題の数量のうち を 2 通りの式で表すと、 $3x + 20$ と $5x - 2$ になります。

この 2 つの式が等しいので、方程式は $3x + 20 = 5x - 2$ です。

【出題の趣旨】

一元一次方程式をつくって問題を解決するために、数量の関係をとらえ、2 通りに表せる数量に着目できるかどうかをみる。

【学習指導要領の内容・領域】

第 1 学年 A 数と式

(3) 方程式について理解し、一元一次方程式を用いることができるようにする。

ウ 簡単な一元一次方程式を解くことができ、それを利用できること。

	正答率	解答類型と内容	正答 折り紙の枚数	2 折り紙	3 生徒の人数	4 配り方	9 その他	無解答
本校	34.6%	本校の割合 (%)	34.6	3.8	26.9	3.8	11.5	19.2
全国	34.9%	A 地域の割合 (%)	34.1	3.4	23.3	2.3	18.8	18.2

この問題を解くために必要な力

- ・問題の中にある数量の関係をとらえて、2 通りに表せる数量に着目する力。および、それをもとに式をつくる力。
- ・与えられた式がどういう数量を表しているかを正しくよみとる力。(式の意味をよみとる力)

誤答・正答分析

本校生徒 26 名について

- ・誤答した生徒 12 名に、「なぜ、その答えにしたのか」を尋ねてみた結果 無解答者 5 名は除く
 - ア 解答類型 2 (1 名) ...よく分からなかったけど折り紙かもしれないと思った
 - イ 解答類型 3 (7 名) ...生徒の人数を求める問題だから (2 名)。 x が生徒の人数を表しているから (1 名)。何となく (4 名)
 - ウ 解答類型 4 (1 名) ... 2 つの式は、折り紙を生徒に配るやり方だと思ったから
 - エ 解答類型 9 (3 名) ...分からないから「 x 」にした (1 名)。折り紙の枚数と生徒の人数の両方が分かっているから、「折り紙の枚数と生徒の人数」にした (2 名)
- ・正答した生徒 9 名中、その根拠が正しく説明できた生徒は 5 名。他の 4 名は「あと分からないのは折り紙の枚数だから」とか「何となく」など、根拠が明確でなく、 $3x + 20$ と $5x - 2$ の式の意味が真には理解できていない。

以上の分析結果から、本校の生徒については、次の 2 点に課題があると考えられる。

事象の中にある数量を文字を用いて式に表したり、式の意味をよみとったりする力が弱い。

事象の中にある数量関係を正しくとらえ、文字を用いて式(方程式)に表す力が弱い。

さらに、平成 20 年度「基礎・基本」定着状況調査の教科(数学)に関する調査項目の中の、「数学の授業では文章に書かれている関係を式で表すために、言葉の式や図を使って考えています。」について、「あてはまる(よく・やや)」の回答が、県平均 49.4% に対して、本校生徒は、46.2%。「まったくあてはまらない」の回答が、県平均 13.1% に対して、本校生徒は、34.6% である。言葉の式や図を使って考えさせていないという大きな課題がある。

指導改善のポイント

平成 21 年度 全国学力・学習状況調査 中学校数学 A問題 3(3)

【单元名】 文字と式 (第 1 学年)

調査結果からみる課題

【課題となる力】

- 問題の中にある数量の関係をとらえて、式(等式や1元1次方程式)をつくったり、式の意味をよみとったりする力。

【指導上の課題】

- ある数量を文字を使って表すときに、具体的な数やことばの式などを使って考えさせることが不十分であった。
- 文章中の数量関係を正しく読みとらせきれていなかった。
- 言語や図などを利用して、数量関係を整理して思考させることが不十分であった。

指導改善のポイント

言葉の式や図を使って、式の意味を説明させる。

【指導の工夫】



- 既習事項や言語、図などを利用して考察させる。



- 目的に応じて、ペア活動・班活動・全体への説明を行う。



既習事項や言語、図などを利用して考察させる。

導入では、既習事項(与えられた文字式がどんな数量を表しているか)を簡単に復習した後、与えられた等式の意味を読みとらせ、既習事項との違いに気づかせる。

簡単な過不足問題から、等式をつくらせる。その時、「たりない」部分の数量を、等式をつくる時どのように扱ったらよいかを、図や言語を利用して考えさせる。

図を利用すると、等しい関係の式が作り易くなるばかりか、左辺と右辺が異なる等式もつくることができる。そうした、図を利用して考察することのよさに気づかせる。



自分の考えや文章を伝え合ったり比較し合ったりする場面でペア活動を、思考力・表現力を高めるために班活動を、仕組んでいく。また、全体へ説明させることで、その解決の方法を共有させる。

「ノート1冊 a 円、鉛筆1本 b 円とするとき、 $2a + 3b = 330$ という式はどのような意味を表しているでしょう。自分の考えをノートに書きましょう。」や、簡単な等式をつくる類題の部分で、ペア活動を取り入れる。

図などを利用して等式を作る場面では、個人思考の後、班で互いの考えを出し合い、等式やその根拠となる図などを完成させていく。そして、班ごとに全体へ説明させ、集団で検討させることを通して、学習の共有化を図る。

中学校 第1学年 数学科学習指導案

単元名：文字と式

単元について

本単元は、学習指導要領には、「文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりするとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。」と示されている。

小学校算数科における式の学習では、 x や y を使ったり、言葉の式を使って数量やその関係を表したり式の意味を読み取ったりする学習をしてきている。これを受けて、本単元においては、文字や文字式を用いることによって、数量やその関係を簡潔・明瞭に、しかも一般的に表現していくことを学習していく。そして、文字を用いた式に表現できれば、その後は目的に合うように形式的に処理することもできる。

このように事象の中にある数量やその関係を文字を用いた式を使って表現し、一般的に把握する見方や考え方を育てたり、形式的な処理を施して新たな関係を見いだそうとする態度を育てたりするなど、本単元の学習の意義は大きい。そして、その内容は、数と同様に、数学の学習全般にかかわる基礎的な知識及び技能として極めて重要である。とりわけ第1学年においては、本単元の学習を基にして、「1次方程式」や「比例と反比例」の学習へとつながっていく。

調査結果からみる課題

平成21年度 全国学力・学習状況調査 A問題 3(3)

(1) 問題の概要

過不足に関する問題で、数量関係を正しくとらえ、2通りに表してある式がどのような数量を表しているかを問う問題。

(2) 出題の趣旨

一元一次方程式をつくって問題を解決するために、数量の関係をとらえ、2通りに表せる数量に着目できるかどうかをみる。

(3) 誤答の分析～本校生徒26名、A地域生徒176名

解答類型と内容	正答 折り紙の枚数	2 折り紙	3 生徒の人数	4 配り方	9 その他	無解答
本校の割合(%)	34.6	3.8	26.9	3.8	11.5	19.2
A地域の割合(%)	34.1	3.4	23.3	2.3	18.8	18.2

・本校生徒の誤答した生徒12名に、「なぜ、その答えにしたのか」を尋ねてみた結果

ただし、無回答者5名は除く

ア 解答類型2(1名) ...よく分からなかったけど折り紙かもしれないと思った

イ 解答類型3(7名) ...生徒の人数を求める問題だから(2名)

x が生徒の人数を表しているから(1名) 何となく(4名)

ウ 解答類型4(1名) ...2つの式は、折り紙を生徒に配るやり方だと思ったから

エ 解答類型9(3名) ...分からないから「 x 」にした(1名) 折り紙の枚数と生徒の人数の両方が分かっていないから、「折り紙の枚数と生徒の人数」にした(2名)

・本校生徒の正答した生徒9名に、「なぜ、折り紙の枚数としたのか」を尋ねた結果

その根拠が正しく説明できた生徒は5名。他の4名は「あと分からないのは折り紙の枚数だから」とか「何となく」など、根拠が明確でなく、 $3x+20$ と $5x-2$ の式の意味が真には理解できていない。

以上の分析結果から、本校の生徒については、次の2点に課題があると考えられる。

事象の中にある数量を文字を用いて式に表したり、式の意味をよみとったりする力が弱い。

事象の中にある数量関係を正しくとらえ、文字を用いて式(等式)に表す力が弱い。

さらに、平成20年度「基礎・基本」定着状況調査の教科(数学)に関する調査項目の中の、「数学の授業では文章に書かれている関係を式で表すために、言葉の式や図を使って考えています。」に

ついて、「あてはまる(よく・やや)」の回答が、県平均49.4%に対して、本校生徒は、46.2%。「まったくあてはまらない」の回答が、県平均13.1%に対して、本校生徒は、34.6%である。言葉の式や図を使って考えさせていないという大きな課題がある。

(4) 指導上の課題

ある数量を文字を使って表すときに、小学校で学習した内容から発展させて考えさせたり、具体的な数の場合での式の作り方や、ことばの式を考えさせることが不十分であった。

数量関係を式に表すときに、もとの文章をしっかり読みこなすことや、言語や図などを利用して数量関係を整理して思考させることが不十分であった。

文字を用いて考えることの必要性やよさに関心を持たせたり、式の意味をよみとらせる指導が不十分であった。

指導改善のポイント

言葉の式や図を使って、式の意味を説明させる。

(1) 指導内容・指導方法について

既習事項や言語、図などを利用して考察させる。

目的に応じて、ペア活動・班活動・全体への説明を行う。

自分の考えや文章を伝え合ったり比較し合ったりする場面でペア活動を、思考力・表現力を高めるために班活動を仕組む。また、全体へ説明させることで、その解決の方法を共有させる。

(2) 3教科共通のとりくみについて

思考力・表現力を育成する授業づくり～発問の工夫、生徒のペア活動による授業改善

単元の目標

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形などについての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> ・数量やその関係・法則を一般的に表現するために、文字を用いて考えることの必要性やよさに関心を持ち、文字を用いた式で表したり、式の意味をよみとったりしようとする。 ・文字を用いた式における乗法・除法の表し方を知り、式の計算に活用しようとする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・事象の中にある数量やその関係・法則を文字を用いて表現し、一般的に考えることができる。 ・$a + b$, ab など、文字を用いた式は、それぞれ加法、乗法を表しているとともにそれらの結果も表していることができる。 ・文字に値を代入することで、文字を用いた式を具体的な事象に適用して考えることができる。 ・文字を用いた式の計算も数の計算と同じようにみて計算の方法を考えることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・事象の中にある数量やその関係・法則を文字を用いて式に表したり、式の意味をよみとったりすることができる。 ・文字を用いた乗法、除法の式を約束に従って適切に表すことや、簡単な一次式の加法と減法、1次式と数の乗法の計算をすることができる。 ・文字に値を代入して、式の値を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・文字を用いることで数量やその関係・法則を一般式に表現したり、式からその意味をよみとったりすることができることを理解している。 ・文字を用いた式における乗法・除法の表し方や、一次式の加法、減法における項のまとめ方及び1次式と数の乗法の計算方法を理解している。 ・式の値の意味を理解している。 ・1次式、1次の項、係数、等式、不等式などの用語やその意味を理解している。 ・記号($<$ $>$)の読み方やその意味を理解している。

指導と評価の計画

(全 25 時間)

次	学習内容 (時数)	評 価					
		関	考	表	知	評価規準	評価方法
一	・ 文字の意味を理解し，文字を使った式をつくる (2) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 数の式 $a + b$ を使った式 $a + b + c$ 文字を使った式へと発展させる </div>					<ul style="list-style-type: none"> ・ 文字を用いて考えることの必要性やよさに関心をもつ ・ 事象の中にある数量を文字を用いて表現し，一般的に考えることができる。 ・ 事象の中にある数量を文字を用いて式に表すことができる。 	観察 発表 ノート
	・ 文字式の表し方のきまりを知り，適切に処理する (3)					<ul style="list-style-type: none"> ・ 文字を用いた式における乗法・除法の表し方を理解している。 ・ 文字を用いた乗法，除法の式を約束に従って適切に表すことができる。 	発表 ノート
	・ いろいろな数量を文字を用いて式に表す (2) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 図や数の式・言葉の式をもとに考えさせる。 </div>					<ul style="list-style-type: none"> ・ 数量を文字を用いた式で表したり，式の意味をよみとったりしようとする。 ・ 式からその意味をよみとったりすることができることを理解している。 ・ 約束に従って，事象の中にある数量を文字を用いて式に表したり，式の意味をよみとったりすることができる。 	発表 ノート
	・ 式の値の意味を理解し，式の値を求める (1) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 入れものとして扱っていた $a + b$ から発展して，式の値をとらえさせる。 </div>					<ul style="list-style-type: none"> ・ 文字に値を代入することで，文字を用いた式を具体的な事象に適用して考えることができる。 ・ 式の値の意味を理解している。 ・ 文字に値を代入して，式の値を求めることができる。 	発表 ノート

一	<ul style="list-style-type: none"> 文字式がどんな数や数量を表しているかを考える(2) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>式の意味を正しくよみとり, 正しく表現させる。</p> </div>			<ul style="list-style-type: none"> 数量やその関係・法則を一般的に表現するために, 文字を用いて考えることの必要性やよさに関心をもつことができる。 $a + b, ab$ など, 文字を用いた式は, それぞれ加法, 乗法を表しているとともにそれらの結果も表しているとみることができる。 事象の中にある数量や関係・法則を文字を用いて表現し, 一般的に考えることができる。 事象の中にある数量や関係, 法則を文字を用いて式に表したり, 式の意味をよみとったりすることができる。 	観察 発表 ノート
	<ul style="list-style-type: none"> 練習問題をする(1) 			<ul style="list-style-type: none"> 文字を用いることで数量やその関係・法則を一般式に表現したりすることができることを理解している。 文字を用いた式における乗法・除法の表し方を理解している。 式の値の意味を理解している。 事象の中にある数量やその関係・法則を文字を用いて式に表すことができる。 	ノート プリント
二	<ul style="list-style-type: none"> 1次式の定義や1次の項, 係数の用語の意味を理解する(1) 			<ul style="list-style-type: none"> 用語(1次式, 1次の項, 係数)やその意味を理解している。 	発表 ノート
	<ul style="list-style-type: none"> 1次式の加法と減法をする(3) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>計算の過程が説明できる力をつける。</p> </div>			<ul style="list-style-type: none"> 簡単な一次式の加法と減法をすることができる。 一次式の加法, 減法における項のまとめ方を理解している。 	発表 ノート
	<ul style="list-style-type: none"> 1次式と数の乗法の計算をする(3) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>計算の過程が説明できる力をつける。</p> </div>			<ul style="list-style-type: none"> 文字を用いた式における乗法・除法の表し方を想起し, 式の計算に活用しようとする。 文字を用いた式の計算も数の計算と同じようにみて計算の方法を考えることができる。 1次式と数の乗法の計算をすることができる。 	発表 ノート
	<ul style="list-style-type: none"> 練習問題をする(1) 			<ul style="list-style-type: none"> 一次式の加法, 減法及び1次式と数の乗法の計算方法を理解している。 一次式の加法と減法, 1次式と数の乗法の計算をすることができる。 	発表 ノート

三	<ul style="list-style-type: none"> 等式や，等式についての用語の意味を理解し，等しい関係を表す式をつくる（２） 【本時 1 / 2】 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>既習事項や言語，図などを利用して考察させる。</p> </div>				<ul style="list-style-type: none"> 数量の関係を文字を用いた式（等式）で表したり，式の意味をよみとったりしようとする。 用語（等式，左辺，右辺，両辺）やその意味を理解している。 事象の中にある数量の関係を図などを通して考えることができる。 事象の中にある数量の関係を文字を用いて式（等式）に表したり，等式の意味をよみとったりすることができる。 	観察 発表 ノート
	<ul style="list-style-type: none"> 大小の関係を表す式を理解する（２） <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>等式との違いを明確にし，言語，図などを利用して考察させる。</p> </div>				<ul style="list-style-type: none"> 数量の関係を文字を用いた式（不等式）で表したり，式の意味をよみとったりしようとする。 <p>用語（不等式，左辺，右辺，両辺）や記号（$<$ $>$）とその意味，読み方を理解している。</p> <ul style="list-style-type: none"> 事象の中にある数量の関係を図などを通して考えることができる。 事象の中にある数量の関係を文字を用いて式（不等式）に表したり，不等式の意味をよみとったりすることができる。 	観察 発表 ノート
	<ul style="list-style-type: none"> 練習問題をやる（２） 				<ul style="list-style-type: none"> 文字を用いて数量の関係や法則を式に表現したり，式の意味を読みとったりするとともに，式の計算ができる。 	ノート プリント テスト

太枠部分が課題となる力を特に育成する時間

本時の学習

(1) 本時の目標

- ・事象の中にある数量の関係を図などを通して考えることができる。【数学的な見方・考え方】

(2) 本時の学習展開

学習活動	指導上の留意事項	評価規準	評価方法
1 既習事項の復習をする			
ノート1冊 a 円, 鉛筆1本 b 円とするとき, ノート2冊買ったときの代金は, どう表したらいでしょう。 鉛筆10本買ったときの代金は, どう表したらよいでしょう。 ノート1冊と鉛筆5本買ったときの代金は, どう表したらよいでしょう。			
それぞれについて, 答えと式のつくり方を発表する。	・既習事項を想起させ, それぞれの代金を表す式を正しく表すことができる。(文字式のきまり, 単位など)		
2 本時の学習内容を把握する			
ノート1冊 a 円, 鉛筆1本 b 円とするとき, $2a + 3b = 330$ という式はどのような意味を表しているでしょう。自分の考えをノートに書きましょう。			
自分の考えたことをノートに文章表現する。 ・ノート2冊と鉛筆3本で330円。 ・ノート2冊と鉛筆3本の合計の代金は330円である。 ・ノート2冊と鉛筆3本を買ったときの代金が330円である(になった)。 ペアで, 文章を伝え合い, 比較する場を設ける 全体で発表し, 式の意味を正しく表現しているかどうか全体で考える。	・主語や単位, 「代金」, 「合計」などの言葉がきちんと入っているかどうか。 <div style="border: 1px solid black; background-color: #fff2cc; padding: 5px; margin: 10px 0;"> ペアや全体で活動する場を設け, 相互評価する。 </div> ・正しくない表現の場合は, どこをどう直せばよいか考えさせる。		
$2a + 3b = 330$ という式は, 今までの式とどこが違いますか			
気づいたことを発表する。 ・ = (等号) が使っている ・ 等しい関係を表している ・ 単位がない	・ 今までは, 文字を使って全体の代金などを表していたが, 今日の式は, その代金が何かと等しいということを表している。		

<p>用語を知らせる。 ・等式，左辺，右辺，両辺</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>文章をよく読んで，図などを利用しながら，等式のつくり方を考えることができる。</p> </div>	<p>・図を示し，等式と図の関係を理解させる。</p>		
<p>3 図などを利用して，等式のつくり方を考えていく。</p>			
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問1 1個 100 円のりんご x 個と，1個 a 円のレモン 3 個を買ったときの代金が 1500 円になりました。このことを，言葉の式や図と等式に表しましょう。</p> </div>			
<p>ワークシートを配布し，問1について個人思考させる。(3分)</p> <p>全体で発表し，等式とその根拠となる図や言葉の式を全員で確認する。</p>	<p>・作った等式や図をペアで確認し合う。</p> <p>・できた等式の左辺，右辺，両辺を押さえる。</p>		
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問2 1000 円持って買い物に行き，1個 x 円のりんごを 6 個買おうとしたところ，y 円たりませんでした。このことを図(または言葉)と等式で表しましょう。</p> </div>			
<p>ワークシートの問2について個人思考させる。(5分)</p> <p>班ごとに，等式と図(または言葉)をまとめさせる。</p> <p>班ごとにまとめた等式と図(または言葉)を，発表させる。(考え方についても説明させる。)</p> <p style="margin-left: 20px;"> $6x=1000+y$ $1000+y=6x$ $6x - y=1000$ $1000=6x - y$ $6x - 1000=y$ $y=6x - 1000$ </p>	<p>・等式のつくり方が分からない生徒には，y 円の部分を具体的な金額に置き換えて考えさせる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>班活動する場を設け，等式の作り方を，図や言葉の式を利用させながら考えさせる。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>全体で説明させる場を設ける。各班が考えた式を全員で考察・評価させていく。</p> </div>	<p>事象の中にある数量の関係を図などを通して考えることができる。</p>	<p>発表 ワークシート</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>できる等式は 1 つだけだろうか。</p> </div>			
<p>・ 1 つだけだ。 ・ 1 つだけとは限らない。...</p>			

<p>どうして1つだけとは限らないの のだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・左辺と右辺が入れかわった等式も正しい。 ・全体の数量だけでなく，1つの数量に注目しても等しい関係の式はできる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・理科の天秤を想起させる。 ・図を根拠に考えさせる。 		
4 今日の学習を振り返る			
<p>今日，分かったこと，気づいたことを自己評価表に書いてみましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・等式とはどんな式だったか。 ・等式をつくる時，何を利用すると便利だったか。 ・1つの問題で，できる等式は1つだけだったか。 <p>次時の予告</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・2名程度発表させる。 		

評価問題等による検証

1. 次の数量の間の関係を等式で表しなさい。

(1) x個のあめを，a個ずつ9人に配ったところ，2個余った。

(2) x個のあめを，a個ずつ9人に配ったところ，2個たりなかった。

2. 次の**問題**と**考え方**を読んで，下の をうめなさい。ただし，アにはことばを，イとウには式を入れなさい。

問題

折り紙を x 人の生徒に配ります。1人に3枚ずつ配ると20枚余ります。また，1人に5枚ずつ配ると2枚たりません。このことを等式で表しましょう。

考え方

等式をつくるために，上の問題の数量のうち， ア を2通りの式で表すと， $3x + 20$ と イ になります。

この2つの式が等しいので，等式は $3x + 20 =$ ウ です。

3. 兄弟4人でおじいちゃんの誕生祝いのプレゼントを買うことにしました。プレゼントの代金は，1人 a 円ずつ集めると x 円余り，1人 b 円ずつ集めると y 円不足します。このことを等式で表しましょう。

