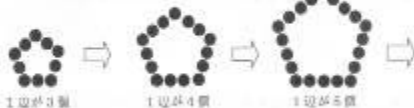


## 教科に関する調査の設問別の分析結果

平成 20 年度「基礎・基本」定着状況調査 中学校数学 8 (2)

8) 下の図のように、正五角形の形におはじきを並べていきます。



このとき、次の(1)・(2)に答えなさい。

(1) 1辺に  $n$  個のおはじきを並べるとき、おはじきは全部で何個になりますか。

(2) 1辺に  $n$  個のおはじきを並べるとき、おはじきは全部で何個になりますか。  $n$  を用いた式で表しなさい。

## 【出題の趣旨】

事象の中の数量関係を文字を使って表現し、一般的に考えることができる。

## 【学習指導要領の内容・領域】

第1学年 A 数と式

(2) 文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり、式の意味を読み取ったりする能力を培うとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。

エ 数量の関係や法則などを文字を用いた式に表すことができることを理解し、式を用いて表したり読み取ったりすること。

	正答率
本校	47.8
広島県	42.1

解答類型	1	2	3	4	5	6	左記以外	無解答
本校の割合 (%)	43.5	4.3	0	2.2	0	4.3	34.8	10.9

## この問題を解くために必要な力

- 数量の関係や法則などを文字を用いた式に表すことができることを理解し、式を用いて表したり読み取ったりする力
- 事象の中の数量関係を見出し、文字を用いて表現する力(一般化させる力)・表現しようとする力

## 誤答分析

設問(1)のように、具体的におはじきを書いて考えることのできる問題では、多くの生徒が正答を導くことができている。(広島県の正答率は62.7%に対し、本校の正答率は78.3%)。これは、生徒らが問題文の意味についてよく理解しており、具体的におはじきを書いて数え上げることによって答えを導き出すことができることを表している。

しかし、設問(2)のように、おはじきを書いて考えることのできない問題では、数え上げるという方法が使えないため、急激に正答率が低くなっている。解答類型にない“左記以外”が34.8%いること、また、無解答が10.9%いることから、文字をつかった抽象的な問題になった途端、何をすればよいかわからず思考が停止していることがわかる。すなわち、一般化することの意味がわかっていないことが伺える。

調査結果の分析をふまえた指導改善のポイント  
 平成 20 年度「基礎・基本」定着状況調査 中学校数学 8 (2)

【单元名】 文字と式(第 1 学年)

調査結果からみる課題

【課題となる力】

事象の中の数量関係を発見する力

式が表している具体的場面をよみとる力

事象の中の数量関係を文字式を使って表現し、一般的に表現しようとする力

【指導上の課題】

文字を使って式に表すことの有効性を意識付けていないため、式の構造や計算の方法など、形式的な理解にとどまったままで、主体的な学習ができていないこと。

指導改善のポイント

段階的に一般化し、段階的に文字式の意義を理解させる。

【指導の工夫】

- 1 具体的な数からスタートし、段階的に一般化させる。
- 2 3通りの表現方法で数学的な考え方を説明し、段階的に文字式のよさを理解させる。

単元の導入で!

事象の中の数量関係を発見する力を育成

式が表している具体的場面を読み取る力を育成

- 1 「正方形を 10 個つくるとき、マッチ棒は 31 本必要。どうしてそんなに簡単にわかるの？」  
 「正方形を 3 個つくるとき、マッチ棒は何本必要だろうか」  
 「正方形を 4 個つくるとき、マッチ棒は何本必要だろうか」  
 「正方形を 5 個つくるとき、マッチ棒は何本必要だろうか」  
 「正方形を 10 個つくるとき、マッチ棒は 31 本必要。どうしてそんなに簡単にわかるの？」

段階的に

具体物(操作活動)

なんで?

単元の途中で!

事象の中の数量関係を文字式を使って表現し、一般的に表現しようとする力

- 2 「文字式を使った説明のよさはいったい何だろう？」  
 「ことばで説明しよう」  
 「ことばの式で説明しよう」  
 「文字式をつかって説明しよう」

段階的に

わかりやすさは？

説明にかかる時間は？

## 中学校第1学年 数学科学習指導案

### 単元名：文字と式

#### 単元について

学習指導要領では、第1学年の「数と式」領域の目標として「数を正の数と負の数まで拡張し、数の概念についての理解を深める。また、文字を用いることの意義及び方程式の意味を理解するとともに、数量などの関係や法則を一般的にかつ簡潔に表現し、処理できるようにする。」ことがあげられている。「数と式」の内容は、今日の社会においてもいろいろな場面で使われ、中学校数学の全領域の内容と深い関わりを持つとともに、それらの基礎をなすものとして重要な位置を占めている。

文字を用いた式の学習については、小学校において学習はしていないが、数量の関係を言葉の式や などを用いて式に表す経験をし、数量の関係や法則などを簡潔にかつ一般的に表す能力を伸ばしてきている。中学校ではさらに発展させ、文字を用いることによって数量関係や法則を簡潔にかつ一般的に表現させる見方や考え方を育てたり、文字式の計算や処理に関する能力を育成することが求められている。

本単元では、文字式のよさである一般性や簡潔さを考えさせながら、必要に応じて数量をいろいろな文字を用いて自由に表現できるようにし、文字を使って数量を式に表したり、表した式を操作したりする基礎を培い、文字を数と同じように処理できるようにする。こうした一連の学習を通して、後の「方程式」や「比例と反比例」の学習、そして、2学年の「式と計算」や3学年の「多項式」の学習につなげていく必要がある。

#### 調査結果からみる課題

設問(1)のように、具体的におはじきをかいて考えることのできる問題では、多くの生徒が正答を導くことができていた。(広島県の正答率は62.7%に対し、本校の正答率は78.3%)。これは、生徒らが問題文の意味についてよく理解しており、具体的におはじきをかいて数え上げることによって答えを導き出すことができることを表している。

しかし、設問(2)のように、おはじきをかいて考えることのできない問題では、数え上げるという方法が使えないため、急激に正答率が低くなっている。解答類型にない“左記以外”が34.8%いること、また、無解答が10.9%いることから、文字をつかった抽象的な問題になった途端、何をすればよいかわからず思考が停止していることがわかる。すなわち、一般化することの意味がわかっていないことが伺える。

したがって、事象の中の数量関係を発見する力、式が表している具体的場面をよみとる力、事象の中の数量関係を文字式を使って表現し、一般的に表現しようとする力の育成が必要となる。ただし、その前提として、文字式を学ぶ意義を実感させていなければ、いくら指導者が働きかけたところで効果は薄い。そこで、今回の授業では、いろいろな表現方法で説明する活動を通して文字式のよさを理解し、学びに対し意欲的に取り組む姿勢も同時に育成していかなければならないといえる。

#### 指導改善のポイント

東京書籍では、単元の導入で「マッチ棒で正方形を10個つくったとき、合計の本数を求めなさい」という問題がある。今回の授業では、実際にマッチ棒を並べるという数学的活動を基に考察させた。正方形を1個つくった時、2個つくった時、3個つくった時、と徐々に正方形の個数を増やしていく中で、様々な方法で工夫して求めることができた。それを実際にワークシートのマッチ棒にグルーピングをしながらかき表したり、その図から逆に式をつくるなどの活動も行った。そういう意味では上記の課題がある程度クリアできたといえる。この後、文字式で表すことのよさについて、あるいはなぜ文字を使うのかなどについて指導した。

しかし、導入段階では、生徒たちの文字の捉え方があいまいであるため、文字が単に「正方形の個数」ということばのラベルとして、よく理解したとしてもブレースホルダーとして程度しか理解できていない。そして、あれだけいろいろな考え方をさせたと関わらず、代表的な1つの考え方( $1+3x$ )についてのみ触れ、文字式を使って表すことによって一般的に表現できることを理解させた程度である。

そこで、今回、同じ教材を扱って、学習意欲の面における生徒の課題をふまえ、本単元の学習の意義、すなわち文字式の「簡潔性・明瞭性・一般性」について学ぶ過程で、そのよさを味わうことができるような工夫を取り入れ

た。具体的には、ことばで表現する、ことばの式で表現する、文字式で表現するという言語活動を段階的に取り入れることで、文字式のよさを理解させる。さらに、文字式で一般的に表すことにより、これまでに学んできた計算を行い形式的操作を行えば、異なる数式が最終的には 1 つの同じ式となり、マッチ棒の本数が同じになることに気づかせる。学習をおうごとに、結果的にそのよさが理解できるようになったという自分自身の成長を認識させることによって、自己満足感を高め、学習意欲を持続させ、さらには進んで文字式を使おうとする態度を養いたい。

## 単元の目標

文字の意味を理解し、文字を用いて数量や数量の間の関係及び法則を式に表現したり、表現した式を適切に処理したり、式の意味をよみとったりすることができるようにする。

- (1) 文字式を用いることの意義を理解する。【A(2)ア】
- (2) 文字を用いた式における乗法、除法の表し方のきまりを理解する。【A(2)イ】
- (3) 文字を用いて関係や法則を式に表現したり、式の意味をよみとったりすることができるようにする。  
【A(2)イ】
- (4) 代入、式の値の意味を理解し、具体的な事象について式の値を求めることができるようにする。  
【A(2)ア】
- (5) 項、係数、1 次式の意味を理解し、簡単な 1 次式の加法・減法ができるようにする。  
【A(2)ウ】

## 指導と評価の計画

(全 1 4 時間)

次	学習内容(時数)	評 価					評価方法
		関	考	表	知	評価規準	
一	文字式を使って表すことの有効性(1)					文字を用いて数量を表すことに興味をもち、いろいろな数量を文字を用いて表したり、文字を用いた式の意味をよみとったりしようとする。 数量や関係を、簡潔に表現したり、意味をよみとったりすることを通して、事象を数理的に考察することができる。	ワークシート ノート 観察・発表
二	簡単な場合について、数量を文字を使って表す。(1)					数量や関係を文字を用いて式に表したり、その式が表している具体的な場面をよみとったりすることができる。 数のかわりに文字を用いることで、数量や法則を一般的に表現できることを理解している。	ノート 観察・発表
三	文字を使った式の表し方(2)					文字を使った式の積や商の表し方のきまりを理解している。 式からその式の意味をよみとることができることを理解している。 式からその式の意味をよみとることができることを理解している。 文字使用のきまりにしたがって、具体的な数量を文字式に表すことができる。	ノート 観察・発表
四	代入と式の値(1)					文字式に数を代入して式の値を求めることができる。	ノート 観察・発表
五	1 次式の計算(4) (本時 4 / 4)					1 次式の計算方法を理解している。 1 次式の加減や 1 次式と数の乗除の計算ができる。	ワークシート ノート 観察・発表

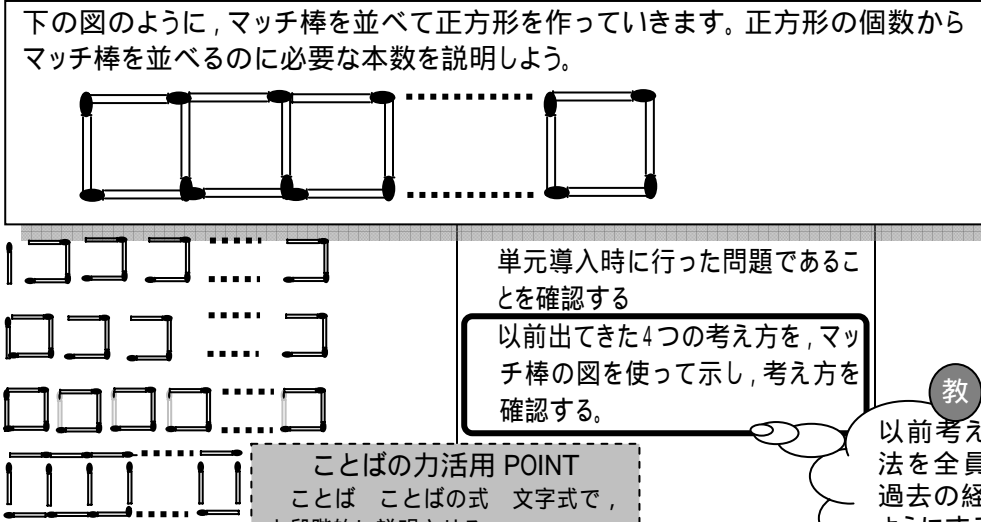
					<p>数量や関係を文字を用いて式に表したり、その式が表している具体的場面をよみとったりすることができる。</p> <p>1次式の加減や乗除の方法について、既習事項と関連づけて、その計算方法を考えることができる。</p>	
					<p>数量や関係を、文字を用いて一般的にかつ簡潔に表現したりすることを通して、文字式のよさがわかり、事象を数理的に考察することができる。</p>	
					<p>数量や関係を、文字を用いて一般的にかつ簡潔に表現したりすることを通して、文字式のよさがわかり、事象を数理的に考察することができる。</p> <p>数学的な考えを、様々な表現方法で説明することができ、最終的に文字式のきまりに従って、文字を用いて簡潔に表現することができる。</p>	
六	文字式を使った公式の利用(1)				<p>文字に数を代入して式の値を求めたり、具体的な事象について式の値を求めることを通して、問題を解決したりしようとする。</p> <p>文字に数を代入することの意味を、具体的な事象にもとって考えることができる。</p>	ワークシート ノート 観察・発表
七	章の問題A(2)				<p>文字式に数を代入して式の値を求めることができる。</p> <p>1次式の加減や1次式と数の乗除の計算ができる。</p>	ノート 観察・発表

## 本時の学習

### (1) 本時の目標

- ・ 導入時に考察した問題を、計算練習で得た知識を使って再考察することにより、文字を使って表すことのよさを理解させる。
- ・ 数学的な考え方を様々な方法で説明させる。

(2) 本時の学習展開

学習活動	指導上の留意事項 「努力を要する」と 判断された生徒への手立て	評価規準	評価方法
<b>1 学習課題を設定する。</b>			
<p>下の図のように、マッチ棒を並べて正方形を作っていきます。正方形の個数からマッチ棒を並べるのに必要な本数を説明しよう。</p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>単元導入時に行った問題であることを確認する 以前出てきた4つの考え方を、マッチ棒の図を使って示し、考え方を確認する。</p> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>ことばの力活用 POINT ことば ことばの式 文字式で、と段階的に説明させる。</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 10px; display: inline-block; margin-top: 20px;"> <p><b>教</b></p> <p>以前考えた4つの方法を全員で確認し、過去の経験が使えるようにする。</p> </div>		
<b>2 段階的に表現活動を行う。</b>			
<b>ステップ1</b>			
それぞれの考え方を、ことば(文章)で説明しよう。			
<p>マッチ棒の図をみてことば(文章)で説明する。 (班で1つの考え方を担当し、ワークシートにことばで説明を書く。班内で説明の練習を行う。)</p>	<p>指導者が1つの考え方( )について、ことばの説明の仕方を例示する。それを参考に、班で1つの考え方の説明を担当させる。 それぞれの考え方をことば(文章)を使って説明させる。文字や式を使わず、ことば(文章)で説明させる。</p>		
<b>ステップ2</b>			
それぞれの考え方を、ことばの式で説明しよう。			
<p>ことばの式で説明する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1 + 3 × (正方形の個数)</li> <li>4 + 3 × (正方形の個数 - 1)</li> <li>4 × (正方形の個数) (正方形の個数 - 1)</li> <li>2 × (正方形の個数) + (正方形の個数 + 1)</li> <li>x や n などの文字を使わないこと。</li> </ul>	<p>指導者が1つの考え方( )について、ことばの式の説明の仕方を例示する。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>ことばの力活用 POINT 説明のキーワード(正方形の個数)を設定する。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px; text-align: center;"> <p>ステップ1で出てきた考え方をこと</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 10px; display: inline-block; margin-top: 20px;"> <p><b>考 表</b></p> <p>でてきた考え方を、数学的に表現するための準備段階として設定する。キーワードを使って一般的に考えさせる。</p> </div>	



<p><b>ステップ3</b></p>	<p><b>ばの式</b>で説明させる。式を作ることに専念させるため、「<b>正方形の個数</b>」というキーワードを使って説明するよう指示する。</p>	<p><b>【考】</b>          数学的な考えを、様々な表現方法で説明することができ、最終的に文字式のきまりに従って、文字を用いて簡潔に表現している。</p>	<p>ワークシート・観察</p>
<p>それぞれの考え方を、文字式で説明しよう。</p>			
<p>文字式を使って説明する。          正方形の個数を <math>x</math> とすると</p> <p><math>1 + 3x</math>  <math>4 + 3(x - 1)</math>  <math>4x - (x - 1)</math>  <math>2x + (x + 1)</math></p>	<p>何を文字で表せばよいのかを考えさせる。          その理由についても考えさせる。</p>		

**3 文字式のよさを味わう。**

<p>段階を追うごとに、表現方法や説明の方法がどうなっていますか。</p>		<p><b>【表】</b>          数量や関係を、文字を用いて一般的にかつ簡潔に表現したりすることを通して、文字式のよさがわかり、事象を数理的に考察している。</p>	<p>発表やつぶやきワークシート・観察</p>
<p>&lt;予想される反応&gt;          ・段階が進むごとに説明するのが簡単になってきた。</p>	<p>意見が出てこなければ、各段階で説明するのにかけた時間を公表する。</p> <p>ことばの式で説明したとき、これ以上の発展はない。しかし、文字式で表したとき、さらに発展させることが出来る。＝さらに計算が可能。これまで学習してきた計算を行い、それを使って計算を行うと、結果はもももすべて <math>1 + 3x</math> になり、全て等しいことが判明する。</p>		
<p>自己評価          ・本時を振り返り、まとめをする。          次時の予告</p>			

(3) 板書計画

授業のねらい 文字式のよさについて考えよう。

簡単  
はやい

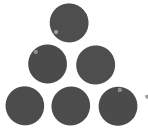
<p><b>ステップ1</b> ことばで説明</p>	<p><b>ステップ2</b> ことばの式で説明</p> <p><math>1 + 3 \times (\text{正方形の個数})</math>  <math>4 + 3 \times (\text{正方形の個数} - 1)</math>  <math>4 \times \text{正方形の個数} - (\text{正方形の個数} - 1)</math>  <math>2 \times \text{正方形の個数} + (\text{正方形の個数} + 1)</math></p>	<p><b>ステップ3</b> 文字式で説明</p> <p><math>1 + 3x</math>  <math>4 + 3(x - 1)</math>  <math>4x - (x - 1)</math>  <math>2x + (x + 1)</math> } = <math>1 + 3x</math></p>
----------------------------	--	--



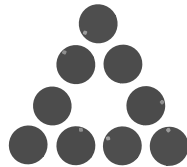
## 検 証

## 検証の方法

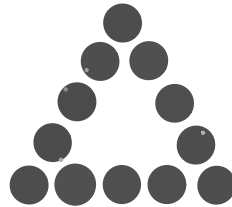
(3) 下の図のように、正三角形におはじきを並べていきます。



1 辺が 3 個



1 辺が 4 個



1 辺が 5 個

このとき、次の問いに答えなさい。

1 辺に 8 個のおはじきを並べる時、おはじきは全部で何個になりますか。

1 辺に  $n$  個のおはじきを並べる時、おはじきは全部で何個になりますか。  $n$  を用いた式で表しなさい。

## 検証結果

3 校の通過率の平均が、72%

3 校の通過率の平均が、54%

## 分析・考察

表した文字に、簡単な数値を代入させ、文字式が確かかどうかを吟味させる場、文字式で表された関係を読み取らせる場を設定し、定着を図った。

その結果、調査結果や自己評価等から、規則性が十分つかめていない実態もまだみられるため、スモールステップで生徒の理解にあった指導が必要である。