

# 数学科学習指導案

広島県立広島高等学校

教諭 金子 洋平

## 1 日時

令和元年6月21日(金) 4限(11:50~12:40)

## 2 場所

高校2年4組教室

## 3 対象

第2学年3・4組 標準クラス(β1)(男子6名, 女子17名, 計23名)

## 4 単元名

数学Ⅱ 第6章 微分法と積分法 — 第2節 関数の値の変化

## 5 単元について

### (1) 単元観

高等学校学習指導要領解説数学編(平成21年)の数学Ⅱ(5)「微分・積分の考え」の内容のアの(イ)に「導関数を用いて関数の値の増減や極大・極小を調べ, グラフの概形をかくこと。また, 微分の考えを事象の考察に活用すること。」が挙げられている。関数については, 中学校第2学年で変化の割合が常に一定なものとして, 1次関数を学習している。続いて, 中学校第3学年で関数 $y = ax^2$ を学習し, 変化の割合が一定でないことについて学んでいる。高等学校では, 数学Ⅰで一般の2次関数を学習し, 2次関数のグラフをかくことを通して, 関数の値の変化について理解を深めている。

本単元では, 数学Ⅰで学んだ2次関数をさらに一般化し, 簡単な多項式で表される関数の値の変化を調べる手段として, 微分の考えについて理解することや, その有用性を認識することが目指される。その際, 微分係数や導関数, あるいはそこに使われる極限値の記号など, 生徒にとって理解しづらい場面が多いため, コンピュータなどの情報機器を有効に活用して直観的理解を促すことは欠かせない。また, 「一般と特殊」の関係を意識させるには格好の単元である。例えば, 増減表がかけるようになった後で, 2次関数の最大値や最小値を, あえて増減表をかくことで求めさせる活動が重要である。「平方完成は2次関数に固有の方法であるが, 微分の考えは, 3次関数のときも, 2次関数のときも通用する汎用的な方法である」ということを理解させることで, 微分の考えの有用性を認識させることができると考える。

### (2) 生徒観

本校では2学級を習熟度ごとに3クラスに分けて授業を行っており, このクラスは標準クラスにあたる。3月に実施したスタディーサポートにおいて, 本単元に直接かかわる出題はなかったが, 関連する分野として, 2次関数に関わる問題の正答率の状況に注目したところ, 次のとおりであった。

①公式を利用する問題

(a) グラフが3点を通る2次関数の決定

(b)  $y = x^2 - 6x + a$  ( $1 \leq x \leq 4$ )の最大値が0のときの、定数  $a$  の値の計算  
の2問を合わせた平均正答率は、60.9%であった。

②やや応用的な問題

(c)  $x^2$  の係数と頂点の座標が与えられた2次関数の決定

(d) 2次関数のグラフを  $x$  軸方向に  $a$  だけ平行移動したグラフが原点を通るときの  
 $a$  の値の計算

(e)  $0 \leq x \leq t$  における最大値  $M$ 、最小値  $m$  が  $M + 2m = 13$  を満たすような  $t$  の値の  
計算

という、一連の流れのある問題を解答した。(e)は正解が2つあるが、1個合うごとに「1問正解」と判断した。したがって、(e)は2問分としてカウントし、(c)～(e)までで計4問解答したことになる。この集計の仕方において、生徒の平均正答率は26.1%であった。また、全問不正解の生徒が9名、正答率25%の生徒が8名であった。

これらのことから、(d)、(e)のような、応用的な問題であっても、臆せず立ち向かえるようにしていくことが必要である。

公式利用については、ほぼ毎時間「豆テスト」と称して、前時に学習した範囲の傍用問題集のうち1～2問をプリントにし、3～4分程度で解かせる取組を継続的に行ってきた。このことにより、生徒の中で、学習習慣の向上や、公式定着に向けた学習方法の確立が進んできたものと思われる。また、本学級の生徒の多くは数学を苦手としているものの、数学の学習に対して後ろ向きな生徒は極めて少なく、日々の話し合い活動にも積極的に取り組むことができる。

(3) 指導観

(1)を踏まえ、常に「2次のときはどうだったか」を念頭に置きながら、微分の考えは次数によらず使える汎用的な考え方であることを体験的に理解させる。そのために、(2)の生徒の状況を前提に、それまでに身に付けた基礎的・基本的な知識及び技能を用いて何ができるかを考察させる学習活動を、段階的に取り入れていくことが重要であると考え。その際、発問の仕方や場の設定を工夫することにより、生徒の話し合い活動をより実りあるものにしていく。例えば、複数の解法が想定される問題を解く場面において、2人組で分担し、知識構成型ジグソー法に基づいた授業を展開すると、生徒の参画意識も高まり、より有効に作用するのではないかと考える。

6 単元の目標

- ・導関数を用いて、関数の値の変化や極値を調べるとともに、グラフをかくことができる。
- ・微分の考えを、事象の考察に利用することができる。

## 7 単元の評価規準

| 関心・意欲・態度                    | 数学的な見方や考え方                              | 数学的な技能   | 知識・理解   |
|-----------------------------|---|--|---|
| ・微分の考えを、日常的な問題の解決に活用しようとする。 | ・関数のグラフを用いて、高次方程式の実数解の個数について考察することができる。 | ・関数の値の変化を調べ、極値を求めたり、グラフをかいたりすることができる。<br>・関数のグラフを用いて、不等式を証明することができる。 | ・接線の傾きと関連付けながら、関数の値の変化を調べる方法を理解している。<br>・極値をとることと微分係数が0となることの論理関係を理解している。 |

## 8 指導と評価の計画

第6章 微分法と積分法 — 第2節 関数の値の変化（全8時間）…本時はその6時間目

| 時間 | 学習内容         | 評価規準                                   | ① | ② | ③ | ④ |
|----|--------------|--|---|---|---|---|
| 1  | 関数の増減と極大・極小  | 接線の傾きと関連付けながら、関数の値の変化を調べる方法を理解している。    |   |   |   | ○ |
| 2  |              | 関数の値の変化を調べ、極値を求めたり、グラフをかいたりすることができる。   |   |   | ○ |   |
| 3  |              | 極値をとることと微分係数が0となることの論理関係を理解している。       |   |   |   | ○ |
| 4  | 関数の増減・グラフの応用 | 微分の考えを、日常的な問題の解決に活用しようとする。             | ○ |   |   |   |
| 5  |              | 関数のグラフを用いて、高次方程式の実数解の個数について考察することができる。 |   | ○ |   |   |
| 6  |              | 関数のグラフを用いて、不等式を証明することができる。             |   |   |   | ○ |
| 7  |              |  |   |   |   | ○ |
| 8  |              |  |   |   | ○ |   |

※①, ②, ③, ④は, 評価の4観点(①関心・意欲・態度, ②数学的な見方や考え方, ③数学的な技能, ④知識・理解)を表す。

## 9 本時の展開

### (1) 本時の目標

3次方程式の実数解の個数を, 3次関数のグラフと  $x$  軸との共有点の個数と対応させて説明することができる。

### (2) 本時の評価規準

⑦関数のグラフを用いて, 高次方程式の実数解の個数について考察することができる。  
(数学的な見方や考え方)

### (3) 準備物

『改訂版 高等学校数学 II』(数研出版), 『4プロセスノート 微分法と積分法』(数研出版), 授業プリント

(4) 学習の展開

| 過程  | ●教授活動 ○学習活動   | ◇指導上の留意事項<br>◆努力を要する状況と判断した生徒への指導の手立て  | 評価規準<br>【評価の観点】<br>(評価方法) |
|---|---|--|---------------------------|
| 導入<br>3分  | <p>●本時のテーマが高次方程式の実数解を考えることであることを伝える。</p> <p>○本時の目標を確認する。</p>  | <p>◇本時の冒頭は、教科書を開かせない。授業プリントを配付する。</p>  |                           |
| <p><b>本時の問い：方程式の実数解があるかないかは、どうすれば分かるだろうか。</b></p> |   |  |                           |
| 展開1<br>15分  | <p>○導入問題に取り組む。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>問：方程式 <math>x^2 - 4x + 2 = 0</math> には実数解はあるだろうか？</p> </div> <p>&lt;予想される生徒の反応&gt;</p> <p>①判別式 <math>D</math> について、<br/> <math>D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 8 &gt; 0</math> だから、実数解は2個。</p> <p>②実際に解くと、<math>x = 2 \pm \sqrt{2}</math> だから、実数解は2個。</p> <p>③関数 <math>y = x^2 - 4x + 2</math> のグラフをかき、<math>x</math> 軸との交点の個数を数えて、2個。</p> <p>●発問1「今発表された考え方のどれを使えば、今日の『本題』を解決することができそうか。」</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>本題：方程式 <math>x^3 - 3x - 1 = 0</math> には実数解はあるだろうか？</p> </div> <p>○発問1について検討する。</p> <p>&lt;予想される生徒の反応&gt;</p> <p>判別式や解の公式の利用という方針では難しそうだ。</p> <p>●グラフを用いる考えが出なかった場合は、発問2「今日の『本題』を解決できるように、導入問題を別の見方から解決することはできないだろうか。」</p> <p>○発問2について検討する。</p> | <p>◇1分程度個人思考させた後、近くの生徒と確認させる。</p> <p>◇本題は、授業冒頭で配ったプリントに印刷しておく。</p> <p>◇個人思考→ペアトーク→数名発表させる。</p> <p>◇グラフを用いる考えが出なかった場合は、「どうい話し合いになったか」だけを発表させる。</p> <p>◆本単元での既習事項を振り返らせる。</p> <p>◇個人思考→ペアトーク→「どうい話し合いになったか」を数名発表させる。</p> |                           |

|                    |  |  |  |
|--------------------|--|--|--|
| <p>展開2<br/>27分</p> | <p>●『本題』をもう一度確認させる。<br/>○方針を検討する。</p> <p>●生徒が考えた方針を確認しながら、解答例を板書する。</p> <p>○適用題に取り組む。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>練習：(1) <math>x^3 + 3x^2 + 2 = 0</math><br/>(2) <math>x^3 - 3x = 0</math></p> </div> <p>○答え合わせを行う。</p> <p>●発問3「(2)について、別解はないか。」</p> <p>●追加問題を提示する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>追加：<math>x^3 + 3x^2 = 2</math>の異なる実数解の個数を求めなさい。</p> </div> <p>●発問4「<math>=0</math>でなくなった。どうするか。」</p> <p>○分担を決め、それぞれのやり方で追加問題を解決する。</p> | <p>◇個人思考ののち、2人組で思考方略を相互に言語化させる。</p> <p>◇微分の計算、増減表のかき方、グラフのかき方など細かく発問を積み重ねる。</p> <p>◆微分の計算ミスだけは指摘する。</p> <p>◇早く終わった生徒には、4プロセスノートの類題に取り組ませる。</p> <p>◇解き方を相互に説明させる。</p> <p>◇(2)は容易に因数分解でき、実数解をすべて求めることができる。このことを通して、グラフを利用して求めた実数解の個数の妥当性が納得されると思われる。</p> <p>◇移項せずに解決しようとする生徒がいたら取り上げる。いなければ、少し時間をとった上でこちらから紹介する。</p> <p>◇2人で分担(移項して考える or 移項せず処理する)を決め、その考え方で解決させる。3分程度経ったら、結論が一致したか確認させる。</p> | <p>(2) ㊦<br/>【見方や考え方】<br/>(行動観察、記述、発表)</p> <p>(2) ㊦<br/>【見方や考え方】<br/>(行動観察、記述、発表)</p> <p>(2) ㊦<br/>【見方や考え方】<br/>(行動観察、記述、発表)</p> |
| <p>まとめ<br/>5分</p>  | <p>○本時のまとめを記述し、相互に交流する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>まとめ例</p> <p>①グラフを利用すれば必ず、高次方程式の解の個数を求めることができる。</p> <p>②解の公式や因数分解は、使えないこともある。</p> <p>③「<math>=2</math>」型の方程式は、<math>x</math>軸との交点ではなく、直線 <math>y=2</math> との交点を考えてもよい。</p> </div>   | <p>◇交流終了後、数名発表させる。</p>   |  |