

1 単元のデザイン

数学科において育成を目指す資質・能力（本校で目指す資質・能力）

- ・多項式についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
【知識及び技能】（知識・技能）
- ・文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明する力を養う。
【思考力、判断力、表現力等】（思考力・判断力・表現力）
- ・数学的な活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度、多様な考えを求め、よりよく問題解決しようとする態度を養う。
【学びに向かう力、人間性等】（主体性）

単元について

第8学年では、文字を用いて数量の関係や法則などを考察する力を養うとともに、簡単な整数の加法・減法、単項式の乗法と除法の計算について学習している。また、数量及び数量の関係を捉え説明するのに文字を用いた式が活用できること、目的に応じて簡単な式を変形することについて学習している。本単元では、これらの学習を踏まえ、単項式と多項式の乗法、多項式を単項式で割る除法、および簡単な一次式の乗法の計算ができるようにする。さらに、公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を取り扱い、これによって、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明する力を養うようにすることをねらいとしている。

文字式の有用性については、これまで文字を使って式に表現したり、式の意味を読み取ったりする力を養うとともに、具体的な場面で活用することを通して、そのよさを実感できるよう学習してきている。しかし、本当の意味で実感することは難しい。他領域の基礎ともなるこの単元で、文字式の有用性を実感させることは今後の学習にも意義深いものになると考える。

生徒について

- ①本学級の生徒に対して「連続する3つの整数の和は中央の整数の3倍になること」を説明する問題をプレテストとして実施した。その結果、文字式を使って説明できている生徒が31.3%であった。また、事前アンケートとして、「文字式のよさはどんなところにありますか」という問いに対して、一般性に関する記述とみられるものが17.6%に留まる結果となった。文字式を使って一般的に説明することは、文字式の計算の習熟以上に難しく、また、なぜ文字式を使って説明する必要があるのかまでの深い理解には至っていないと思われる。
- ②本学級の生徒が昨年度に取ったアンケートによると、「数学の授業では、解き方や考え方を話し合うときに理由をあげて説明しています。」に対して、76.5%の生徒が肯定的評価をしており、多くの生徒が対話を中心としたグループ学習に対して好意的である。

指導の工夫について

- ①これまでに、文字式を使った説明や、図形の証明における演繹的な説明の学習を進めてきており、証明の仕方そのものは理解してきているが、なぜ文字式を使わなければならないのかといった深い理解までは至っていないように思われる。そこで、文字式の説明の際に、帰納的に具体的な数で確かめる方法や、図形を使って考える方法、そして文字式を使って説明する方法など、説明しようとするいくつかの方法を提示し、それらを比較検討しながら、文字式を使うことで一般的に説明できるという、文字式の有用性を実感させたい。
- ②本学級の生徒は、グループ活動に対して積極的で、他教科の授業においても、自分の考えの根拠を示しながら、活発に意見を交わして学習を進めることができている。そこで、第7学年のときから、何回か取り組んでいる「知識構成型ジグソー法」による授業形態をとり、一人では深い理解には到達できないような問題に対しても、主体的に取り組み、ジグソー活動などで対話を通して考えをまとめていきながら、文字式の有用性、特に一般性についての深い理解に導きたい。今回のジグソー法では、エキスパート資料を指導者が一方的に与えるのではなく、前時に問題を提示し、自分の考えに近いエキスパート資料を配布することで、その考えを自分事として捉えさせ、ジグソー活動での対話の深まりを期待している。

2 単元の評価規準

観点	知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
基盤となる 資質・能力	基礎的読解力 情報活用能力 論理的思考力		
本校が定めた 資質・能力	知識・技能	思考力・判断力・表現力	主体性
評価規準	<ul style="list-style-type: none"> 単項式と多項式の乗法、および多項式を単項式で割る除法の計算をすることができる。 簡単な一次式の乗法の計算、および乗法公式を用いる簡単な式の展開や因数分解をすることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 既に学習した計算方法と関連付けて、式の展開や因数分解する方法を考察し表現することができる。 文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 式の展開や因数分解をする方法のよさを実感して粘り強く考え、多項式について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、文字を用いた式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしていたりしている。

3 単元の計画 (全15時間)

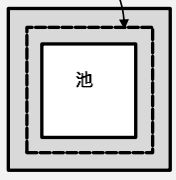
次	時	学習内容	評価			評価規準 (評価方法)
			知	思	主	
第一次	1	課題の設定 ・回文数の仕組みに触れ、これまでに習ったことのない文字式の計算があることに気付く。 課題① これまでに学習したことのない文字式の計算を考えよう。			○	・文字を用いた式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。(行動観察)
	2	情報の収集 ・単項式と多項式、多項式同士の乗除の計算を理解する。 整理・分析 ・乗法公式を導き、それを用いて展開する。	○			・単項式と多項式の乗法、および多項式を単項式で割る除法の計算をすることができる。(ノート)
	4		○			・簡単な一次式の乗法の計算、および乗法公式を用いる簡単な式の展開をすることができる。(ノート)
	5			○		・既に学習した計算方法と関連付けて、式の展開をする方法を考察し表現することができる。(発表)
	6					
	第二次	7	情報の収集 ・素数と素因数分解の意味を理解し、自然数を素因数分解する。 ・多項式の因数を理解し、因数分解する方法を考える。 整理・分析 ・公式や分配法則を用いて、多項式を因数分解する。			○
8						
9						
10		○			・因数分解をすることができる。(ノート)	
11						
第三次	12	まとめ・創造・表現 ・因数分解を利用して、数の性質が成り立つことを説明する。			○	・文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することができる。(ノート)
	13					
	14	振り返り 課題② 「文字式を使うよさ」は、どんなところにあるだろう。			○	・文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することができる。(ワークシート) ・式の展開や因数分解をする方法のよさを実感して粘り強く考え、多項式について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、文字を用いた式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしていたりしている。(行動観察・ワークシート・アンケート)
15	・式の展開を利用して、図形の性質が成り立つことを説明する。			○		

4 本時の展開 (本時 15/15)

(1) 本時の目標

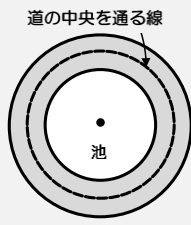
○図形の性質が成り立つことを説明するために、文字式を使って説明する方法やそれ以外の方法を比較検討することを通して、文字式の有用性についての理解を深める。【思考力, 判断力, 表現力等】(思考力・判断力・表現力)

(2) 本時の展開

	学習活動	◇指導上の留意点 ◆「努力を要する」状況と判断した生徒への手立て	評価規準 (評価方法)
【数日前】	課題の設定 1 文字式の有用性について, 考える。 「文字式を使うよさ」は, どんなどころにあるだろう。	◇これまでの文字式の学習の経験から, 率直な考えをアンケートに書かせる。	
	2 場面設定を確認する。 【問題】 右の図のように, 正方形の池の周囲に, 一定の幅の道があります。 この道の面積は, 道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になります。 このことが, いつでも成り立つことを説明しなさい。 3 本時のめあてを確認する。 (めあて) 図形の性質が成り立つことを説明することができる。	◆パワーポイントで場面設定を確実に把握させる。 道の中央を通る線  池	いつでも成り立つことを説明するには, どのような方法があるだろう。
【このまで前時】	4 現段階の個人の解答を書く。	◇次時に, 個々の考えに近いエキスパート資料が配布されるようにする。	
	情報の収集 【エキスパート活動】 5 課題を解くためのヒントとなる3つの資料を分担して読み, 課題に対する理解を深める。	◆エキスパート班では, 全員が次のジグソー班に戻ったときに説明できるよう, お互いに教え合わせるようにする。 ◆はっきりとしたヒントが理解できていない「半分かり」の状態でも, あえて教師が教え込むことはせず, ジグソー班で相談させるようにする。	
【このから本時】	(深い学びにするための『しかけ』の工夫) 前時に考えた自分の考えに近い資料を配布することで, エキスパート資料を受動的に捉えるのではなく, その考えを自分事として捉えさせ, ジグソー活動での対話の深まりが期待できる。 【エキスパート資料で押さえないポイント】 資料A:「具体的な数を使って, 成り立つことを確かめようとしている。」【帰納的な考え方】 資料B:「図形を使って, 成り立つことを確かめようとしている。」【図形を使った考え方】 資料C:「文字式を使って, 一般的に成り立つことを確かめようとしている。」【文字式を使った考え方】	◇それぞれの資料の考え方で, いつでも成り立つことを説明しているかを, 自分なりの言葉で語れるようにさせる。	自分もそういう風に考えていたんだけど…。

教わる・つかむ【このまで前時】

【このから本時】考える・学び合う

	<p>整理・分析</p> <p>【第1ジグソー活動】</p> <p>6 エキスパート活動で検討したことを説明し合い、いつでも成り立つことを説明しているのはどの解き方かを根拠をもって話し合う。</p> <p>まとめ・創造・表現</p> <p>【第1クロストーク】</p> <p>7 各班で話し合ったことを全体で発表する。</p> <p>整理・分析</p> <p>【第2ジグソー活動】</p> <p>8 図形が変わった問題に対して、どういう考え方が適切かを考えながら取り組む。</p> <p>まとめ・創造・表現</p> <p>【第2クロストーク】</p> <p>9 なぜその考え方をしたのかを中心に発表させる。</p>	<p>◇説明する生徒は、資料を読むのではなく、自分の言葉で内容を語るようにさせる。</p> <p>◇聞いている生徒は、分からないことがあったら、その都度、質問させる。</p> <p>◇ジグソー活動での様子を把握しておき、意図的に指名し、発表させる。</p>	<p>具体的な長さを数で説明できても、他の長さのときはどうなるの？</p> <p>図形で考えたら、文字を使わなくても説明できるのかな？</p> <p>どうして文字を使うんだろう？</p> <p>○文字式を使って、図形の性質を説明することができる。(発表)</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl;">深める・つなげる</p>	<p>10 本時のまとめをする。</p> <div data-bbox="247 1400 1165 1646" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>(まとめ) クロストークで出された発言を基にまとめていく。</p> <ul style="list-style-type: none"> 具体的な数で説明しようとしても、その他の数で説明しきれないが、文字式で説明すると、その他の数も含めてすべて説明できているので便利だ。 図形で説明しようとしても、正方形のような形なら説明できそうだけど、円のような形になると説明できなくて、いろいろな図形で説明しようとすると文字式を使って説明することが便利だ。 </div>	<p>【問題】</p> <p>右の図のように、円の形をした池の周囲に、一定の幅の道があります。</p> <p>正方形の形が円の形になっても、この道の面積は、道の中央を通る円周の長さ\times道の幅\times道の中央を通る円の半径\times2で求められます。</p> <p>このことが、いつでも成り立つことを説明しなさい。</p>  <p>◇なぜその考え方で説明しようとしたのかを、ことばで確認させておく。</p> <p>◇説明の正誤よりも、どの考え方を採用したのか、その理由を含め発表させ、全体で共有する。</p>	<p>図形で考えようと思ったんだけど、円だとなんか変だなあ？</p> <p>文字式だと図形が変わっても説明できそうだ。</p> <p>○文字式を使って、図形の性質を説明することができる。(発表)</p>
	<p>振り返り</p> <p>11 再び、文字式のよさについて考えを書き。</p> <p>問 「文字式を使うよさ」は、どんなところにあるだろう。</p>	<p>◇これまでの学びを基に、自分なりの言葉や表現で書かせ、授業前の考えとの変容を見取る。</p>	<p>○文字式を使って説明する過程を振り返り、文字式の有用性(特に一般性)に気付くことができる。(ワークシート)</p>

これまでの知識をすべて使って問題を解こう！

9年__番 氏名__

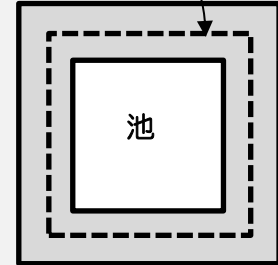
【問題】

右の図のように、正方形の池の周囲に、一定の幅の道があります。

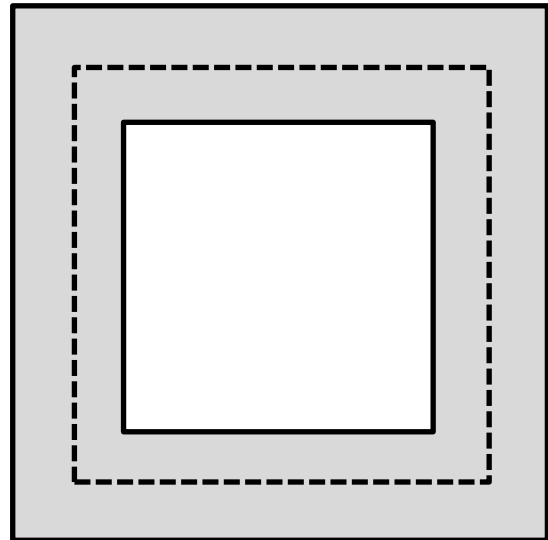
この道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になります。

このことが、いつでも成り立つことを説明しなさい。

道の中央を通る線



最後まで解けなくてもいいので、こうやったら解けるかなという考えだけでも書いておこう。



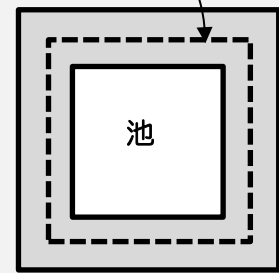
【問題】

右の図のように、正方形の池の周囲に、一定の幅の道があります。

この道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になります。

このことが、いつでも成り立つことを説明しなさい。

道の中央を通る線



この問題を、太郎くんは次のように考えました。

【太郎くんの考え方】

池の1辺の長さを10m、道の幅を2mとすると、道の面積を求めるためには、

大きな正方形から、小さな正方形を引けばいいので、道の面積は、

$$14 \times 14 - 10 \times 10 = 196 - 100 = 96 \quad \dots \textcircled{1}$$

道の中央を通る線全体の長さは、

$$12 \times 4 = 48$$

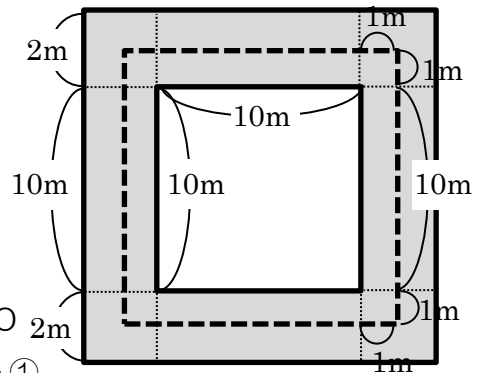
これに道の幅2mをかけると、

$$48 \times 2 = 96 \quad \dots \textcircled{2}$$

となり、

確かに、①と②が同じ値になるので、

道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になるね。



太郎くんの考え方は、「いつでも成り立つことを説明している」といえますか。どうしてそう思うか、理由を含めて話し合っておこう。

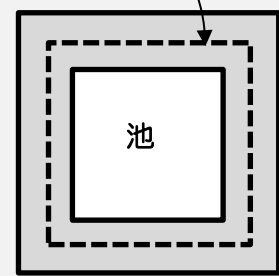
【問題】

右の図のように、正方形の池の周囲に、一定の幅の道があります。

この道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になります。

このことが、いつでも成り立つことを説明しなさい。

道の中央を通る線

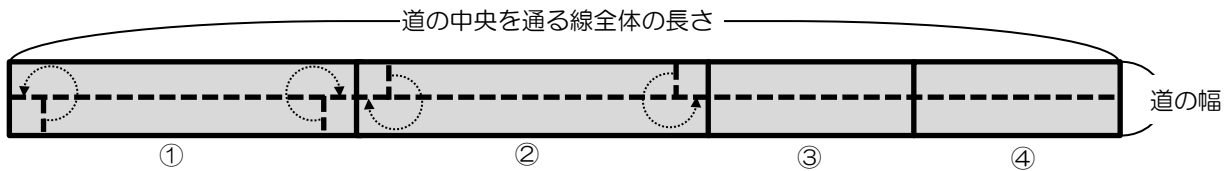
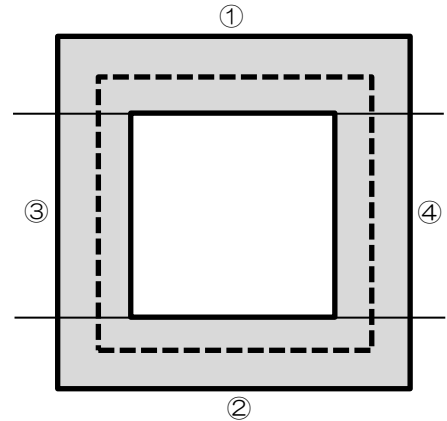


この問題を、次郎くんは次のように考えました。

【次郎くんの考え方】

道の面積は、右の図の斜線の部分になるね。

ここで、右の図の線のように横に切って、下の図のように並べてみると、



となる。

道の面積は長方形なので、

たて（道の幅）と横（道の中央を通る全体の長さ）をかけると求めることができるから、

道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になるね。

次郎くんの考え方は、「いつでも成り立つことを説明している」といえますか。どうしてそう思うか、理由を含めて話し合っておこう。

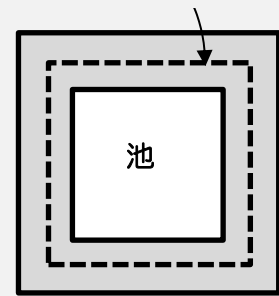
【問題】

右の図のように、正方形の池の周囲に、一定の幅の道があります。

この道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になります。

このことが、いつでも成り立つことを説明しなさい。

道の中央を通る線



この問題を、三郎くんは次のように考えました。

【三郎くんの考え方】

右の図のように、池の1辺の長さを h m、道の幅を a m、この道の面積 S m²、道の中央を通る線全体の長さを l m とする。

まず、道の面積 S m² は、大きい正方形から、小さい正方形を引けばいいので、

$$\begin{aligned} S &= (h + 2a)^2 - h^2 \\ &= h^2 + 4ah + 4a^2 - h^2 \\ &= 4ah + 4a^2 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

また、道の中央を通る線全体の長さを l m は、

$$\begin{aligned} l &= h \times 4 + \frac{1}{2}a \times 8 \\ &= 4h + 4a \end{aligned}$$

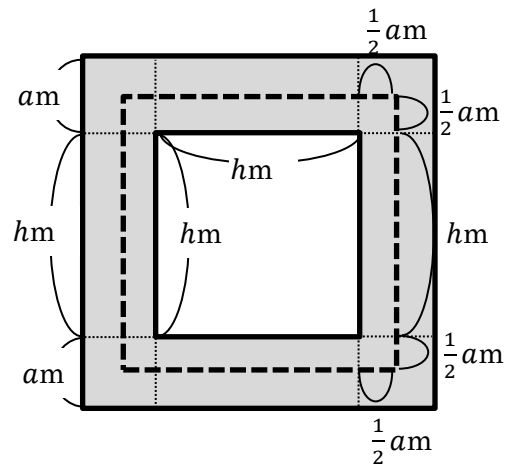
となり、

これに道の幅 a m をかけた al は、

$$\begin{aligned} al &= a(4h + 4a) \\ &= 4ah + 4a^2 \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

となる。①と②が同じ文字式で表せているから、

この道の面積 S は、道の中央を通る線全体の長さ l に道の幅 a をかけた値になるね。



三郎くんの考え方は、「いつでも成り立つことを説明している」といえますか。どうしてそう思うか、理由を含めて話し合っておこう。

次のことをジグソー班で話し合おう。

- ①自分の資料にある考え方を，他のメンバーに紹介しよう。
(1字1句 読むのではなく，資料にある図を使って，考え方を説明する)
- ②3人の解き方を比べて，それぞれの解き方は，どういう解き方といえるのか，まとめよう。
- ③いつでも成り立つことを説明しているのは，どの解き方でしょう。
- ④そう考えた理由を，メモしておこう。

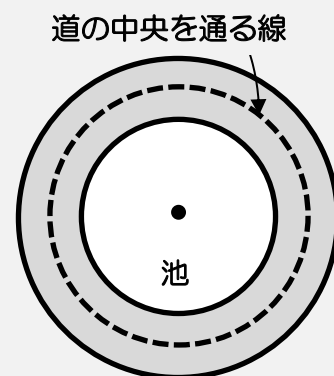
	太郎くんの解き方	次郎くんの解き方	三郎くんの解き方
どう い う 解 き 方			
	いつでも成り立つことを説明しているのは，どの解き方でしょう。		
そ う 考 え た 理 由			

【問題】

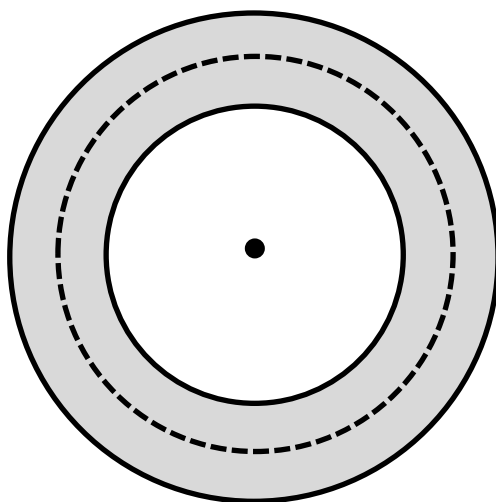
右の図のように、円の形をした池の周囲に、一定の幅の道があります。

正方形の形が円の形になっても、この道の面積は、道の中央を通る円周の長さに道の幅をかけた値になります。

このことが、いつでも成り立つことを説明しなさい。



正方形のときの3人の考え方を参考して、シグソー班で考えてみよう。



正方形のときの3人の考え方を振り返ってみよう。

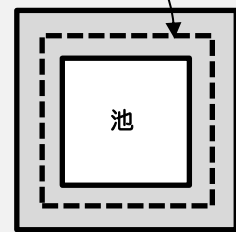
【問題】

右の図のように、正方形の池の周囲に、一定の幅の道があります。

この道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になります。

このことが、いつでも成り立つことを説明しなさい。

道の中央を通る線



【太郎くんの考え方】

池の1辺の長さを10m、道の幅を2mとすると、道の面積を求めるためには、大きな正方形から、小さな正方形を引けばいいので、道の面積は、

$$14 \times 14 - 10 \times 10 = 196 - 100 = 96 \dots \textcircled{1}$$

道の中央を通る線全体の長さは、

$$12 \times 4 = 48$$

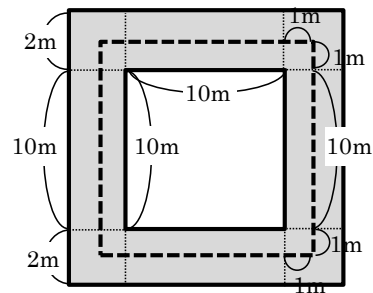
これに道の幅2mをかけると、

$$48 \times 2 = 96 \dots \textcircled{2}$$

となり、

確かに、①と②が同じ値になるので、

道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になるね。



【次郎くんの考え方】

道の面積は、右の図の斜線の部分になるね。

ここで、右の図の線のよう横に切って、下の図のように並べてみると、

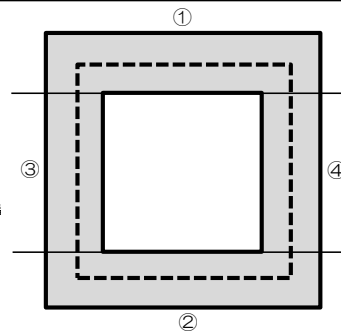


となる。

道の面積は長方形なので、

たて(道の幅)と横(道の中央を通る全体の長さ)をかけると求めることができるから、

道の面積は、道の中央を通る線全体の長さに道の幅をかけた値になるね。



【三郎くんの考え方】

右の図のように、池の1辺の長さを h m、道の幅を a m、この道の面積 S m²、道の中央を通る線全体の長さを l m とする。

まず、道の面積 S m² は、

大きい正方形から、小さい正方形を引けばいいので、

$$\begin{aligned} S &= (h + 2a)^2 - h^2 \\ &= h^2 + 4ah + 4a^2 - h^2 \\ &= 4ah + 4a^2 \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

また、道の中央を通る線全体の長さを l m は、

$$\begin{aligned} l &= h \times 4 + \frac{1}{2}a \times 8 \\ &= 4h + 4a \end{aligned}$$

となり、

これに道の幅 a m をかけた $a l$ は、

$$\begin{aligned} a l &= a(4h + 4a) \\ &= 4ah + 4a^2 \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

となる。①と②が同じ文字式で表せているから、

この道の面積 S は、道の中央を通る線全体の長さ l に道の幅 a をかけた値になるね。

