

数量の関係を捉える力を高める学習指導の工夫 — 「逆思考」における図と式の妥当性を検討する活動を通して —

東広島市立上黒瀬小学校 渡辺 希

研究の要約

本研究は、図と式の妥当性を検討する活動を通して、数量の関係を捉える力を高める学習指導の工夫について考察したものである。文献研究から、数量の関係を捉える力を高めるためには、式に表す前に具体的な場面をイメージさせたり、図と式の妥当性を検討させたりすることが大切であると分かった。そこで、問題場面を簡単な3文で表した「①②③のお話」や、操作をしながら図に表すための教具「お話テープくん」を活用した。また、単元を通して図と式の妥当性を検討する活動を位置付け、第2学年の「逆思考」の学習において研究授業を行った。その結果、児童は問題場面をイメージしながら図に表したり、図と対応させながら式に表したりし、図を使って問題解決できるようになった。このことから、図と式の妥当性を検討する活動を取り入れた指導を行うことは、数量の関係を捉える力を高めるために有効であることが分かった。

キーワード：数量の関係を捉える 逆思考 図と式の妥当性

I 問題の所在

小学校学習指導要領（平成20年）算数では、低学年から「数量関係」の領域を設け、数量の関係を捉えることの指導が重視されている。

しかしながら、平成26年度全国学力・学習状況調査小学校算数A²（2）では、図に示された数量の関係を読み取り、80cmの0.4倍のテープの長さを求める問題を、除法の計算であると捉えている児童が28.1%、減法の計算であると捉えている児童が15.6%いた。平成27年度全国学力・学習状況調査小学校算数B²（2）では、20%増量して480mLで売られた増量前の洗剤の量を答える問題が出題されたが、正答率は13.4%であった。平成27年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数には、「20%増量前後の数量関係を捉えることができず、問題に示された量と割合を乗除の式に表そうとしていると考えられる。」¹⁾と示されている。

これらの結果に共通する課題は、数量の関係を正しく捉えて式に表すことであり、指導を充実させていく必要があるといえる。

II 研究の基本的な考え方

1 数量の関係を捉える力を高める

(1) 数量の関係を捉える力とは

山口武志（2011）は、認識と表現は表裏一体の関係にあることや、数学的な認識は何らかの形で表現されることの必要性を述べており、数量の関係を思考して捉えたら、何らかの形で表現することが必要であるといえる。

小学校学習指導要領解説算数編（平成20年、以下「解説算数編」とする。）には「日常の事象の中に見られる数量やその関係などを表現する方法として、言葉、数、式、図、表、グラフがある。その中でも式は、事柄や関係を簡潔、明瞭、的確に、また、一般的に表すことができる優れた表現方法である。」²⁾と示されている。つまり、式に表すことは、様々な表現方法の中でも特に優れた表現方法であり、その力は、数量の関係を捉える上で不可欠な力であるといえる。

藤本義明（平成22年）は、式は道具であって事柄や関係そのものではないので、式の背後にある事実を目に向け、式と事柄や関係の具体的な場面との交流が大切であると述べている。田中博史（平成24年）は、式を活用する力を育てていくことの大切さを述べる一方で、イメージを豊かにもってからの式の表現を学ぶことの大切さを述べている。両者の論から、数量の関係を式に表すまでに具体的な場面をイメー

じする力を育成することが大切であるといえる。

算数教育指導用語辞典（平成16年）には、文章問題を解き、式に表すことの手助けとなるのが視覚的に考察できる図の利用であり、問題の仕組みを理解したり、数量の関係を把握したり確かめたりするのに図を利用すると効果的であると示されている。つまり、図を使うことは、具体的な場面をイメージすることの手立てになると考えられる。

中原忠男（平成7年）は、表1のように表現体系を五つに分類しており、算数科において表現様式を変換しながら相互に関連付けて使用されることの必要性を述べている。（※は稿者）

表1 数学教育における表現体系

表現様式		内容
類似的表現	現実的表現	実物による表現、具体物や実物による実験など
	操作的表現	教具などに動的操作を施すことによる表現
	図的表現	絵、図、グラフなどによる表現
規約的表現	言語的表現	日常言語を用いた表現
	記号的表現	数字、文字、演算記号、関係記号など算数的記号を用いた表現 ※式による表現

また、中原（平成7年）は、類似的表現の長所は、直観性、具体性、イメージ性などに富むことであり、短所は厳密性、客観性に欠けることを述べ、規約的表現の長所は、厳密性、客観性に富むことであり、短所は直観性、具体性、イメージ性などに欠けることを述べている⁽¹⁾。つまり、類似的表現と規約的表現のそれぞれの長所を生かし、双方の表現様式を関連付けて使用することに意義があるといえる。

以上のことから、数量の関係を捉えて表現するためには、類似的表現の中の図に表現する力、規約的表現の中の式に表現する力が特に大切であると考えられる。また、図で表現したことを式に変換したり、式で表現したことを図に変換したりし、図と式を相互に関連付けて使用できるようにする必要があるといえる。したがって、本研究では、数量の関係を捉える力を、「具体的な場面をイメージして図に表し、図と対応させながら式に表す力」とする。

(2) 数量の関係が捉えられない要因について

数量の関係が捉えられない要因として、田中（平成15年）は、具体的なイメージをもつ前にたし算やひき算の式を学んでしまうことが多く、そのことが演算決定力を弱めてしまっていると述べている。

平嶋宗（2010）らは、「あわせて」だったらたし算、「のこりは」だったらひき算といったように、キーワードで連想していくように育てられた子供たちは、問題を自分の中で構造化しきっていないと考えられ、問題場面の全体像が子供の中に見えていな

いことを課題として述べている。

以上のことから、数量の関係が捉えられない要因は、児童が問題場面を自分の中でイメージをもつ前に式を指導してきたこと、問題場面のキーワードだけに着目し、すぐに立式してしまう指導をしてきたことだと考える。

(3) 数量の関係を捉える力を高めるために

ア 具体的な場面をイメージして図に表す力を高めるには

平成27年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数には、算数B²（2）の学習指導に当たって、与えられた情報を図や数直線に表すことなどを通して、数量の関係を整理して捉えることの必要性が示されている。また、盛山隆雄（2013）は、第2学年で学習する線分図は、以降の学年で用いる数直線の図の素地的なものとなることを述べている。

算数教育指導用語辞典（平成16年）には、線分図の指導において、既知の数量、未知の数量を明らかにしてから図をかくようにさせること、長さの割合が多少違っていても差し支えないので気軽に図をかくて考えさせることの大切さが示されている。

また、瀬尾美紀子（2010）は、問題解決の過程で問題の構造理解をする際、一文ずつを簡単な言葉や図などに変換し、変換した言葉や図を繋ぎ合わせて統合することで問題の構造を理解する過程を踏むことを述べている。

以上のことから、本研究では第2学年を対象にするため、具体的な場面をイメージする図として、線分図に幅をもたせた「テープ図」を扱うこととする。そして、既知の数量、未知の数量を明らかにして図をかくこと、一文ずつ図にして繋ぎ合わせることで、気軽に図をかけるようにすることで、具体的な場面を図に表す力が高まると考える。

イ 図と対応させながら式に表す力を高めるには

信田哲志（2015）は、立式できなかった児童がテープの動きから問題場面を捉えて立式できるようになったり、誤った立式をしていた児童がテープ図をかくことで正しい式を導くことができたりした効果を述べている。

小松和久（2013）は、テープ図のよさを生かすためには、テープ図に表すだけではなく、テープ図を使って問題場面の時系列に合わせて話したり、立式の理由を話したりするなどの表現活動に取り組みせていくことが大切であると述べている。

以上のことから、時系列に合わせた動きを取り入

れながら図を使って話したり、図を活用して立式の理由を話したりする活動をすることにより、図と対応させながら式に表す力が高まると考える。

2 「逆思考」における図と式の妥当性を検討する活動

(1) 「逆思考」について

「解説算数編」には「逆思考」の場面について、図1のように示されている。

- ①数量の関係表現は減法の形であるが、計算は加法を用いることになる場合
- ②数量の関係表現は加法の形であるが、計算は減法を用いることになる場合

図1 「逆思考」の場面

ただし本研究では、減法の減数が未知のとき、その減数を求めるのに減法を用いる場合も「逆思考」の場面として扱う。また、「逆思考」の問題に対して「順思考」という問題がある。杉山吉茂(2008)は、「順思考」の問題を図2、「逆思考」の問題を図3のように示している。

赤い花が3本、白い花が5本あります。合わせて何本ですか。

図2 「順思考」の問題

赤い花が3本あります。白い花を何本かもらったので花は8本になりました。白い花は何本ですか。

図3 「逆思考」の問題

杉山(2008)は、「順思考」の問題は、言葉で示されている順序に考えていけば解決できる問題のことを言い、図2の「順思考」の問題では「 $3+5$ 」と立式し、答え8を得ることになると述べている。一方、図3の「逆思考」の問題では、答えを求める式を作るとすると「 $8-3$ 」となり、言葉の出る順序、事柄が起こる順序の逆を考えて式をかかなければならないことになると述べている。

盛山(2013)は、「逆思考」の問題は、線分図(テープ図)が効果を発揮する問題であることを述べている。また、「図は、原則として問題の文脈に沿ってかくことができなければ意味がない。問題場面を図に表したら、式が見えてきた、答えが見えてきた、となって初めて、図をかいてよかった、図は便利だという気持ちになる。」³⁾と述べている。

以上のことから、「逆思考」の問題は、言葉の出る順序、事柄が起こる順序の逆を考えて式に表

さなければならない問題であるといえる。そして、「逆思考」の学習は、キーワードだけで立式することができないことや問題場面をイメージして図に表す必然性を体感できる学習だと考える。

(2) 図と式の妥当性を検討する活動について

平成27年度全国学力・学習状況調査の結果を踏まえた授業アイデア例には、数量の関係を捉えることをねらいとした授業のアイデアとして、数量の関係を示す正しい図と誤った図を比較・検討することが挙げられている。前田一誠(2013)は、これまでの授業では児童に「AならばB」ばかりを説明させようとしてきたことを指摘し、「AでないからBにならない」などの例をあげて説明する活動を増やすことの必要性を述べている。これらのことから、図や式が正しい理由とともに誤っている理由を説明する活動を設定することが大切であるといえる。

山本正明(1995)は問題場面から図を考え、問題場面と図から式を考え、式の計算結果が図に合っているかを意識的に確かめることを通して、式の正しさを検証するといった一連の過程の学習をスパイラルに積み重ねることの必要性を述べている。

以上のことから、本研究では、妥当性を検討する段階を二段階に設定する。一段階目は図についての検討である。問題場面から図に表現するとき、図が問題を解決するために十分な構造になっているかということを検討させる。二段階目は式についての検討である。式が図と問題場面に合っているかを検討させる。この二段階の活動を、妥当性を検討する活動として考える。また、正しい図と誤った図を比較して妥当性を検討する場や、図や式が誤っている理由を説明する場を意図的に設定していく。

(3) 本研究での取組

本研究では、第2学年「たし算とひき算一図をつかって考えよう」の学習を行う。

ア ①②③のお話

具体的な場面をイメージして図に表すことができるように、問題場面を時間軸に沿って簡単な3文に分けたものを「①②③のお話」として扱う。第2時の例を図4に示す。

- (もんだい)
みかんが17こありました。何かもらったので、ぜんぶで32こになりました。もらったみかんは何こですか。
- (①②③のお話)
①はじめ 17こ
②□こ もらった
③ぜんぶ 32こ ※未知数を□とする。

図4 第2時での「①②③のお話」

問題文を読んだだけで、問題場面をイメージすることが難しい児童にとっては、問題文の文脈に沿って「①②③のお話」に表すことで、数量の増減が把握できると考える。また、図に表すときにも、①②③の順番や数量の増減に合わせて図に表すことができると考える。

イ お話テープくん

テープを操作しながらテープ図に表すことができるように、第1時から第4時まで「お話テープくん」を活用する。テープは、青と赤を1本ずつ使用する。本研究では、テープの位置関係を重視するため、青と赤のテープはいつも同じ長さの物を使用させ（青12cm、赤6.5cm）、「①のお話」は青、「②のお話」は赤で表させる。また、赤テープをどこに置けば数量の関係を正しく捉えた図になるかということを中心に検討させながら図に表させる。表2に示した単元計画の第2時、加法・逆の減法場面での使い方を図5に、第4時、減法・逆の加法場面での使い方を図6に示す。

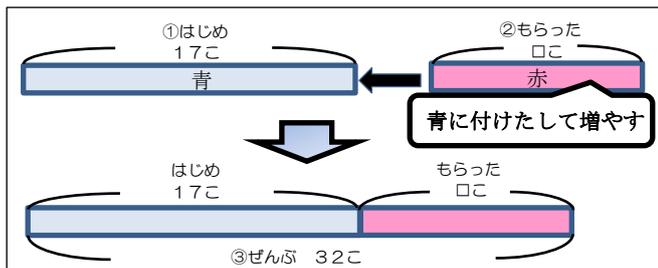


図5 加法・逆の減法場面での「お話テープくん」の使い方

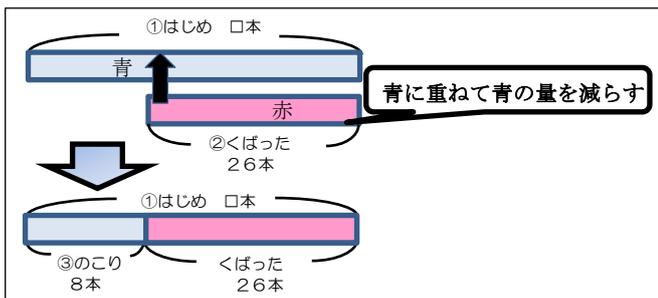


図6 減法・逆の加法場面での「お話テープくん」の使い方

指導にあたって、単元の前半は、加法・減法のような問題場面を「お話テープくん」を使って表すことで、加法・減法のいずれの関係も、図7の「加法と減法の相互関係」になることに気付かせる。

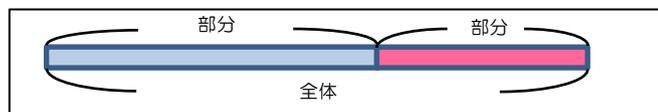


図7 加法と減法の相互関係

ウ 妥当性を検討する活動

本研究では、単元の前半は、教師が問題場面に使われている言葉だけで加法・減法を判断した誤った図や式を意図的に提示し、図や式が問題場面と対応しているかを検討させる。特に、図の妥当性を検討させるときには、図に表す過程を検討させるようにし、数量の増減に目を向けさせる。そして、検討することを通して、問題場面に沿って図に表現すると、数量の関係が正しく捉えられることを体験的に学習させる。単元の後半は、「お話どおり図に表す」ということを基本とし、児童に図に表現させる。そして、児童の考えた図や式の妥当性を検討し、適切でないものについては修正させる。8時間の学習の中で、検討させることと、検討させることによって児童に気付かせることを表2の単元計画に示す。

表2 「逆思考」の学習の単元計画

時	学習内容 ①②③のお話	検討させること	気付かせること
1	加法と減法の相互関係	・加法の関係を表す図と減法の関係を表す図	・話は違うのに、図は同じになる。
2	加法・逆の減法 ①はじめ17こ ②□こもらった ③ぜんぶで32こ	教師が提示するもの ・問題場面と対応していない図(図を作る過程) ・キーワードだけで立てた式	・話の順番に合わせて図を作ることが大切。 ・キーワードだけで式を立てずに、図を使って式を立てるとよい。
3	減法・逆の減法 ①はじめ12cm ②□cmつかった ③のこり5cm	・問題場面と対応している図と対応していない図(図を作る過程)(比較)	・話の増減に合わせてテープ図を作らないと正しい図にならない。 ・図があると、説明がしやすい。
4	減法・逆の加法 ①はじめ□本 ②26本くばった ③のこり8本	・問題場面と対応していない図(完成させてある図) ・図と対応していない式	・話の最初が、□になることがある。 ・話の順番に確かめると問題場面と図が対応しているかが分かる。
5	加法・逆の減法 ①はじめ□人 ②8人来た ③みんなで23人	・問題場面と対応している図と対応していない図 ・図と対応している式と対応していない式(比較)(選択)	・どの問題も、□が部分か全体かで加法・減法が決まる。 ・問題、図、式が全部対応しているか確かめることが大切。
6	全ての問題場面(図と式の対応)		
7	全ての問題場面		
8	(学習のまとめ)		

Ⅲ 研究の仮説と検証の視点と方法

研究仮説とその検証の視点と方法を表3に示す。

表3 研究仮説及び検証の視点と方法

研究仮説	検証の視点	
	「逆思考」の問題場面において、「①②③のお話」、「お話テープくん」を活用したり、図と式の妥当性を検討したりすることにより、数量の関係を捉える力を高めることができるであろう。	(1)数量の関係を捉える力を高めることができたか。
	(2)図と式の妥当性を検討する活動により、児童の姿、意識はどのように変容したか。	

IV 研究授業について

1 研究授業の内容

- 期 間 平成27年12月9日～平成27年12月22日
- 対 象 所属校第2学年（1学級16人）
- 単元名 たし算とひき算
- 目 標
加法と減法の相互関係について理解し、図を用いて問題を解決することができる。
- 単元の指導計画（全8時間）
表2に示したとおり

2 研究授業の分析と考察

(1) 数量の関係を捉える力を高めることができたか

ア 具体的な場面をイメージして図に表す力について

本研究ではプレテストを「順思考」の問題、ポストテストを「逆思考」の問題で行った。

検証問題Iで、問題場面に合う図を選択することができたかについて検証する。検証問題Iのポストテストを図8、結果を表4に示す。

文とあう図をえらんで、線でつなぎましょう。しきとこたえもかきましょう。

りんごが 17こ ありました。友だちに 何こか あげたので、のこりが 8こになりました。何こ あげましたか。

りんごが 17こ ありました。友だちから 何こか もらったので、ぜんぶで 25こになりました。何こ もらいましたか。

りんごが 17こ ありました。友だちから 何こか もらったので、ぜんぶで 25こになりました。何こ もらいましたか。

図8 検証問題I（ポストテスト）

表4 検証問題Iの結果（図に表す力）

解答の分類	プレテスト	ポストテスト
2問とも、正しい図を選択できた	7	13
1問のみ、正しい図を選択できた	3	2
2問とも、正しい図を選択できなかった	6	1
合計（人）	16	16

表4のとおり、2問とも正しい図を選択できた児童が7人から13人となった。ポストテストで2問とも正しい図を選択した13人の中には、図に「はじめ」「あげた」などの言葉を書き込んでいた児童がいた。しかし、1問又は2問とも正しい図を選択すること

ができなかった3人の児童は、図に書き込みをしていなかった。

検証問題IIで、問題場面を図（絵）に表すことができたかについて検証する。プレテストを図9、ポストテストを図10、結果を表5に示す。

いちごがぜんぶで16こあります。9こたべると、のこりは何こになりますか。図や絵をかいて考えましょう。

図9 検証問題II（プレテスト「順思考」の減法）

りんごを10こもっていました。何こもらったので、ぜんぶで18こになりました。何こもらいましたか。図をかいて考えましょう。

図10 検証問題II（ポストテスト「逆思考」の加法・逆の減法）

表5 検証問題IIの結果（図に表す力）

解決方法	正解		不正解	
	プレテスト	ポストテスト	プレテスト	ポストテスト
絵	4	0	1	0
○を使った図	8	0	1	0
テープ図	1	16	1	0
合計（人）	13	16	3	0

表5のとおり、問題場面を正しく図に表すことができた児童が13人から16人全員となった。

以上のことから、「①②③のお話」、「お話テープくん」の活用などから、具体的な場面をイメージして図に表す力は高まったと考える。しかし、今後は更に、問題場面から図に表したり選択したりする際には、図の部分や全体が何を示しているのかを確実に把握させることが大切であると考えられる。

イ 図と対応させながら式に表す力について

検証問題Iで図と対応させながら式に表す力が高まったかについて検証し、意識調査で要因を検証する。判断基準を表6、結果を次頁表7、意識調査による演算決定の手段の変容を次頁表8に示す。

表6 検証問題Iの判断基準（図と対応させながら式に表す力）

段階	解答内容の分類
IV	2問とも正しい図を選択し、正しい式に表している（2問とも、完答）
III	1問のみ、正しい図を選択し、正しい式に表している（1問のみ、完答）
II	完答はしていないが、一つでも正しいものがある（2問とも、式は正しいが図は誤っている）（1問のみ、式は正しいが図は誤っている）
I	2問とも、全て誤っている

表7のとおり、段階IVの児童が7人から11人に、2問とも完答できなかった段階IIと段階Iの合計児童が6人から1人になった。また、表8のとおり、演算決定の手段を「『あわせて』『のこりは』など

の言葉で決める」という項目のみを選択した児童が5人から2人に減少し、「図をかいて決める」という項目を選択した児童が4人から10人に増加している。このことから、図と対応させながら式に表そうとする児童が増えたことが分かる。

表7 検証問題Iの結果(図と対応させながら式に表す力)

段階	2問中の内訳				プレテスト	ポストテスト
	図	式	図	式		
IV	○	○	○	○	7	11
III	○	○	○	×	0	2
	○	○	×	○	2	2
	○	○	×	×	1	0
II	×	○	×	○	2	0
	×	×	×	○	3	0
I	×	×	×	×	1	1
合計(人)					16	16

表8 意識調査による演算決定の手段の変容(16人)

文章問題を解くときに、どのようにして、たし算かひき算か決めていますか。[複数回可]	事前	事後
「あわせて」とか「のこり」などの言葉で決める。	14(5)	9(2)
絵をかいて決める。	1(1)	1
図をかいて決める。	4	10(1)
手や体の動き方で決める。	2	0
頭の中で、お話を想像して決める。	7(1)	6(2)
なんとなく、決める。	1	2(2)

※()の人数は、その項目のみを選択した児童数

また、プレテストは段階III、ポストテストは段階IVであったA児のポストテストの記述を図11に示す。

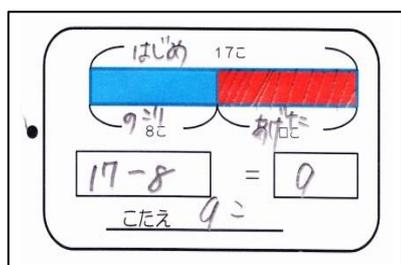


図11 A児のポストテストの記述

段階IVの児童の中には、A児の記述のように、図に「あげた」「のこり」などの、キーワードを書き込んだり、図の□に当たる部分に斜線を引いたりしている

児童が数名いた。これは、プレテストには見られなかった記述である。

以上のことから、図と式の妥当性を検討することを通して、図と対応させながら式に表す力が高まったと考える。

一方、検証問題Iのポストテストで段階III、II、Iであった児童5人には、図11のような記述は見られなかった。また、意識調査の「どのようにして演算決定しているか」という項目に対して、事前、事後とも「『あわせて』『のこり』などの言葉で決める」という項目を選択しており、5人のうち2人

は、事後においてもこの項目のみを選択していた。このことから、児童が正しく立式することができなかった要因は、図を基にして演算決定せず、キーワードのみを基に演算決定することから脱却できていないことが考えられる。これらの結果から、今後は「図の意味を読み取り、式に表す」という指導を更に重視する必要があると考えている。

ウ 個の変容

検証問題IIでのB児の変容を図12に示す。B児は、プレテストでは問題場面の通りに図に表すことができず、図を活用せずに立式していた児童である。

プレテスト 順思考の減法
いちごが16こありました。9こたべました。のこりは何こですか。

図: $16 - 9 = 7$

こたえ 7こ

○が13こしかかかれておらず、「たべた」「のこり」という事象が表現されていない。図を活用せず、式と答えを出している。

ポストテスト 加法・逆の減法
りんごを10こもっていました。何かもらったので18こになりました。何かもらいましたか。

図: $18 - 10 = 8$

こたえ 8こ

「もっていた」「もらった」「ぜんぶ」という時間軸に沿って図に表現することができた。求めたい部分に斜線を引き、それを基に式と答えを出している。

図12 検証問題IIにおけるB児の変容

B児は、ポストテストでは、図の求める部分(□で表したところ)に斜線を入れることで、図のどの部分を求めればよいか視覚的に判断できるような図をかき、それを基に立式することができるようになった。また、B児は単元の最後に「図をかくのにはむずしかったけど、ふやすかへらすか気をつけたらきちんとかけました。」と感想を書いている。

以上のことから、B児は、「①②③のお話」を基に「お話テープくん」の操作をすることによって、具体的な場面をイメージして図に表し、その図を基に正しく立式することができるようになったと考えられる。

(2) 図と式の妥当性を検討することにより、児童の姿、意識はどのように変容したか

ア 妥当性の検討場面より

第2時の検討場面を表9、第4時の検討場面を表10に示し、児童の姿の変容を検証する。

表9に示した第2時の図の妥当性を検討する場面

では、部分ごとに図を提示していくことで、「①②③のお話」の順番に図に表さなければ、正しい図にならないことに気付くことができた。また、「もらった」数が「ぜんぶ」の数より多くなると、問題場面と図が合わなくなることに気付くことができた。

式の妥当性を検討する場面では、児童①のように加法で問題解決すればよいと考えている児童が多数いた。しかし、児童②の発言後、「お話テープくん」を操作し、全体から、青テープにあたる「はじめの17個」を取り除けば（引けば）もらった数を求めることができることに気付くことができた。

表9 第2時における妥当性の検討場面での発言内容

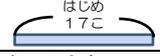
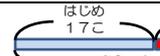
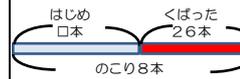
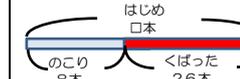
(問題) みかんが17こあります。何かもらったので、ぜんぶで32こになりました。もらったみかんは何こですか。	
教師	 はじめ、17こありました。
児童	あってます。
教師	 ぜんぶで、32こ。
児童	え？
教師	 何個かもらいました。
児童	もらったのは、ここ（赤テープの部分）なので、こっちがもらったで、ここ（全体）が「ぜんぶ」になると思います。
教師	先生は①②③のお話どおりに図にしているのに、なんで間違えたのかなあ。
児童	先生は①②③の順番じゃないから、違うんだと思います。
児童	先生のだと、①③②の順番でおかしいです。
(中略)	
教師	「ぜんぶ」だから、 $17+32$ ですね。
児童①	$(17+32)$ だと思います。
児童	たし算じゃないと思う…。
教師	「たし算」だと思ふ人と「ひき算」だと思ふ人がいるね。となりの人と相談してみましょう。
児童②	今知りたいのは、「もらった□」ですよ。たし算をすると、もらったのが49で「ぜんぶ」より「もらった」が多いのでひき算だと思います。
教師	全部から、「はじめ」の青テープを取ったらどうなる？（板書の青テープをはがす）
児童	赤だけが残ります。
教師	だから、ひき算にするんだね。それに…
児童	それに、もらったみかんは「ぶぶん」なので、ひき算で答えを出せばいいです。

表10に示した第4時の図の妥当性を検討する場面では、児童は、誤った図について、「配った量」は「はじめの量」に付け足して増やすのか、重ねて減らすのかという点に着目して妥当性を検討した。そして、児童③のように、問題場面の具体的なイメージをもち、なぜこの図が妥当ではないのかという理由を、図を用いて説明することができるようになってきた。

式の妥当性を検討する場面では、児童④のように「のこり」というキーワードを基に立式するという考えから抜けきれない児童が何人かいた。しかし、

児童⑤のように、計算して「のこり」が「はじめ」より多くなると図と式が合わなくなってしまうことや、児童⑥のように、図の全体の構造を捉え、□の位置によって加法か減法かを定めることなどに気付くことができる児童が増えた。

表10 第4時における妥当性の検討場面での発言内容

(問題) ジュースが何本かありました。26本くぼったので、のこりが8本になりました。はじめに何本ありましたか。	
自力解決	正しい図をかいている・・・11人 誤った図をかいている・・・5人
図の妥当性を検討	教師  「はじめ□本」「くぼった26本」「のこり8本」とお話の順番にするとこんな図（5人の児童がかいていた図）になりますよね。
	児童③ 配ったんだから、はじめより減りますよね。もし、この図だったら、はじめより増えて、たし算の図になっていて、おかしいと思います。
	児童 それに、のこり8本なのに、ここだと（図を示しながら）多すぎだと思います。
	教師 じゃあ、どんな図にすればいいのかな。となりの人と相談してみましょう。
児童  「くぼった」だから、青のテープに赤のテープを重ねて、ひき算の図にすればいいと思います。	
(中略)	
式の妥当性を検討	児童④ 式は、 $26-8$ だと思います。理由は、「のこり」になるからです。
	児童⑤ でも、それだと、はじめが18本ってことになりますよね。もしはじめが18本だったら、26本配れないと思います。
	児童 だから、 $26+8$ になると思います。
	児童⑥ それに、□は、図の部分じゃなくて、全部ですよ。だから、 <u>たし算になる</u> と思います。
児童 たしたら、34本になって26本を配れると思います。	
適用問題 (2問)	・2問とも図・式をかき、自力解決できた児童12人 ・1問のみヒントをもらって解決した児童… 2人 ・2問ともヒントをもらって解決した児童… 2人

次に、自力解決では、正しい図をかくことができず、立式することのできなかったC児の適用問題の記述を図13に示す。

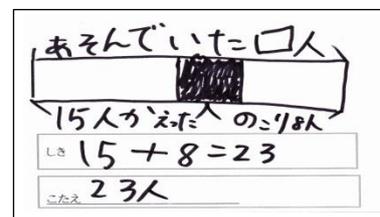


図13 C児の適用問題の記述

C児は、図をかくときに「お話テープくん」の操作をイメージし、（実際に「お話テープくん」は使用していない）青テープに赤テープ

を重ねて減らすというイメージをもって図に表していた。図の塗りつぶされた部分は、テープの重なりをイメージしてかいたものである。また、授業後の振り返りには「ひき算の話なのにたし算の式になるのもあるんだなとわかりました。」と記述していた。

以上のことから、妥当性を検討する活動を通して、具体的な場面をイメージして図に表したり、図と対

応させながら式に表したりすることができるようになったといえる。しかし、「のこり」というキーワードを、図に表す時だけでなく、立式の際も使って減法と判断してしまう児童が数人いた。児童⑤や児童⑥の発言の後など、ペアトークで図を使って立式の理由を説明し合う活動をもっと多く取り入れる必要があったと考える。

イ 児童の意識の変容

意識調査によって、「図を使うこと」についての児童の意識の変容を考察する。意識調査の結果を表11に示す。

表11 「図を使うこと」についての児童の意識 (16人)

文章問題を解くときに、図を使うことについて思っていることは、どんなことですか。〔複数回答可〕	事前	事後
図を使うと、式を考えるのが簡単だ	4	12
図を使うと、確かめのときに便利だ	4	9(1)
図を使うと、説明がしやすい	2	5(1)
図を使わなくても、答えは出せる	10(5)	6(1)
図を使うのは、面倒だ	4(1)	2(1)
何とも思わない	2(2)	0

※ () の人数は、その項目のみを選択した児童数

「図を使うと、式を考えるのが簡単」という項目を選択した児童が4人から12人となった。また、「確かめのときに便利」という項目を選択した児童が4人から9人となった。これらのことから、図と式の妥当性を検討することで「逆思考」の場面の問題では問題場面のキーワードだけでなく図を根拠にして問題解決しようとする意識が高まったと考えられる。

一方、「図を使わなくても答えは出せる」と回答した児童が事後も6人いたが、6人中5人は、ポストテストで全問正解であった。この5人は、図に表さなくても問題の構造を把握し、問題解決することができていたと考える。また「図を使うと説明がしやすい」と回答した児童は、ポストテストで高得点を獲得していた。しかし、この項目を回答した児童は全体の3割程度であり、今後は図を思考のために活用するだけでなく、説明のために活用する活動を充実させ、図の有用性を感じさせるように指導していく必要がある。

V 研究のまとめ

1 研究の成果

「逆思考」の問題場面において、「①②③のお話」、「お話テープくん」を活用したり、図と式の妥当性を検討したりすることで、児童は具体的な場면을イメージして図に表し、図と対応させながら式に表す

ことができるようになった。これらの取組は数量の関係を捉える力を高めることに有効であった。

2 今後の課題

- 問題場面から図に表すことはできるが、図を基に立式できない児童がいた。今後は、立式の理由を図を用いて話し合う活動を増やしていくことで、よりよい問題解決につながると考える。
- 第2学年だけでの取組にとどまらず、本研究を他学年でも活用できるように、図を使った問題解決に関わる系統性を明確にした研究を進めていく。

【注】

- (1) 中原忠男 (平成7年) : 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』 聖文新社pp. 199-205 に詳しい。

【引用文献】

- 1) 文部科学省国立教育政策研究所 (平成27年) : 『平成27年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数』 p. 72
- 2) 文部科学省 (平成20年) : 『小学校学習指導要領解説算数編』 東洋館出版社 p. 50
- 3) 盛山隆雄 (2013) : 「線分図 (テープ図) の指導」 『算数授業研究 VOL. 87』 東洋館出版社 p. 19

【参考文献】

- 文部科学省 (平成20年) : 『小学校学習指導要領』 東京書籍
- 山口武志 (2011) : 「これからの算数科で培う学力」 『新しい学びを拓く算数科授業の理論と実践』 中原忠男編著 ミネルヴァ書房
- 藤本義明 (平成22年) : 「第9章 数量関係」 『新訂算数教育の理論と実際』 数学教育研究会編 聖文新社
- 田中博史 (平成24年) : 『語り始めの言葉「たとえば」で深まる算数授業』 東洋館出版社
- 田中博史 (平成15年) : 『使える算数的表現法が育つ授業』 東洋館出版社
- 日本数学教育学会出版部 (平成16年) : 『算数教育指導用語辞典第三版』 教育出版社
- 平嶋宗, 湯澤正通, 前田一誠, 中田晋介 (2010) 「児童の問題づくりを個別に促進する文章題作成 コンピュータソフトの研究開発 I」 『広島大学 学部・附属学校共同研究機構研究紀要 第38号』
- 瀬尾美紀子 (2010) : 「数学的問題解決とその教育」 『現代の認知心理学 5 発達と学習』 市川伸一編 北大路書房
- 信田哲志 (2015) : 「演算決定する力を伸ばす指導の工夫—『テープ図の理解と活用』に重点を置いた第2学年算数科の実践から—」 『教育実践研究第25集』
- 小松和久 (2013) : 「テープ図を使ってお話しする活動を取り入れる」 『算数授業研究 VOL. 87』 東洋館出版社
- 杉山吉茂 (2008) : 『初等科数学科教育序説』 杉山吉茂講義筆記』 東洋館出版社
- 国立教育政策研究所教育課程研究センター (平成27年) 『全国学力・学習状況調査の結果を踏まえた授業アイデア例』
- 前田一誠 (2013) : 『ほめて育てる算数言葉～算数授業の言語活動を本当の思考力育成につなぐために～』 田中博史・盛山隆雄編著 文溪堂
- 山本正明 (1995) : 「問題解決における数直線や線分図等の図の効果」 『日本数学教育学会誌 77』