

授業展開例（数学）

- 1 学 年 第3学年
- 2 単元名 「2乗に比例する関数」
- 3 単元について

関数の考え方を扱う学習は、小学校2年の、グラフで表したり、それらをよんだりすることから始まり、小学校4年で伴って変わる2つの数量についてグラフや式で表すことを学び、小学校5年で2つの数量の対応や変わり方について理解を深めている。さらに、小学校6年で比例とそのグラフを学び、伴って変わる2つの数量の関係を考察している。

また、中学校1年で比例・反比例、そして、数量関係を表・式・グラフで表すことを学び、中学校2年までに関数関係についての見方や考え方を伸ばし、一次関数についての理解を深めている。中学校3年では、さらに発展させて二次関数の特別な場合としての「2乗に比例する関数」を学習することになる。この関数は、変化の仕方が一様でなく、考察する区間で増減やその変化量が異なることをはじめ、最大値・最小値も考察区間で異なってくるなど、生徒にとっては「なじみにくい」関数となってくる。そして、生徒はグラフによる変化の大局的な状況把握とともに、考察場面での緻密な分析力が必要となってくる。しかし、これらの必要とされる力は、変化し合う一般的な事象を考察し、一定の判断をしていくためには必要不可欠であるといえる。したがって、この単元は、既習事項をもとにしながら「関数関係」をより正確に把握し処理していく力を本格的に身につけていく単元となる。

また、学習指導要領には「数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。」という数学科の目標が明記されている。特に、「関数関係」は、意外な2つの数量の間に成り立つ単純な法則性を認識したり、自然界にある物理法則にふれることにより、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを実感できやすい単元といえる。したがって、授業の展開にあたっては、生徒の実態を考慮しつつ、要所要所に極力身近な題材を提示し、実験や作業を取り入れながら上記目標を達成していく必要があると考える。

4 単元の目標

具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

- (1) 事象の中には、関数 $y = ax^2$ としてとらえられるものがあることを知る。
- (2) 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴と関数のとる値の変化の割合について理解する。

【普遍的視点】

自尊感情

学習集団の中で、「お互いの良さ」、特に他の人の考え方の良さを認め合っていくことで、「互いに大切な一人ひとりである。」という認識を育てていく。

5 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量，図形などについての知識・理解
<p>一次関数とは異なる数量関係があることに関心をもち，その特徴を表や式を用いて調べようとする。</p> <p>関数$y=ax^2$のグラフに関心をもち，比例定数とグラフの関係などを調べようとする。</p> <p>関数$y=ax^2$が実生活に深く関わっていることに関心をもち，表やグラフや式などを用いて問題を解決しようとする。</p>	<p>関数$y=ax^2$のグラフの特徴を，いろいろな観点から考察することができる。</p> <p>問題の解決に，表やグラフや式を関連づけて利用し，その結果が適切かどうかを振り返って考えることができる。</p>	<p>関数$y=x^2$のグラフをもとにして，$y=ax^2$のグラフをかくことができる。</p> <p>関数$y=ax^2$の変化の割合を求めることができる。</p> <p>関数$y=ax^2$についてxの変域が指定されたグラフをかき，yの変域を求めることができる。</p> <p>問題の解決に，表やグラフや式を関連づけて用いることができる。</p>	<p>事象の中には，関数$y=ax^2$でとらえられるものがあることがわかる。</p> <p>関数$y=ax^2$のグラフの特徴を，比例定数の符号や絶対値と関連づけて理解している。</p>

6 指導と評価の計画（全12時間）

次	学習内容（時数）	評価					
		関	考	表	知	評価規準	評価方法
1	2乗に比例する関数の変化や対応の特徴を，具体例を通して理解する。					一次関数とは異なる数量関係があることに関心をもち，その特徴を表や式を用いて調べようとする。	観察 発表 プリント
2	2乗に比例する関数は $y=ax^2$ の式で表されることを理解する。					事象の中には，関数 $y=ax^2$ でとらえられるものがあることがわかる。	観察 プリント
3	関数 $y=ax^2$ のグラフの書き方とその特徴を理解する。					関数 $y=ax^2$ のグラフに関心をもち，比例定数とグラフの関係などを調べようとする。	観察 発表 プリント
						関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴を，いろいろな観点から考察することができる。	
4	関数 $y=ax^2$ のグラフについて， $a > 0$ と $a < 0$ の場合を比較しながら， a の値によってグラフの開き方が異なることを知る。					関数 $y=ax^2$ のグラフに関心をもち，比例定数とグラフの関係などを調べようとする。	観察 発表 プリント
						関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴を，いろいろな観点から考察することができる。	
5	$y=ax^2$ のグラフを放物線と呼ぶことと，その軸や頂点の意味を知る。					関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴を，いろいろな観点から考察することができる。 関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴を，比例定数の符号や絶対値と関連づけて理解している。	観察 プリント

6	ボールが描く曲線（本時）		○		関数 $y=ax^2$ が実生活に深く関わっていることに興味をもつ。 表やグラフや式などを用いて積極的に問題を解決しようとする。	観察 発表 プリント
7	関数 $y=ax^2$ の x の値の変化に対する y の値の変化				関数 $y=ax^2$ の変化の割合が一定でないことがわかる。 関数 $y=ax^2$ の変化の様子に関心をもち、変化の割合を調べようとする。	観察 プリント
8	変化の割合				関数 $y=ax^2$ の変化の割合を求めることができる。	観察 プリント
9	関数 $y=ax^2$ の x の変域， y の変域について理解する。				関数 $y=ax^2$ について， x の変域が指定されたグラフをかき， y の変域を求めることができる。	観察 プリント
10	直線と放物線を比較しながら，それぞれの特徴を理解する。				問題の解決に，表やグラフや式を利用し，その結果が適切かどうかを振り返って考えることができる。	観察 発表 プリント
11	関数 $y=ax^2$ の利用				問題の解決に，表やグラフや式を関連づけて用いることができる。	観察 プリント
12	2乗に比例する関数のまとめ				問題の解決に，表やグラフや式を関連づけて用いることができる。	発表 プリント

7 本時の展開

(1) 本時の目標

斜め上に放り投げたボールの軌跡が放物線になることを実験によって確かめることにより，放物線に興味を持たせるとともに，関数 $y = ax^2$ が実生活に深く関わっていることを実感させる。

(2) 観点別評価規準（本時の評価規準）

斜め上に放り投げたボールの軌跡が放物線になり，これを $y=ax^2$ と表現できることに気付く。（数学的な見方や考え方）

関数 $y=ax^2$ が実生活に深く関わっていることに興味をもち，表やグラフや式などを用いて問題を解決しようとする。（数学への関心・意欲・態度）

(3) 準備物

教科書，ゴルフボール，絵の具，模造紙，画板，グラフ用紙，電卓，プリントものさし

(4) 学習の展開

	教授・学習活動	指導上の留意点	評価規準・評価方法
導入	<p>前時の復習を行う。</p> <ul style="list-style-type: none"> 2種類の放物線を提示し、グラフと関数の式との対応をさせる。 <p>「どちらが $y = 2x^2$ のグラフでしょうか？」</p>	<ul style="list-style-type: none"> $y = 2x^2$ と $y = \frac{1}{2}x^2$ の二つのグラフを提示する。 関数 $y = ax^2$ のグラフは放物線という滑らかな曲線であることを復習する。 比例定数の違いによる開き方の違いをおさえる。 	
展開	<p>斜面を転がるボールの軌跡を提示し、放物線かどうか考えさせる。</p> <div data-bbox="255 835 1369 947" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>課題 放物線であるかどうかの判断をするためには、何を調べると良いか？</p> </div> <p>課題について考え発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 自分の考えをまとめる 小グループでの意見交流を行う。 グループごとに発表する。 	<ul style="list-style-type: none"> 実際に教師がやってみせる。(実験の要領の説明でもあることに留意する) 事前に行った結果を念のため準備しておく。 放物線の特徴をもとに考えさせる。(机間指導による個別指導やグループ指導を行う) 各人の意見を大切に聞き取る。 教師はグループの発表の要点、キーワードを板書する。 みんなに分かりやすく意見を発表できるように、支援・指導をする。 キーワードを板書することで個々の意見を大切にする。(机間指導で把握した個の発想も極力紹介し評価することで、お互いの良さを認め合うようにしていく。) <div data-bbox="651 1722 1019 1955" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>予想意見 曲線である。 左右が対称である。 「山」や「谷」になる。 $y = ax^2$ の式で表現することができる。</p> </div>	

	<p>調べる観点をまとめる</p> <p>実験の要領とまとめ方について確認する。</p> <p>実験を開始する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 放物線には様々な特徴があるが、判定条件として上記予想意見の <u>が適切であることをおさえる。</u> (必要十分条件として) プリントを配布する。 ゴルフボールの軌跡を何通りか採取し<u>最もきれいな曲線</u>を採用する。 お互いの協力体制やアドバイ스가大切であることを実感させる。 	<p>関数 $y = ax^2$ が実生活に深く関わっていることに関心をもち、表やグラフや式などを用いて問題を解決しようとする。</p> <p style="text-align: right;">【観察】</p>						
	<p>データの整理 放物線のグラフの座標を読み取り、xとyの対応表を作り、比例定数の値を求める。</p> <table border="1" data-bbox="231 974 539 1176"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">..</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">..</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y / x^2</td> <td style="text-align: center;">..</td> </tr> </table> <p>* x : 水平方向のボールの位置座標 * y : 垂直方向のボールの位置座標 * 但し頂点を原点とする。</p> <p>発表 各グループのデータと結果を発表する。</p>	x	..	y	..	y / x^2	..	<ul style="list-style-type: none"> 教師がグループ指導をしながら適切な処理がなされているか点検する。(グループ別に指導する) 特に頂点付近を重視する。整数値ばかりではないので電卓を使用することで効率化を図る。 時間を考慮して発表させる。 グループ数を調整する。みんなに分かりやすく意見を発表できるよう、適宜支援・指導をする。発表者の立場にたって個々人がしっかりと受け止められるよう支援する。 	<p>関数 $y = ax^2$ のグラフに関心をもち、比例定数とグラフの関係などを調べようとする。</p> <p style="text-align: right;">【プリント提出】</p>
x	..								
y	..								
y / x^2	..								
まとめ	<p>実験結果をもとに本時の学習内容を振り返る。</p> <p>次なる課題提起 <u>放物線であることが判明しているとき、どうやって式にできるか？</u></p>	<p>放物線 $\longleftrightarrow y = ax^2$ であること。</p> <ul style="list-style-type: none"> 実験処理をもとにして考えると、一組の (x, y) が判明すれば式が作れることを意識づける。 その後の問題演習の時間への動機づけをしていく。 							