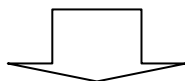


(2) 数学

ア 「教材の工夫やICT等の活用を通して、グラフを視覚的に実感させたり、既習事項と関連付けたりして深い理解を促すこと」の具体的な事例

二次関数の定義域や値域の意味をグラフと関連付けて理解させる指導

(県立吉田高等学校)



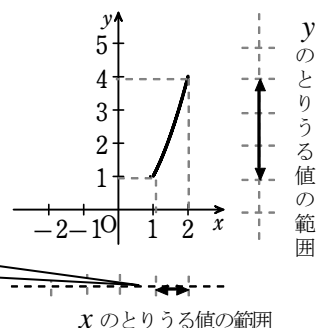
二次関数のグラフを用いて、値域や最大値・最小値を考察することに改善がみられた。

A問題において、「二次関数のグラフを用いて値域を考察すること」の通過率の変化が、県全体の変化に比べ0.9ポイント高い。

例題

1. 二次関数 $y = x^2$ について、定義域が $1 \leq x \leq 2$ のとき、グラフは右の図のようになり、値域は $1 \leq y \leq 4$ であるという。この文章やグラフをみて、『定義域』と『値域』とは何か説明しなさい。

生徒の状況に合わせて矢印で考える材料を与える。



2. A君とB君は先生に次の問題を与えられました。

問題

$y = x^2$ について、定義域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき、値域を答えなさい。

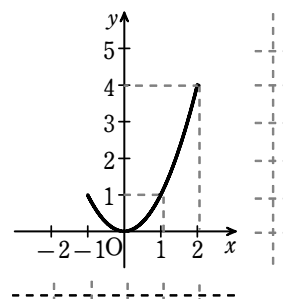
A君もB君もグラフは右の図のようにかきましたが、

A君の答え: $1 \leq y \leq 4$

B君の答え: $0 \leq y \leq 4$

A君とB君の答えのどちらが正しいかグループで話し合い

その理由を説明しなさい。



3. この問題から定義域が与えられたとき、値域を答える際に注意しなければいけないことを答えなさい。

4. $y = x^2$ について、定義域が $-3 \leq x \leq 2$ のとき、値域を答えなさい。(確認問題)

指導改善のポイント

- 二次関数の定義域や値域の意味を、グラフや軸に平行な直線と関連付けて理解させる指導を行う。

イ 「グラフから読み取れることや関数の式における係数の意味について、類推させたりまとめさせたりして、それらの関係について考察をさせること」の具体的な事例

グラフを利用して視覚的に表現させ、不等式の解を適切に表現させるような指導を行う。
(県立可部高等学校)

二次関数のグラフを用いて二次不等式を解き、解を適切に表現することに改善がみられた。

B問題において、「二次関数のグラフから二次不等式の解について考察すること」の通過率の変化が、県全体の变化に比べて8.0ポイント高い。

1. 二次不等式の解き方について、1時間程度学習した上で以下の問題を提示する。

【問】 二次不等式 $x^2 < 16$ の解で正しいものはどれか。

(ア) $x = \pm 4$

(イ) $x < \pm 4$

(ウ) $-4 < x < 4$

(エ) $x < -4, 4 < x$

- ① どれが正しいか予想する。
- ② ①を選んだ理由を考える。
- ③ 選んだ答えが合っているか確かめる方法を考える。

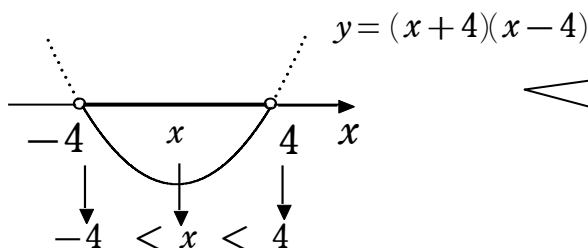
2. 解の意味と解き方について考える。

(ウ) 以外の選択者に対して、③について考えさせる。

不等式の解の意味を確認し、具体的な数値を代入して確かめる。(ウ) 以外のものが間違っていることを理解させる。

前時の学習内容を振り返り、二次関数のグラフを用いて解く方法について確認する。

(解の表し方につまづきのある生徒について)



ポイント①

二次不等式と二次方程式の違いに気付く。

ポイント②

グラフを活用するよさに気付く。

ポイント③

数直線上の大小関係から不等号の使い方と、解の表し方が分かる。

x 軸上に解を x と表し、 x 軸上の値や解 x をそのまま書き写させる。数直線上では右の方が大きい値であることから、 $<$ の記号で表せることを説明する。

指導改善のポイント

- グラフを利用して視覚的に表現させ、誤答をもとに解の意味について考えさせる指導を行う。

ウ 「既習事項と関連付けながら考察させ、三角比を用いた公式や定理のよさを実感させることで、知識を定着させること」の具体的な事例

与えられた条件を整理させたり、2つの解法を比較させたりすることで、用いる公式を適切に判断させる指導 (県立東城高等学校)



相互関係を用いて三角比の値を求めることに改善がみられた。

B問題において、「三角比の値を求めること」の通過率の変化が、県全体の変化に比べ9.4ポイント高い。

問題例 $\tan \theta = 3$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値を求めよ。ただし、 θ は鋭角とする。

ポイント I 相互関係を3つ書き並べておき、分かっている三角比を付箋等で隠すことで、どの相互関係が利用できるか判断させる。

$$\textcircled{1} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \textcircled{2} \boxed{\tan \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \textcircled{3} 1 + \boxed{\tan^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

⇒ ③ を利用すれば $\cos \theta$ の値を求めることができる。 $\cos \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$

さらに、

$$\textcircled{1} \sin^2 \theta + \boxed{\cos^2 \theta} = 1 \quad \textcircled{2} \boxed{\tan \theta} = \frac{\sin \theta}{\boxed{\cos \theta}} \quad \textcircled{3} 1 + \boxed{\tan^2 \theta} = \frac{1}{\boxed{\cos^2 \theta}}$$

⇒ ① または ② を利用すれば $\sin \theta$ の値を求めることができる。

ポイント II 2つの解法を比較させ、どちらがより有効な解法なのか、理由と合わせて考えさせる。

① を利用した場合

$$\sin^2 \theta = \frac{9}{10} \text{ であり、} \sin \theta > 0 \text{ なの}$$

$$\text{で、} \sin \theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

①の理由： $\sin \theta$ または $\cos \theta$ が分かっているときに、残りの三角比を求められる。

②の理由：2乗の計算がなく、かけ算のみで答えが求められる。

② を利用した場合

$$\sin \theta = \cos \theta \tan \theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

全員が確実に相互関係を使えるようにしたうえで、その有効な使い方を解法の比較を通して考えさせ、説明させる。

指導改善のポイント

- 基本的な内容を確実に定着させるために、学習した知識・技能をもとに判断させる場面を設け、根拠を明確にして説明させるような指導を行う。

エ 「既習事項と関連付けながら考察させ、三角比を用いた公式や定理のよさを実感させることで、知識を定着させること」の具体的な事例

三角形の面積を比較することにより、 $\sin \theta$ の役割を考えさせる指導

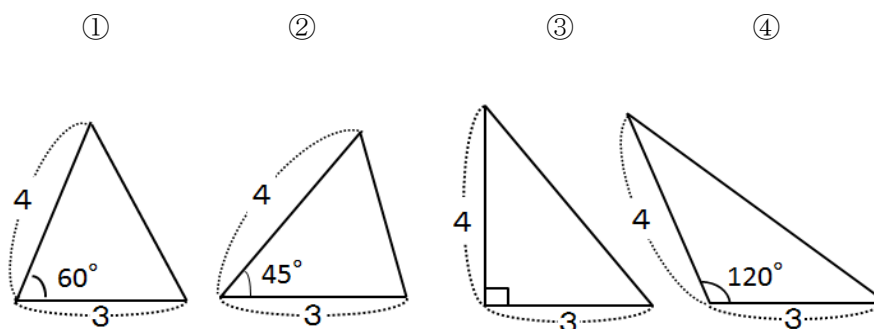
(県立尾道商業高等学校)

三角形の面積の公式を理解し、それを用いて正しく面積を求めることに改善がみられた。

B問題において、「三角形の面積の公式を理解している」の通過率の変化が、県全体の変化に比べ3.0ポイント高い。

問題

① 次の三つの三角形について、面積が大きい順に並べよう。



② 底辺を3とするとき、何が分かれば、面積が求められるだろうか。

③ 三角比の定義を利用して、高さを求めて、面積を計算しよう。

$$\begin{aligned} \text{① } h_1 &= 4 \times \sin 60^\circ & \text{② } h_2 &= 4 \times \sin 45^\circ & \text{④ } h_4 &= 4 \times \sin 120^\circ \\ S_1 &= 3 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} & S_2 &= 3 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} & S_4 &= 3 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ポイント
 $\sin \theta$ によって、
高さの値が変化
していることに
気付かせる。

面積公式を予想し、一般的に成り立つことを確認する。

④ 面積公式を用いて計算をしよう。

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin 60^\circ \quad S_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin 45^\circ \quad S_3 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \quad S_4 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin 120^\circ$$

⑤ $a=3, b=6, C=150^\circ$ である三角形の面積を求めよう。

指導改善のポイント

○ 三角形の面積を式の形で比較することにより、三角形の面積の公式の意味を理解させる指導を行う。