

- 1 日時 平成25年 5月17日(金) 第5校時
2 学年 第3学年B組 26名 (男子11名 女子15名)
習熟度別少人数指導 (ジャンプコース (発展) 16名)
3 指導形態・場所 習熟度別少人数・数学1教室
4 単元 「多項式」 (東京書籍)
5 単元設定の理由

(1) 単元観

学習指導要領解説数学編の第3学年には「A数と式(2)文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができるようにするとともに、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばす。」とある。

文字式については、第1学年では数量やその関係・法則を、文字を用いて式に表したり、文字式の計算をしたり、式の意味を読み取ったりして文字を用いることよさを学習している。さらに、第2学年では、簡単な数式の計算、および事象の中から数量関係を見出し、それを文字を用いて式に表し活用すること、目的に応じて簡単な式の変形することを学習してきた。

本単元では、単項式と多項式の乗法・除法、多項式どうしの乗法、乗法公式を用いての式の展開や因数分解を学習する。多項式どうしの乗法や因数分解を学習することで、文字式を利用できる場面が広がり、文字を用いて数量関係を一般的に表すことや、見通しを持って式を扱う能力を伸ばすことができる単元である。この式の展開・因数分解は、第3学年の「平方根」や「2次方程式」、高校で学習する高次式の展開や因数分解につながることから、重要な単元である。

(2) 生徒観

本学級の生徒は、学習に意欲的に取り組むことができる。本年度4月に実施した生徒アンケートにおいて、「数学の授業はよくわかる。」と答えた生徒は88.5%である。「数学の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つ」と答えた生徒は92.3%であり、学習の有用感も高い。「数学の授業で公式やきまりを習うとき、その根拠を理解するようにしている」と答えた生徒は84.6%であり、公式を単に暗記して終わらせようとするのではなく、数学的な思考をしようとする生徒が多い。

しかし、4月初旬に行われた習熟度テストの結果をみると、正答率が30%未満の生徒の割合は23%であり、これまでの学習内容が十分定着していない生徒も多い。

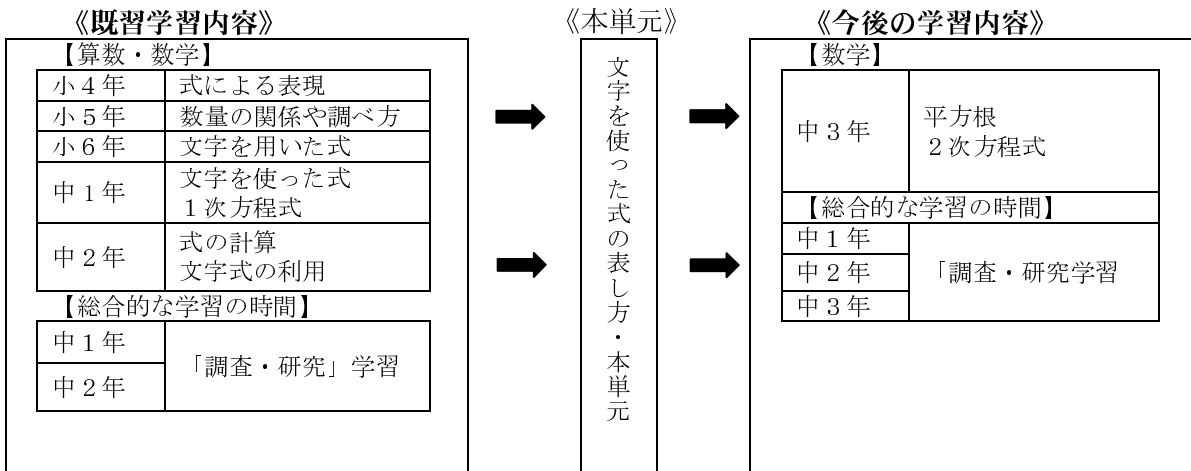
本時の学習に関連する内容として、2年生で既習内容の数の性質に関する問題である平成24年度全国学力・学習状況調査のB問題②を行かせたところ、数の性質を見つける問題の正答率は、76.9%であったが、数の性質を文字式を使って説明する問題の正答率は27.0%であった。具体例を元に、数の性質を見つけることはできても、それを文字式を用いて一般化し式を必要な形に変形して説明することを苦手とする生徒は多い。

(3) 指導観

本単元では、単項式と多項式の乗法、多項式を単項式でわる除法、多項式どうしの乗法とその逆の操作である因数分解に関する基礎的な知識の習得と技能の習熟が重要である。乗法公式の仕組みや乗法公式4つの違いを生徒自身で見つけさせるような授業を仕組み、公式やきまりの根拠を理解させるようにしたい。

説明の授業の場面では、まずは文字を使った偶数や3の倍数、連続する整数等の表し方の基本を理解させ定着させる必要がある。さらに説明の流れの手順について確認し、自分自身で説明を書きながらその内容が論理的な説明になっているかどうかを他の学習者と比較したり交流したりしながら判断できる力をつけたい。そのために交流の場面では、ペアで説明しあうという言語活動を行い、どの生徒にも表現させたい。そして全体交流の場面では、よい数学的な表現に対し、肯定的評価をしながらどのような表現の仕方がよいのかを理解させるよう指導を行いたい。その後はしっかりとドリル学習を行い、定着させたい。

(4) 本単元学習内容と数学の他の単元、並びに総合的な学習の時間学習内容の関連



6 単元(題材)の目標

- (1) 分配法則を用いて、単項式と多項式の乗法、除法、多項式どうしの乗法ができる。
- (2) 乗法公式を用いて、式の展開ができる。
- (3) 分配法則や乗法公式をもとに、因数分解ができる。
- (4) 式の展開や因数分解を利用して、数や図形の性質などを証明する問題を解決できる。

7 単元の評価規準

ア 数学への 関心・意欲・態度	イ 数学的な 見方や考え方	ウ 数学的な技能	エ 数量・図形などにつ いての知識・理解
<p>① 乗法公式を利用すると手際よく式を展開できることに興味・関心を持ち、式や数の計算に乗法公式を用いて能率よく計算しようとしている。</p> <p>② 式の展開の逆が因数分解であることに興味・関心を持ち、分配法則や乗法公式をもとに意欲的に因数分解しようとしている。</p> <p>③ 文字式によって関係や法則が簡潔かつ一般的に表現できることに関心を持ち、目的に応じて式を変形しようとしている。</p>	<p>① 展開の計算のしくみから乗法公式を導き出したり、分配法則や乗法公式をもとに因数分解を考えたりすることができる。</p> <p>② 数や図形の性質について、具体的な数量を文字式に置き換えて、目的に応じた式の形に変形することで、事象を数理的に考察することができる。</p>	<p>① 乗法公式を用いて式を展開したり、分配法則や乗法公式をもとに因数分解をしたりすることができる。</p> <p>② 式の展開や因数分解を利用して、数や図形の性質を一般的に証明することができる。</p>	<p>① 式の展開や因数分解の用語とその意味を理解している。</p> <p>② 分配法則を利用した式の展開や乗法公式、共通因数のくくりだしによる因数分解、及び乗法公式を逆に見た因数分解の公式を理解している。</p>

8 単元計画 (全18時間)

【学習形態・・・習熟度別少人数→S 一斉指導(TT)→T】

次	学習内容 (時数)	評 価				評価規準	評価方法	習得・活用	学習形態
		関 意	見 考	技 能	知 理				
1	多項式の計算 (7)	◎	◎	◎	○	<p>【ウ①】分配法則を用いて式を展開することができる。</p> <p>【ア①】乗法公式を利用すると手際よく式を展開できることに興味・関心を持ち、式や数の計算に乗法公式を用いて能率よく計算しようとしている。</p> <p>【エ①】式の展開の用語とその意味を理解している。</p> <p>【イ①】展開の計算のしくみから乗法公式を導き出すことができる。</p> <p>【ウ①】乗法公式を用いて式を展開することができる。</p> <p>【エ②】分配法則を利用した式の展開や乗法公式を理解している。</p>	自己評価 行動観察 ノート よーいド ンテスト	習得	T
2	因数分解(6)	◎	○	◎	◎	<p>【エ①】因数分解の用語とその意味を理解している。</p> <p>【ア②】式の展開の逆が因数分解であることに興味・関心を持ち、分配法則や乗法公式をもとに意欲的に因数分解しようとしている。</p> <p>【イ①】分配法則や乗法公式をもとに因数分解を考えることができる。</p> <p>【ウ①】分配法則や乗法公式をもとに因数分解をすることができる。</p> <p>【エ②】共通因数のくくりだしによる因数分解、及び乗法公式を逆に見た因数分解の公式を理解している。</p>	自己評価 行動観察 ノート よーいド ンテスト	習得	S

3	式の計算の利用 (3)(本時2/3)	◎	◎	◎	◎	【ア③】文字式によって関係や法則が簡潔かつ一般的に表現できることに関心を持ち、目的に応じて式を変形しようとする。 【イ②】数や図形の性質について、具体的な数量を文字式に置き換えて、目的に応じた式の形に変形することで、事象を数理的に考察することができる。 【ウ②】式の展開や因数分解を利用して、数や図形の性質を一般的に証明することができる	自己評価 行動観察 ノート	習得・活用	S
4	章末のまとめと 問題(2)		◎	◎	○	【エ①】式の展開や因数分解の用語とその意味を理解している。 【ウ①】乗法公式を用いて式を展開したり、分配法則や乗法公式をもとに因数分解をしたりすることができる。 【ウ②】式の展開や因数分解を利用して、数や図形の性質を一般的に証明することができる。	自己評価 行動観察 ノート	習得・活用	S

9 PISA型読解力との関連

PISA型読解力の過程	場面	指導のポイント
情報の取り出し	課題1を解決する場面	具体数から数の性質を見つけ、それは文字を使って一般的に証明することができるという流れの「見通し」を持たせる。「何を示せばよいのか」を問う。
解釈	課題1を用いて課題2を解決する場面	どのように問題解決していくのか、根拠を明らかにして筋道立てて考え、表現させることを促す。「文字式を使って何を表せばよいのか」「どのように式変形すべきか」を問う。
熟考・評価	思考過程を振り返る場面	自分の証明の書き方で不十分などところがないか振り返りを促す。また他者の考えと比較することで多様な考えを見出す。「どこが不十分か。」「どこが違うか」を問う。

10 本時の展開

(1) 本時の目標

整数について成り立つ性質を見つけ、文字式を用いて証明することができる。

(2) 観点別評価規準

◎数の性質について、具体的な数量を文字式に置き換えて、目的に応じた式の形に変形することで、事象を数理的に考察することができる。【イ②】

○式の展開や因数分解を利用して、数の性質を一般的に証明することができる【ウ②】

(3) 準備物

○小黒板 ○ワークシート○ホワイトボード

(4) 本時の学習過程(学習の展開) (2/3)

	学習内容	思考を促す発問, 声かけ(○) 予想される生徒の反応(☆) 「C」と判断される生徒への手立て(★)	PISA型 読解力のため の手立て	留意点	評価規準 評価方法
導入	1. 既習事項の復習				
	既習事項の確認 偶数, 奇数, 連続する整数等の文字式の表し方		【情報の取り出し】 整数 n を使った偶数や奇数等を表す方法を確認する。		
展開	○本時の目標を確認する。 本時の目標 整数について成り立つ性質を見つけ, 文字式を用いて証明することができる。				
	2. 課題の把握				
	課題 1 $2^2 - 1^2 =$ $3^2 - 2^2 =$ $4^2 - 3^2 =$ ・・・ 連続する 2 つの整数の大きい方の 2 乗から小さい方の 2 乗をひくと, どんないえらるだろう。				
	○ 数の性質を見つける。	○ どんないえらるか予想しよう。 ☆ 奇数になる ☆ 2 ずつ増える ☆ 2 つの数をたした和になる	数学科における言語活動		
	○ 文字式を使って証明する。(全体で確認)	○ 他の数でも同じことはいえらるだろうか。 ○ このことはいつも成り立つのだろうか。 ☆ 文字式を使って証明するとよい。		○ はじめに計算式だけを示し, 答えを発表させる。 ○ どんないえらるか下線部を, 言葉で表現させる。	
	(証明) 連続する 2 つの整数を, $n, n+1$ と表すと大きい方の 2 乗から小さい方の 2 乗の差は, $(n+1)^2 - n^2$ $= n^2 + 2n + 1 - n^2$ $= 2n + 1$ $= n + (n+1)$ よって, いつでも 2 数の和になる。		【情報の取り出し】 文字式を使って一般化し, 証明することの必要性を理解させる。 【情報の取り出し】 証明の書き方を理解させる。		
					【イ②】 ノート

○展開後の $2n+1$ を、連続した和になることを示す形にするにはどう式変形すればよいだろう。

★既習事項をもとにして文字式を展開していくことで解決できることを指導する。

○奇数であることはこれでは証明できないだろうか。

3 課題の発展

課題2
 $4^2 - 2^2 =$
 $6^2 - 4^2 =$
 $8^2 - 6^2 =$
 \dots
 連続する偶数の大きい方の2乗から小さい方の2乗の差は になる。
 に当てはまることばを考えて、文字を使って証明しよう。

☆偶数になる ☆4の倍数になる
 ☆真ん中の数の4倍になる

★答えが偶数であること、または4の倍数になることに気づかせる。

★連続する2つの偶数の表し方を思い出させる。忘れていればヒントカードを示す。

★偶数を示すには $2 \times$ (整数)、4の倍数を示すには $4 \times$ (整数)の形にすればよいことを指導する。

○ 自力解決

(証明) 連続する2つの偶数を、 $2n, 2n+2$ と表すと大きい方の2乗から小さい方の2乗の差は、

$$(2n+2)^2 - (2n)^2$$

$$= 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2$$

$$= 8n + 4$$

$$= 4(2n+1)$$

$2n+1$ は整数なので、 $4(2n+1)$ は である。

(証明) 連続する2つの偶数を、 $2n, 2n+2$ と表すと大きい方の2乗から小さい方の2乗の差は、

$$(2n+2)^2 - (2n)^2$$

$$= 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2$$

$$= 8n + 4$$

$$= 2(4n+2)$$

$4n+2$ は整数なので、 $2(4n+2)$ は である。

【解釈】
 必要なことをかき、順序だてて証明が書けるように指導する。

【ウ②】
 ノート
 行動観察
 発表

<p>(証明) 連続する2つの偶数を, $2n, 2n+2$と表すと 大きい方の2乗から小さい方の2乗の差は,</p> $(2n+2)^2 - (2n)^2$ $= 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2$ $= 8n + 4$ $= 4(2n+1)$ <p>$2n+1$は2数の間の数なので, $4(2n+1)$は 2数の間の数の4倍である。</p>		<p>【解釈】 根拠を明確にし, 数学的用語を用いて相手にわかりやすく説明をするように指導する。</p>		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> 数学科における言語活動 </div>
<p>○ペアで自分の考えを交流する。</p> <p>○全体交流</p>	<p>○自分の考えをペアの人に伝えよう。</p> <p>○意図的指名により, いくつかの証明をかせ, 説明させる。</p> <p>○証明として不十分なところがないだろうか。</p>			
5 今日の学習の振り返り				
<p>まとめ</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>今日の授業で気づいたことや難しかったことをノートにまとめなさい。</p> </div>		<p>【熟考・評価】 本時の学習をふり返り自己評価をさせる。</p>		